## § 61. Поляризация нуклонов при ядерном рассеянии

Получение и анализ пучков поляризованных элементарных частиц могут явиться ценным средством изучения взаимодействий, зависящих от спина.

Наиболее удобно создавать пучки поляризованных тепловых нейтронов путем рассеяния на железе в магнитном поле [46].

Методы поляризации быстрых частиц основаны на использовании сильного спин-орбитального взаимодействия при рассеянии этих частиц. Согласно оптической модели ядерных взаимодействий, которая будет рассмотрена в главе XIII, упругое рассеяние нуклонов ядрами характеризуется комплексным потенциалом со спин-орбитальным взаимодействием

$$v(r, \sigma) = -(1 + i\zeta) V(r) + a \frac{1}{r} \frac{dW(r)}{dr} \boldsymbol{\sigma L}, \tag{61,1}$$

где $\boldsymbol{L} = -i[\boldsymbol{r}\nabla]$; $a$ — постоянная, имеющая размерность квадрата длины.

Можно ожидать, что любой процесс рассеяния и ядерные реакции, в которых играет роль спин-орбитальное взаимодействие, приведут к поляризации вылетающих частиц.

Исследуем поляризацию нуклонов, рассеянных ядрами, если взаимодействие между нуклоном и ядром определяется потенциалом (61,1). Для простоты рассмотрим случай, когда спин ядра равен нулю.

Уравнение Шредингера, определяющее процесс рассеяния нуклона на ядре с потенциалом (61,1), может быть записано в виде

$$[\nabla^2 + k^2]\psi = u(\boldsymbol{r}, \sigma)\psi, \quad u(\boldsymbol{r}, \sigma) = \frac{2\mu}{\hbar^2} v(\boldsymbol{r}, \sigma), \tag{61,2}$$

где $\mu$ — приведенная масса нуклона и ядра.

Общее решение (61,2), соответствующее начальному состоянию, определяемому функцией

$$\Phi_a(\boldsymbol{r}, \sigma) = e^{i\boldsymbol{k}_a \boldsymbol{r}} \chi_{{}^1\!/_2 m_s}(\sigma), \tag{61,3}$$

может быть записано в виде (см. § 43)

$$\psi = \Phi_a - \frac{1}{4\pi} \int \frac{\exp(ik\,|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|)}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} u(\boldsymbol{r}', \sigma)\psi(\boldsymbol{r}', \sigma)\, d\boldsymbol{r}', \quad k = |\boldsymbol{k}_a|. \tag{61,4}$$

На больших расстояниях от ядра $k|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'| \approx kr - \boldsymbol{k}_b\boldsymbol{r}'$, $\boldsymbol{k}_b = k\frac{\boldsymbol{r}}{r}$, функция (61,4) может быть представлена в виде

$$\psi = \Phi_a + F_{m_s}(\theta) \frac{\exp(ikr)}{r}, \tag{61,5}$$

где амплитуда рассеяния $F_{m_s}(\theta)$ определяется интегралом

$$F_{m_s}(\theta) = -(4\pi)^{-1} \int \exp(-i\boldsymbol{k}_b\boldsymbol{r}')\, u(\boldsymbol{r}', \sigma)\psi(\boldsymbol{r}', \sigma)\, d\boldsymbol{r}'. \tag{61,6}$$

Для вычисления этого интеграла надо знать решение интегрального уравнения (61,4). При достаточно больших энергиях относительного движения нуклона и ядра можно ограничиться первым борновским приближением. Подставляя в (61,6) вместо $\psi$ функцию начального состояния и значение $u(r, \sigma)$, можно привести (61,6) к виду

$$F_{m_s}(\theta) = \{A(\theta) + \boldsymbol{\sigma n} B(\theta)\} \chi_{\frac{1}{2} m_s}, \tag{61,7}$$

где

$$A(\theta) = \frac{\mu(1+i\zeta)}{2\pi\hbar^2} \int V(r) e^{i(\boldsymbol{k}_a - \boldsymbol{k}_b)\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r} =$$

$$= \frac{2\mu(1+i\zeta)}{\hbar^2} \int V(r) j_0(qr) r^2 dr, \tag{61,8}$$

$$q = |\boldsymbol{k}_a - \boldsymbol{k}_b| = 2k \sin\frac{\theta}{2};$$

$j_0(qr)$ — сферическая функция Бесселя.

