

Подставляя (55,28) в (55,21), находим коэффициент отражения нейтронов от поверхности ядра:

$$|b|^2 = \frac{k^2 \left(\frac{1}{P_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right)^2 + 4(kP_l - K)^2}{k^2 \left(\frac{1}{P_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right)^2 + 4(kP_l + K)^2}. \quad (55,33)$$

Коэффициент прохождения нейтронов через поверхность ядра будет равен

$$T = 1 - |b|^2 = \frac{16kKP_l}{k^2 \left(\frac{1}{P_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right)^2 + (kP_l + K)^2}. \quad (55,34)$$

При малых энергиях, когда $k \ll K$, из (55,34) следует приближенное выражение

$$T \approx \frac{4kP_l}{K}, \quad k \ll K. \quad (55,34')$$

Естественно, что коэффициент прохождения T одинаков как для нуклонов, движущихся из внешней области внутрь ядра, так и для нуклонов, движущихся из ядра во внешнюю область.

Формулы (55,34) и (55,29) остаются справедливыми и для протонов, если под функциями F_l и G_l понимать независимые решения уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\mu Ze^2}{\hbar^2 r} + k^2 \right) \psi = 0,$$

удовлетворяющие условию (55,26). Таблицы этих функций можно найти в работе [27].

§ 56. Методы определения параметров резонансной теории ядерных реакций из опыта

При элементарном выводе формул Брейта — Вигнера в предыдущих параграфах не принимался во внимание спин ядра и нуклона. Прежде чем говорить о возможности экспериментального определения параметров, входящих в формулы Брейта — Вигнера, рассмотрим, как изменяются эти формулы при учете спиновых состояний ядра и нуклона.

Обозначим спин ядра буквой j ; поскольку спин нуклона равен $\frac{1}{2}$, то спин канала, определяемый векторным сложением спинов ядра и нуклона, будет равен

$$S = j \pm \frac{1}{2}.$$

Если орбитальный момент относительного движения ядра и нуклона равен l , то полный момент системы J будет определяться законом

сложения моментов

$$S + l \geq J \geq |l - S|.$$

Кроме полного момента J состояние системы будет характеризоваться проекцией момента M_J и четностью. Матричные элементы матрицы рассеяния, а следовательно, и эффективные сечения могут зависеть только от полного момента и четности и не зависят от значения M_J , так как изменение значения M_J можно осуществить вращением системы координат, которое не может влиять на динамику столкновения. Резонансные реакции обычно происходят при малых энергиях относительного движения ядра и нуклона, когда в рассеянии участвуют только состояния с $l = 0$. В этом случае полный момент системы равен спину канала ($J = S$). Каждому значению полного момента будет соответствовать $2J + 1$ его ориентаций в пространстве, отличающихся значениями проекции на выделенную ось. Если ядро не ориентировано и пучок падающих частиц неполяризован, то в плоской волне будет присутствовать $2(2j + 1)$ некогерентных парциальных волн с моментом $l = 0$, отличающихся друг от друга спиновыми состояниями. Поэтому относительное число состояний с определенным значением полного момента будет равно

$$g(J) = \frac{2J + 1}{2(2j + 1)}; \quad (56,1)$$

при этом $\sum_J g(J) = 1$. В случае реакций с нуклонами $J = j \pm \frac{1}{2}$; поэтому

$$g = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{1}{2j + 1} \right).$$

В более общем случае, когда спин частицы равен s и в рассеянии существенны волны с $l \neq 0$, статистический вес равен

$$g(J) = \frac{2J + 1}{(2s + 1)(2l + 1)(2j + 1)}. \quad (56,2)$$

В резонансной области, как мы видели, сечение реакции выражается формулами Брейта—Вигнера. Каждой энергии возбуждения составного ядра соответствует состояние с определенным моментом и четностью. Параметры ϵ_r , Γ_e и Γ_r , входящие в формулы Брейта—Вигнера, определяются состоянием составного ядра и могут различаться только для состояний с разными значениями J и четности. Следовательно, формула Брейта—Вигнера для сечения реакции, учитываяшая спин ядра и нуклона, должна иметь вид

$$\sigma_r = g(J) \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_e \Gamma_r}{(\epsilon - \epsilon_r)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2} \right)^2}, \quad \Gamma = \Gamma_e + \Gamma_r, \quad (56,3)$$

