функцией разрешения прибора. Измеряемый коэффициент прохождения будет равен

$$\overline{T(\varepsilon)}=\int R(\varepsilon-\varepsilon')\exp\left\{-\frac{n\sigma_0\Gamma^2 d}{(\varepsilon'-\varepsilon_r)^2}\right\}d\varepsilon'. \qquad (56,16)$$

Зная функцию разрешения прибора, с помощью (56,16) можно выразить $\overline{T(\varepsilon)}$ через значение $\sigma_0\Gamma^2$. Таким образом, измерения с толстыми образцами после введения соответствующих поправок на разрешение приборов позволяют определить комбинацию резонансных параметров $\sigma_0\Gamma^2$. Из полученной величины

$$\sigma_0\Gamma^2=\frac{4\pi}{k^2}g\Gamma_e\Gamma$$

можно сделать заключение о $g\Gamma_e$, если использовать некоторые предположения о величине Γ_γ, которая в области малых энергий нейтрона вместе с Γ_e определяет полную ширину $(\Gamma=\Gamma_e+\Gamma_\gamma)$. Используя это значение Γ, получим

$$\sigma_0\Gamma^2=\frac{4\pi}{k^2}g(\Gamma_e\Gamma_\gamma+\Gamma_e^2),$$

или

$$\Gamma_e=\frac{1}{2}\left\{\sqrt{\Gamma_\gamma^2+\frac{k^2\sigma_0\Gamma^2}{\pi g}}-\Gamma_\gamma\right\}.$$

§ 57. Эффективные сечения реакций, усредненные по резонансам

Хорошо разрешимые резонансы проявляются при взаимодействии нейтронов малых энергий с легкими и средними ядрами. При рассеянии нейтронов с энергией, превышающей 10 *кэв*, на ядрах малого и среднего веса резонансное рассеяние преобладает над радиационным захватом. Например, при энергии нейтронов в 1 *Мэв* в области $A\sim 20$ ширина резонансного рассеяния Γ_e имеет порядок нескольких тысяч *эв*, а $\Gamma_\gamma\sim 5$ *эв*. По мере роста энергии падающих нейтронов кроме реакции $\sigma(n,n')$, $\sigma(n,\gamma)$ делаются возможными реакции $\sigma(n,p)$ и $\sigma(n,\alpha)$. Поскольку протонам и α-частицам приходится преодолевать потенциальный барьер, то $\Gamma_e>\Gamma_p$ и Γ_α. Так, например, при энергии 5 *Мэв* эффективные сечения на ядре Al^{27} имеют следующие значения:

$$\sigma(n,n)+\sigma(n,n')=0{,}8\ \textit{барн},\qquad \sigma(n,p)=0{,}03\ \textit{барн},$$
$$\sigma(n,\alpha)=0{,}001\ \textit{барн},\qquad \sigma(n,\gamma)=5\cdot 10^{-5}\ \textit{барн}.$$

Для тяжелых ядер в области энергий $\varepsilon<100$ *кэв* между ширинами радиационного захвата Γ_γ, упругого и неупругого рассеяния нейтронов Γ_e, испускания протонов Γ_p и испускания α-частиц Γ_α имеет место следующее неравенство: $\Gamma_\gamma>\Gamma_e>\Gamma_p$ и Γ_α.

У тяжелых ядер расстояния между уровнями промежуточного ядра при захвате нейтронов с энергией, превышающей десятки *кэв*, уже настолько малы, что не удается разрешить резонансы при помощи имеющихся в настоящее время недостаточно монохроматических пучков нейтронов и из-за допплеровского уширения уровней (см. § 56). Чтобы сравнивать экспериментальные кривые с теоретическими, надо усреднить теоретические эффективные сечения по энергетическому интервалу $\Delta\varepsilon$, включающему много резонансов.