$$B(\theta) = -\frac{2\mu a}{4\pi\hbar^2(\boldsymbol{\sigma n})} \int \frac{1}{r}\frac{dW}{dr} e^{-i\boldsymbol{k}_b \boldsymbol{r}} \boldsymbol{\sigma L} e^{i\boldsymbol{k}_a \boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r} =$$

$$= -i\frac{2\mu k^2}{\hbar^2 q} \sin\theta \int j_1(qr)\left(-\frac{a}{r}\frac{dW(r)}{dr}\right) r^3 dr; \tag{61,9}$$

здесь $\boldsymbol{n}$ — единичный вектор, перпендикулярный к плоскости рассеяния и определяемый равенством

$$[\boldsymbol{k}_a, \boldsymbol{k}_b] = \boldsymbol{n} k^2 \sin\theta. \tag{61,10}$$

Если падающие нуклоны не поляризованы, то дифференциальное сечение рассеяния выражается формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2}\sum_{m_s} |F_{m_s}(\theta)|^2 = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2. \tag{61,11}$$

Величина и направление поляризации рассеянных нуклонов характеризуются *вектором поляризации*, который мы определим следующим равенством:

$$\boldsymbol{P} = \frac{(\psi_f, \boldsymbol{\sigma}\psi_f)}{(\psi_f, \psi_f)}, \tag{61,12}$$

где $\psi_f = \psi - \Phi_a$ — волновая функция рассеянных частиц. При этом скобками $(\varphi, \psi)$ сокращенно обозначается, что надо провести суммирование и интегрирование величины $\psi^* \psi$ по всем переменным, которые не измеряются в опыте. В частности, если мы интересуемся вектором поляризации как функцией только угла рассеяния, то надо провести суммирование по спиновым переменным и интегрировать по $r$. Учитывая (61,5), приведем (61,12) к виду

$$\boldsymbol{P}(\theta)=\frac{\frac{1}{2}\sum\limits_{m_s} F^*_{m_s}(\theta)\,\boldsymbol{\sigma}\, F_{m_s}(\theta)}{\frac{1}{2}\sum\limits_{m_s} |F_{m_s}(\theta)|^2}. \tag{61,12a}$$

Подставляя сюда выражение для амплитуды рассеяния (61,7) и учитывая (61,11), получим окончательно:

$$\boldsymbol{P}(\theta)=\boldsymbol{n}\frac{A^*(\theta)B(\theta)+A(\theta)B^*(\theta)}{|A(\theta)|^2+|B(\theta)|^2}=\boldsymbol{n}\frac{A^*(\theta)B(\theta)+A(\theta)B^*(\theta)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}}. \tag{61,13}$$

Таким образом, вектор поляризации направлен параллельно или антипараллельно единичному вектору $\boldsymbol{n}$, который перпендикулярен к плоскости рассеяния. Абсолютная величина вектора поляризации называется *степенью поляризации*.

Если предположить, что потенциальные энергии $V(r)$ и $W(r)$, входящие в (61,1), имеют одинаковую радиальную зависимость, т. е.

$$V(r)=V_0\rho(r), \quad W(r)=W_0\rho(r),$$

то согласно (61,8) и (61,9) имеем:

$$A(\theta)=\frac{2\mu(1+i\zeta)V_0}{\hbar^2}\int\rho(r)j_0(qr)z^2dr, \tag{61,8a}$$

$$B(\theta)=i\frac{2\mu k^2\sin\theta W_0 a}{\hbar^2 q}\int j_1(qr)\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\rho(r)\right)r^3dr. \tag{61,9a}$$

Используя равенство

$$x^2j_0(x)=\frac{d}{dx}(x^2j_1(x))$$

и выполняя в (61,8а) интегрирование по частям, получим:

$$A(\theta)=-\frac{2\mu}{\hbar^2 q}(1+i\zeta)V_0\int j_1(qr)\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\rho(r)\right)r^3dr. \tag{61,8б}$$

С помощью (61,8б) и (61,9а) выражение для вектора поляризации (61,13) приводится к виду

$$\boldsymbol{P}(\theta)=-\boldsymbol{n}\frac{2\frac{\zeta W_0}{(1+\zeta^2)V_0}ak^2}{1+\frac{a^2W_0k^4}{(1+\zeta^2)V_0}\sin^2\theta}\sin\theta. \tag{61,14}$$

Таким образом, в борновском приближении вектор поляризации не зависит от вида функции $\rho(r)$.