для каждого такого состояния. При вычислении сечения рассеяния надо

учесть, что амплитуда потенциального (внешнего) рассеяния практически не зависит от спина канала; поэтому можно написать:

$$\sigma_e = 4\pi g(J) \left| \frac{\frac{\Gamma_e}{2}}{k \left(\epsilon - \epsilon_r + i \frac{\Gamma}{2} \right)} + A_{\text{потенци}} \right|^2 + 4\pi [1 - g(J)] |A_{\text{потенци}}|^2, \quad (56,4)$$

где $A_{\text{потенци}}$ определено (54,12). Второе слагаемое в (56,4) определяет вклад потенциального рассеяния от всех каналов, спин которых не равен $J(l=0)$.

Для ядер нулевого спина (при $l=0$) множитель $g(J)=1$, для ядер с большим спином $g \approx \frac{1}{2}$.

Обозначим максимальные значения сечений рассеяния и реакции в резонансе соответственно буквами σ_{e0} и σ_{r0} ; тогда, пренебрегая малым вкладом потенциального рассеяния, можно написать:

$$\sigma_{r0} = \frac{4\pi}{k^2} g(J) \frac{\Gamma_e \Gamma_r}{\Gamma^2}, \quad \sigma_{e0} = \frac{4\pi}{k^2} g(J) \frac{\Gamma_e^2}{\Gamma^2},$$

а максимальное полное сечение в резонансе будет равно

$$\sigma_0 = \sigma_{r0} + \sigma_{e0} = \frac{4\pi}{k^2} g(J) \frac{\Gamma_e}{\Gamma}. \quad (56,5)$$

Полное сечение $\sigma_t = \sigma_r + \sigma_e$ измеряется с помощью экспериментов по прохождению нуклонов через вещество. Особенно распространены такие измерения для случая нейтронов, так как прохождение нейтронов через вещество не осложняется влиянием кулоновских взаимодействий.

На практике определение параметров уровней сильно усложняется эффектом теплового движения ядер мишени (эффектом Допплера) и конечным разрешением применяемой аппаратуры.

Рассмотрим кратко влияние эффекта Допплера [28]. В формулах Брейта — Вигнера под ϵ следует понимать энергию относительного движения нуклона и ядра мишени. Если нуклоны имеют в лабораторной системе строго постоянную скорость V , а ядро имеет тепловую скорость u , то

$$\epsilon = \frac{\mu(V-u)^2}{2}, \quad (56,6)$$

где $\mu = \frac{MA}{A+1}$ — приведенная масса. С точностью до членов первого порядка относительно скорости теплового движения можно написать:

$$\epsilon = \frac{\mu V^2}{2} - \mu Vu.$$

Введем обозначение $\varepsilon_n = \frac{\mu V^2}{2}$; тогда можно окончательно написать:

$$\varepsilon = \varepsilon_n - \sqrt{2\mu\varepsilon_n} u, \quad (56,7)$$

где u — проекция скорости теплового движения на направление потока падающих нуклонов.

Предположим, что распределение скоростей ядер мишени то же, что и у газа, т. е.

$$f(u) du = \sqrt{\frac{MA}{2\pi kT}} \exp \left\{ -\frac{MAu^2}{2kT} \right\} du;$$

тогда в силу (56,6) и (56,7) распределение по скоростям относительного движения ε будет определяться выражением

$$f(\varepsilon) d\varepsilon = -\frac{1}{\sqrt{\pi D}} \exp \left\{ -\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_n}{D} \right)^2 \right\} d\varepsilon, \quad (56,8)$$

где $D = 2 \sqrt{\frac{\varepsilon_n kT}{A+1}}$ называют «допплеровской шириной». При $A = 100$, $\varepsilon_n = 100$ эв и $kT = 0,025$ эв допплеровская ширина равна 0,31 эв.