Определим среднее эффективное сечение реакции в интервале $\Delta\varepsilon$ с помощью формулы

$$\langle \sigma_r \rangle = \frac{1}{\Delta\varepsilon} \int\limits_{\varepsilon - \frac{\Delta\varepsilon}{2}}^{\varepsilon + \frac{\Delta\varepsilon}{2}} \sigma_r(\varepsilon)\, d\varepsilon. \tag{57,1}$$

Так как эффективные сечения имеют резкие максимумы в области резонансных энергий ε_{r_i}, то в интеграле (57,1) играют основную роль области энергии, лежащие вблизи резонансных уровней. В каждой из этих областей сечение реакции изображается формулой

$$\sigma_{r_i} = \frac{\pi}{k^2} \frac{\Gamma_{r_i} \Gamma_{e_i}}{(\varepsilon - \varepsilon_i)^2 + \frac{\Gamma_i^2}{4}},$$

поэтому можно написать:

$$\langle \sigma_r \rangle = \frac{\pi}{\Delta\varepsilon} \sum_{r_i} \int \frac{1}{k^2} \frac{\Gamma_{r_i} \Gamma_{e_i}}{(\varepsilon - \varepsilon_i)^2 + \frac{\Gamma_i^2}{4}}\, d\varepsilon.$$

Величины k, Γ_{r_i}, Γ_{e_i} являются медленно меняющимися функциями энергии, поэтому их можно вынести за знак интеграла, а пределы интегрирования при малых Γ (резкий максимум) распространить до $-\infty$ и $+\infty$. Тогда, используя формулу

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{a},$$

получим:

$$\langle \sigma_r \rangle = \frac{2\pi^2 \overline{\Gamma}_r \overline{\Gamma}_e}{k^2 \overline{\Gamma}} \cdot \frac{\nu}{\Delta\varepsilon},$$

где $\nu = \frac{\Delta\varepsilon}{D}$ — число резонансов в интервале $\Delta\varepsilon$; $\overline{\Gamma}_r$, $\overline{\Gamma}_e$ и $\overline{\Gamma}$ — средние значения *) соответствующих ширин резонансов в интервале $\Delta\varepsilon$. Окон-

*) В дальнейшем в этом параграфе будут использоваться только средние значения ширин, поэтому черта над буквой будет опускаться.

чательно получаем, что сечение реакции, усредненное по резонансам, пропорционально средней плотности уровней составного ядра

$$\langle \sigma_r \rangle = \frac{2\pi^2 \Gamma_e \Gamma_r}{k^2 \Gamma D}. \tag{57,2}$$

Если использовать приближенное выражение (55,14) для Γ_e

$$\Gamma_e = \frac{2kD^*}{\pi K},$$

то

$$\langle \sigma_r \rangle = \frac{4\pi D^*}{\pi K D} \frac{\Gamma_r}{\Gamma}.$$

При больших энергиях $\Gamma_r \approx \Gamma$; далее, полагая $D^* \approx D$, имеем:

$$\langle \sigma_r \rangle = \frac{4\pi}{kK}, \tag{57,3}$$

что совпадает с соответствующим сечением нерезонансной теории (см. (55,7)).

Итак, сечение, усредненное по резонансам, должно соответствовать сечению рассеяния на сферической потенциальной яме такой глубины, чтобы внутреннее волновое число нейтрона равнялось K и падающая нейтронная волна полностью поглощалась бы в ядре.

Формулу (57,2) легко обобщить на случай $l \neq 0$. Для этого максимальное возможное значение сечения $\frac{\pi}{k^2}$ при $l = 0$ надо заменить в (57,2) на максимально возможное значение сечения при $l \neq 0$ и величину D отсчитывать между уровнями с данным l. Тогда получим:

$$\langle \sigma_r^{(l)} \rangle = \frac{2\pi^2}{k^2} (2l+1) \frac{\Gamma_e \Gamma_r}{\Gamma D_l}. \tag{57,4}$$

Полное сечение реакции (для всех l) определяется суммированием (57,4) по всем $l \leqslant kd$:

$$\langle \sigma_r \rangle = \sum_l \langle \sigma_r^{(l)} \rangle = 2\pi^2 (d + \lambda\!\!\!^-)^2 \frac{\Gamma_e \Gamma_r}{\Gamma D}.$$

Рассмотрим теперь частный случай реакции — реакцию захвата нейтрона, имеющего орбитальный момент $\hbar l$, с испусканием γ-кванта. Эффективное сечение этой реакции будем кратко обозначать $\sigma^{(l)}(n, \gamma)$. Сечение реакции $\sigma^{(l)}(n, \gamma)$ получается умножением сечения (57,4) на отношение $\frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma_r}$, т. е.