Перепишем сечение реакции вблизи резонансной энергии ε_r в виде

$$\sigma_r(\varepsilon) = \frac{\sigma_{r0}}{1 + \frac{4(\varepsilon - \varepsilon_r)^2}{\Gamma^2}}, \quad (56,9)$$

где $\sigma_{r0} = \frac{4\pi}{k^2} g \frac{\Gamma_e \Gamma_r}{\Gamma^2}$. Чтобы получить измеряемое на опыте сечение реакции как функцию энергии ε_n , надо усреднить (56,9) по всем возможным значениям относительной энергии ε , т. е. надо умножить (56,9) на $f(\varepsilon) d\varepsilon$ и проинтегрировать по ε . Тогда получим:

$$\sigma_r(\varepsilon_n) = \int_0^\infty \sigma_r(\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon = \sigma_{r0} \Psi \left(\frac{D}{\Gamma}, \xi \right), \quad (56,10)$$

где $\xi = \frac{2(\varepsilon_n - \varepsilon_r)}{\Gamma}$ — отклонение от резонанса в единицах $\frac{\Gamma}{2}$;

$$\Psi \left(\frac{D}{\Gamma}, \xi \right) = \frac{\Gamma}{2\sqrt{\pi D}} \int \frac{\exp \left\{ -\frac{\Gamma^2(\xi - x)^2}{4D^2} \right\}}{1 + x^2} dx \quad (56,11)$$

— функция, хорошо изученная в теории дисперсии [29]. Функция $\Psi \left(\frac{D}{\Gamma}, \xi \right)$ имеет максимум в точке $\xi = \frac{2(\varepsilon_n - \varepsilon_r)}{\Gamma} = 0$, т. е. в случае, когда энергия нуклонов совпадает с резонансной энергией. Если допплеровская ширина равна нулю, то

$$\Psi(0, \xi) = (1 + \xi^2)^{-1}$$

и сечение (56,10), как и следовало ожидать, совпадает с (56,9). Все кривые $\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, \xi\right)$ для значений $\frac{D}{\Gamma} \neq 0$ пересекают предельную кривую (рис. 60) $\Psi(0, \xi)$ в окрестности точек $\xi = \pm 1$; внутри этой области они лежат ниже предельной кривой, а вне ее выше; на большом

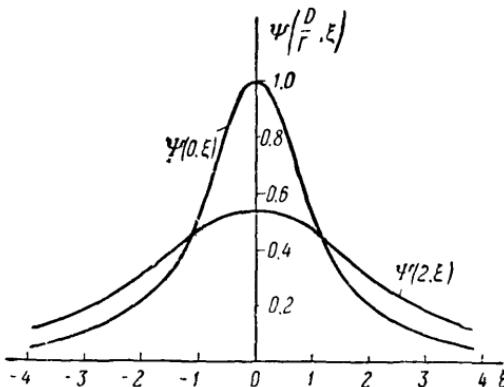


Рис. 60. Кривые, определяющие дошперовское уширение эффективных сечений реакций.

расстоянии они асимптотически приближаются к предельной кривой. Полуширина кривой $\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, \xi\right)$ растет с ростом $\frac{D}{\Gamma}$. Функция $\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, \xi\right)$, определяющая зависимость эффективного сечения от энергии, переходит в простые функции в следующих предельных случаях:

а) Вдали от резонанса, когда $|\xi| \gg \frac{D}{\Gamma}$, т. е. $|\varepsilon_n - \varepsilon_r| \gg D$, $\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, \xi\right)$ совпадает с $\Psi(0, \xi)$. Таким образом на участки, далекие от резонанса, тепловое движение оказывает малое влияние.

б) Если $|\xi| \ll \frac{D}{\Gamma}$ и $D > \Gamma$, т. е. естественная ширина Γ мала по сравнению с доплеровской и энергия нуклона мало отличается от резонансной, то функция

$$\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, \xi\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma}{D} \exp \left\{ - \left[\frac{\Gamma(\varepsilon_n - \varepsilon_r)}{D} \right]^2 \right\}.$$

В точке резонанса

$$\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, 0\right) = \frac{\sqrt{\pi}\Gamma}{2D} e^{-\frac{\Gamma^2}{4D^2}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\Gamma}{2D}} e^{-x^2} dx \right).$$

Если $\Gamma \gg D$, то $\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, 0\right) \approx 1$. Сечение в резонансе практически не уменьшается из-за теплового движения. Если $\Gamma \ll D$, то $\Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, 0\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma}{D}$, следовательно, сечение в резонансе сильно уменьшается из-за допплеровского уширения. Однако вследствие того, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi\left(\frac{D}{\Gamma}, x\right) dx = \pi,$$

площадь, ограниченная резонансной кривой, не изменяется тепловым движением ядер мишени.

Лемб [30] показал, что если твердое тело можно рассматривать по модели Дебая, то все приведенные формулы, учитывающие тепловое движение, остаются верными, если либо естественная, либо допплеровская ширина велика по сравнению с дебаевской температурой θ , умноженной на постоянную Больцмана k . Необходимо только допплеровскую ширину вычислять по формуле $D = 2\sqrt{\varepsilon_n Q}$, где Q — величина, соответствующая средней энергии, приходящейся на одну колебательную степень свободы.

Перейдем к краткому изложению методов измерения различных величин, характеризующих резонансные реакции. Наиболее часто эффективные сечения измеряются в опытах по пропусканию нуклонов через образцы определенной толщины. Такие опыты позволяют измерять полное эффективное сечение $\sigma_t = \sigma_e + \sigma_r$, т. е. суммарное сечение всех процессов, в результате которых нейтроны выбывают из первоначального пучка. Непосредственно измеряемой величиной в опытах по пропусканию является отношение интенсивности потока нейtronов после прохождения образца I к интенсивности потока нейtronов без образца I_0 . Это отношение, называемое *коэффициентом прохождения*, связано с эффективным сечением σ_t формулой

$$T = \frac{I}{I_0} = \exp(-n\sigma_t d),$$

где n — число атомов в 1 см^3 образца.

В связи с тем, что часть рассеянных нуклонов все же попадает на детектор, определяющий интенсивность прошедших через образец нуклонов, необходимо вводить соответствующую поправку, чтобы получить истинное значение σ_t . Если эта поправка мала, то говорят, что опыт производится с «хорошей геометрией»; если велика, то говорят, что опыт производится в условиях «плохой геометрии».

Коэффициент прохождения является функцией энергии нейtronов. Он принимает минимальное значение в точке резонанса ($\varepsilon = \varepsilon_r$) и приближается к единице вне резонанса (если ввести исправление на потенциальное рассеяние).

Если бы можно было измерять $T(\varepsilon)$ с бесконечно большим разрешением, то мы бы нашли зависимость σ_t от энергии; в частности, можно было бы определить значение σ_t в резонансе, которое мы обозначили ранее σ_0 , и полную ширину Γ . Но даже в этом идеальном случае разделение полной ширины Γ на Γ_e , Γ_r и другие парциальные ширины требовало бы дополнительных измерений или предположений, так как знание Γ и σ_0 позволяет с помощью (56,5) определить только произведение $g\Gamma_e$, а не само Γ_e .

Если D значительно меньше ширины резонансной кривой, то измерения можно вести на тонких образцах и после внесения соответствующих поправок на разрешение монохроматора по полученным резонансным кривым определить основные характеристики измеряемого резонансного уровня.

Для введения поправок на разрешение монохроматора в области энергии ε надо знать функцию разрешения монохроматора $R(\varepsilon - \varepsilon')$, удовлетворяющую условию $\int R(\varepsilon - \varepsilon') d\varepsilon' = 1$. Тогда измеряемое прибором сечение $\overline{\sigma(\varepsilon)}$ получается из истинного сечения $\sigma(\varepsilon)$ с помощью выражения

$$\overline{\sigma(\varepsilon)} = \int \sigma(\varepsilon') R(\varepsilon - \varepsilon') d\varepsilon'.$$

В простейших случаях, допускающих аналитическое рассмотрение, функция разрешения $R(\varepsilon - \varepsilon')$ изображается в виде прямоугольника ширины Ω , или функции Гаусса с полушириной Ω . Если, например, $R(\varepsilon - \varepsilon')$ задается в виде прямоугольника и