$$\langle \sigma^{(l)}(n, \gamma) \rangle = \frac{2\pi^2}{k^2} (2l+1) \frac{\Gamma_e \Gamma_\gamma}{\Gamma D_l}. \tag{57,5}$$

Как указывалось в начале этого параграфа, при рассеянии нейтронов с энергией, превышающей 10 *кэв* на ядрах среднего и малого атомного веса, $\Gamma_e > \Gamma_\gamma$. Если ширины других реакций также малы, то $\Gamma \approx \Gamma_e$ и усредненное по резонансам сечение радиационного захвата принимает вид

$$\langle \sigma^{(l)}(n, \gamma) \rangle = \frac{2\pi^2}{k^2}(2l+1)\frac{\Gamma_\gamma}{D_l}. \tag{57,6}$$

Если в реакции участвуют только нейтроны с $l = 0$, то

$$\langle \sigma^{(0)}(n, \gamma) \rangle = \frac{2\pi^2}{k^2}\frac{\Gamma_\gamma}{D_0}. \tag{57,7}$$

Таким образом, сечение радиационного захвата изменяется обратно пропорционально энергии относительного движения $\langle \sigma^{(0)}(n, \gamma) \rangle \sim \frac{1}{\varepsilon}$. Этот закон подтверждается экспериментальными данными по радиационному захвату нейтронов вплоть до энергии в 1 *Мэв* [32]. При дальнейшем увеличении энергии в общее сечение захвата нейтрона будут давать вклад и значения $l \neq 0$. Кроме того, надо учесть зависимость от энергии среднего расстояния между уровнями D; все это должно приводить к более медленному убыванию сечения с энергией, чем $\frac{1}{\varepsilon}$. Эффект высоких значений l может быть оценен путем суммирования (57,6) по всем $l \leqslant kd$, тогда

$$\langle \sigma(n, \gamma) \rangle = 2\pi^2 (d + \lambdabar)^2 \frac{\Gamma_\gamma}{D}, \tag{57,8}$$

где $D = \overline{D}_l$. При $\lambdabar \gg d$ формула (57,8) переходит в (57,7).

Формула (57,7) определяет усредненное по резонансам эффективное сечение радиационного захвата нейтронов как функцию радиационной ширины Γ_γ и среднего расстояния между уровнями составного ядра при данном возбуждении.

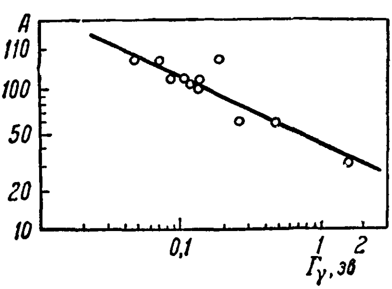

Рис. 61. Зависимость радиационной ширины от атомного веса. Кружки соответствуют экспериментальным значениям.

Радиационная ширина сравнительно хорошо известна для элементов $A > 100$, где $\Gamma_\gamma \approx 0{,}1$ *эв*. При уменьшении массового числа A до 20 значение Γ_γ увеличивается до нескольких *эв*. Рис. 61, заимствованный из работы [33], дает представление о зависимости Γ_γ от A. Пользуясь этими значениями Γ_γ и измеренными величинами $\langle \sigma(n, \gamma) \rangle$, можно с помощью (57,7) вычислить среднее расстояние между уровнями D_0, возбуждаемыми s-нейтронами в составном ядре. В таблице 27 приведены некоторые значения D_0, вычисленные [32] по экспериментальным значениям $\langle \sigma(n, \gamma) \rangle$, при энергии нейтронов, равной 1 *Мэв*.