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{\sigma_0}{1 + \frac{4}{\Gamma^2}(\varepsilon - \varepsilon_r)^2}, \quad \sigma_0 = \frac{\pi}{k^2} g \frac{\Gamma_e}{\Gamma}, \quad (56,12)$$

то, пренебрегая слабой зависимостью σ_0 от энергии, согласно (56,12) получим:

$$\begin{aligned} \overline{\sigma(\varepsilon)} &= \frac{\sigma_0}{\Omega} \int_{\varepsilon - \frac{\Omega}{2}}^{\varepsilon + \frac{\Omega}{2}} \left\{ 1 + \frac{4}{\Gamma^2} (\varepsilon' - \varepsilon_r)^2 \right\}^{-1} d\varepsilon' = \\ &= \frac{\sigma_0 \Gamma}{2\Omega} \left\{ \operatorname{arctg} \left[\frac{2(\varepsilon - \varepsilon_r)}{\Gamma} + \frac{\Omega}{\Gamma} \right] - \operatorname{arctg} \left[\frac{2(\varepsilon - \varepsilon_r)}{\Gamma} - \frac{\Omega}{\Gamma} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Резонансное значение $\overline{\sigma(\varepsilon_r)}$, следовательно, будет равно *)

$$\overline{\sigma(\varepsilon_r)} = \frac{\sigma_0 \Gamma}{\Omega} \operatorname{arctg} \frac{\Omega}{\Gamma} \approx \begin{cases} \sigma_0 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\Omega}{\Gamma} \right)^3 \right], & \text{если } \frac{\Omega}{\Gamma} \ll 1; \\ \sigma_0 \frac{\Gamma}{\Omega} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\Gamma}{\Omega} \right), & \text{если } \frac{\Gamma}{\Omega} \ll 1. \end{cases} \quad (56,13)$$

*) Здесь мы используем асимптотические выражения $\operatorname{arctg} x \approx x - \frac{x^3}{3}$, если $x \ll 1$; $\operatorname{arctg} x \approx \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x}$, если $x \gg 1$.

Таким образом, эффективное сечение в резонансе снижается из-за конечной разрешаемости прибора. Особенно велико это снижение в случае когда $\Gamma \ll \Omega$. При $\Gamma < \frac{\Omega}{10}$ практически нельзя пользоваться «тонкими» образцами из-за очень малого ослабления пучка нейtronов. Уменьшение сечения в резонансе связано с уширением резонансной кривой $\bar{\sigma}(\varepsilon)$. При этом существенно, что значение площади резонансной кривой не зависит от разрешения прибора, так же как и от эффекта Допплера:

$$\int \bar{\sigma}(\varepsilon) d\varepsilon = \int \sigma(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{n\sigma_0}{2} \Gamma.$$

Если разрешающая способность приборов еще позволяет проводить измерения в условиях тонкого образца, но требует больших поправок, то для измерения параметров резонанса часто используется «метод площадей». Этот метод не требует введения поправок на диплеровское уширение и разрешение прибора, однако он позволяет определять только комбинацию параметров $\sigma_0 \Gamma$. Метод площадей рассмотрен в работах [31].

При измерениях с «толстыми» образцами в условиях хорошего разрешения коэффициент прохождения

$$T(\varepsilon) = \exp \left\{ -\frac{n\sigma_0 d}{1 + \frac{4}{\Gamma^2} (\varepsilon - \varepsilon_r)^2} \right\} \quad (56,14)$$

для значительной части резонансной кривой оказывается близким к нулю. Поэтому измерения коэффициентов прохождения возможны только в областях, соответствующих спаду резонансной кривой. Так, при $n\sigma_0 d > 10$ $T(\varepsilon) \approx 0$, если $\frac{4}{\Gamma^2} (\varepsilon - \varepsilon_r)^2$ меньше единицы. В этих условиях в области, где $T(\varepsilon) \neq 0$, можно пренебречь единицей по сравнению с $\frac{4}{\Gamma^2} (\varepsilon - \varepsilon_r)$ и написать (56,14) в виде

$$T(\varepsilon) \approx \exp \left\{ -\frac{n\sigma_0 \Gamma^2 d}{(\varepsilon - \varepsilon_r)^2} \right\}, \quad \text{если } |\varepsilon - \varepsilon_r| > \frac{\Gamma}{2}. \quad (56,15)$$

Зависимость $T(\varepsilon)$ от энергии в том случае позволяет определить величину $\sigma_0 \Gamma^2$, что в комбинации со значением $\sigma_0 \Gamma$, определяемым из измерений в условиях тонкого образца, дает возможность раздельно определить σ_0 и Γ .

В условиях плохого разрешения ($\Gamma \ll \Omega$) измерения с тонкими образцами вообще невозможны из-за большого снижения максимального значения сечения в резонансе (см. (56,13)). Поэтому необходимо производить измерения с толстыми образцами. В этом случае надо учитывать искажение коэффициента прохождения (56,14), вызываемое

функцией разрешения прибора. Измеряемый коэффициент прохождения будет равен

$$\overline{T(\varepsilon)} = \int R(\varepsilon - \varepsilon') \exp \left\{ -\frac{n\sigma_0 \Gamma^2 d}{(\varepsilon' - \varepsilon)^2} \right\} d\varepsilon'. \quad (56,16)$$

Зная функцию разрешения прибора, с помощью (56,16) можно выразить $\overline{T(\varepsilon)}$ через значение $\sigma_0 \Gamma^2$. Таким образом, измерения с толстыми образцами после введения соответствующих поправок на разрешение приборов позволяют определить комбинацию резонансных параметров $\sigma_0 \Gamma^2$. Из полученной величины

$$\sigma_0 \Gamma^2 = \frac{4\pi}{k^2} g \Gamma_e \Gamma$$

можно сделать заключение о $g\Gamma_e$, если использовать некоторые предположения о величине Γ_γ , которая в области малых энергий нейтрона вместе с Γ_e определяет полную ширину ($\Gamma = \Gamma_e + \Gamma_\gamma$). Используя это значение Γ , получим

$$\sigma_0 \Gamma^2 = \frac{4\pi}{k^2} g (\Gamma_e \Gamma_\gamma + \Gamma_e^2),$$

или

$$\Gamma_e = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\Gamma_\gamma^2 + \frac{k^2 \sigma_0 \Gamma^2}{\pi g}} - \Gamma_\gamma \right\}.$$

§ 57. Эффективные сечения реакций, усредненные по резонансам

Хорошо разрешимые резонансы проявляются при взаимодействии нейронов малых энергий с легкими и средними ядрами. При рассеянии нейронов с энергией, превышающей 10 кэв, на ядрах малого и среднего веса резонансное рассеяние преобладает над радиационным захватом. Например, при энергии нейронов в 1 Мэв в области $A \sim 20$ ширина резонансного рассеяния Γ_e имеет порядок нескольких тысяч эв, а $\Gamma_\gamma \sim 5$ эв. По мере роста энергии падающих нейронов кроме реакции $\sigma(n, n')$, $\sigma(n, \gamma)$ делаются возможными реакции $\sigma(n, p)$ и $\sigma(n, \alpha)$. Поскольку протонам и α -частицам приходится преодолевать потенциальный барьер, то $\Gamma_e > \Gamma_p$ и Γ_α . Так, например, при энергии 5 Мэв эффективные сечения на ядре Al²⁷ имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} \sigma(n, n) + \sigma(n, n') &= 0,8 \text{ барн}, & \sigma(n, p) &= 0,03 \text{ барн}, \\ \sigma(n, \alpha) &= 0,001 \text{ барн}, & \sigma(n, \gamma) &= 5 \cdot 10^{-5} \text{ барн}. \end{aligned}$$

Для тяжелых ядер в области энергий $\varepsilon < 100$ кэв между ширинами радиационного захвата Γ_γ , упругого и неупругого рассеяния нейронов Γ_e , испускания протонов Γ_p и испускания α -частиц Γ_α имеет место следующее неравенство: $\Gamma_\gamma > \Gamma_e > \Gamma_p$ и Γ_α .

У тяжелых ядер расстояния между уровнями промежуточного ядра при захвате нейронов с энергией, превышающей десятки кэв,