Таблица 27. Значения D_0 для некоторых ядер

Изотоп	Спин	$\sigma_{тепл}$, *барн*	σ (1 *Мэв*), *барн*	$E_r = \varepsilon_r + E_0$	D_0, *эв*
Na^{23}	$\frac{3}{2}$	0,49	0,26	7,39	$4{,}8 \cdot 10^4$
Mg^{26}	0	0,049	0,6	6,61	$1{,}7 \cdot 10^4$
Al^{27}	$\frac{5}{2}$	0,215	0,37	8,3	$2{,}5 \cdot 10^4$
Ar^{40}	0	1,2	0,93	7,22	$4{,}4 \cdot 10^3$
K^{41}	$\frac{3}{2}$	1,0	2,9	8,27	$1{,}3 \cdot 10^3$
Ca^{48}	0	1,1	1,9	5,39	$1{,}5 \cdot 10^3$
Ni^{64}	0	2,6	5,1	7,34	$2{,}9 \cdot 10^2$
Cu^{63}	$\frac{3}{2}$	4,0	11,4	8,74	$1{,}3 \cdot 10^2$
Ag^{107}	$\frac{1}{2}$	32	85	8,41	6
In^{115}	$\frac{9}{2}$	52	57	8,09	1,9
J^{127}	$\frac{5}{2}$	6,7	105	8,33	3,3
Xe^{136}	0	0,15	1	5,69	$3{,}02 \cdot 10^2$
Ba^{138}	0	0,5	2,3	6,26	$1{,}35 \cdot 10^2$
La^{139}	$\frac{7}{2}$	8,4	5,0	6,55	63
Ce^{140}	0	0,27	5,4	6,85	52
Hg^{204}	0	0,43	102	7,19	1,26
Pb^{208}	0	0,0006	2,0	5,06	61
Bi^{209}	$\frac{9}{2}$	0,017	3,4	5,27	35

Таблица 28. Значение параметров, определяющих среднее расстояние между уровнями возбужденных ядер

A	27	63	115	181	231
β, *Мэв*$^{-1}$	0,45	2	8	10	12
C, *Мэв*$^{-1}$	0,5	0,3	0,02	0,01	0,005

Интересно сравнить эти экспериментальные данные с выводами статистической теории о среднем расстоянии между уровнями. Согласно статистической теории плотность уровней, или среднее число уровней в энергетическом интервале 1 *Мэв*, равное $10^6/D_0$, может быть выражена формулой (см. (25,6))

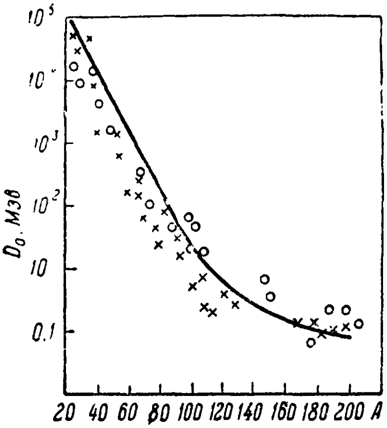

Рис. 62. Зависимость среднего расстояния между уровнями атомного ядра от массового числа.

$$\frac{10^6}{D_0} = C \exp\left(2\sqrt{\beta E^*}\right), \quad (57,9)$$

где E^* — энергия возбуждения ядра; параметры β и C зависят от массового числа ядра. На рис. 62, взятом из работы [32], изображена кривая зависимости D_0 от A на основе формулы (57,9) при значениях параметров, приведенных в таблице 28.

Значения D_0, вычисленные согласно формуле (57,7), отмечены на рис. 62 кружками для немагических ядер четного A и крестиками для немагических ядер нечетного A. Значения D_0 у ядер со спинами $^9/_2$ и $^7/_2$, как отмечается в работе [32], мало отличаются от соответствующих значений D_0 для соседних ядер с меньшими спинами.

§ 58*. Матрица рассеяния для резонансных реакций

В этом параграфе мы изложим более строгую теорию резонансных ядерных реакций. В частности, попытаемся выяснить условия, при которых оправдывается гипотеза Бора о независимости распада составного ядра от способа его образования.

В дальнейшем для простоты будем предполагать, что составное ядро, образующееся в результате реакции, распадается только на две части. В этом случае можно пользоваться понятием канала реакции, введенным в § 50. Задачей теории ядерных реакций является вычисление матрицы рассеяния (или сечения реакции) для каждого канала реакции.

Вследствие малого радиуса действия специфических ядерных сил $3A$-мерное конфигурационное пространство системы A нуклонов для каждого канала реакции может быть разделено на две области: внутреннюю и внешнюю. Внутренней областью будем называть отделенную с помощью замкнутой гиперсферы (σ), введенной Вигнером и Айзенбадом [34], область, в которой проявляются специфические ядерные силы между всеми нуклонами. Внешней областью будем называть область конфигурационного пространства вне гиперсферы σ, в которой между