Из (61,14) следует, что степень поляризации будет наибольшей при углах рассеяния $\theta\sim 90°$. При не очень больших энергиях степень поляризации пропорциональна величине спин-орбитального взаимодействия ($\sim aW_0$) и отношению $\zeta$ мнимой части оптического потенциала к действительной. Для оценки степени поляризации можно принять $V_0 = W_0$, $a \sim 3 \cdot 10^{-27}$ *см*$^2$; тогда для энергии относительного движения порядка 100 *Мэв* значение $\zeta \sim 0{,}3$, поэтому степень поляризации для угла $\theta \sim 90°$ будет составлять около $20\%$.

Дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных нуклонов имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\mu^2 [(1+\zeta^2) V_0^2 + k^4 a^2 W_0^2 \sin^2\theta]}{\hbar^4 q^2} \left| \int j_1(qr) \left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\rho(r)\right] r^3\, dr \right|^2. \quad (61{,}15)$$

Если предположить, что зависимость потенциалов от радиуса можно представить прямоугольной ямой, т. е.

$$\rho(r) = \begin{cases} 1, & \text{если } r < R, \\ 0, & \text{если } r > R, \end{cases}$$

то

$$-\frac{d}{dr}\rho(r) = \delta(r - R).$$

Тогда выполняя интегрирование в (61,15) и подставляя значение сферической функции Бесселя, получим:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\mu^2 [(1+\zeta^2) V_0^2 + k^4 a^2 W_0^2 \sin^2\theta]}{\hbar^4} \left[\frac{\sin qR}{(qR)^3} - \frac{\cos qR}{(qR)^2}\right]^2 R^6. \quad (61{,}16)$$

Исследуем теперь рассеяние поляризованных нуклонов. Проведем ось квантования $z$ перпендикулярно к плоскости рассеяния, а ось $x$ вдоль направления волнового вектора $\boldsymbol{k}_a$ падающего нуклона. Предположим, что спин нуклона направлен «вверх»; тогда для рассеяния влево от первоначального направления движения нуклона проекции спина и единичного вектора имеют одинаковые знаки, а для рассеяния вправо — противоположные. Пользуясь (61,7), (61,8б) и (61,9а), получим дифференциальное сечение рассеяния нуклонов со спином, направленным «вверх»:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1/2} = |F_{1/2}(\theta)|^2 =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{4\mu^2}{\hbar^4 q^2} \left| \displaystyle\int j_1(qr) \left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\rho(r)\right] r^3 dr \right|^2 (V_0^2 + [W_0 a k^2 \sin\theta - \zeta V_0]^2), & \text{влево;} \\ \dfrac{4\mu^2}{\hbar^4 q^2} \left| \displaystyle\int j_1(qr) \left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\rho(r)\right] r^3 dr \right|^2 (V_0^2 + [W_0 a k^2 \sin\theta + \zeta V_0]^2), & \text{вправо.} \end{cases}$$

Таким образом, интенсивность рассеяния поляризованных нуклонов вправо и влево по отношению к направлению движения первичного пучка различна. Нуклон со спином, направленным «вверх», рассеивается влево с меньшей вероятностью, чем под тем же углом вправо. При ориентации спина «вниз» соотношения вероятностей рассеяния вправо и влево будут обратными.

Исследование поляризации нуклонов при рассеянии на ядрах часто производится с помощью двойного рассеяния. Пучок нуклонов, рассеиваясь на одном из ядер первой мишени, частично поляризуется. Степень поляризации определяется по разности интенсивности пучков (право-левая асимметрия), рассеянных ядрами второй мишени на одинаковые углы вправо и влево. Эти исследования очень сложны из-за малой интенсивности пучков поляризованных нуклонов, полученных при рассеянии на первой мишени. Поэтому в ряде работ использовались поляризованные нуклоны, получаемые в ядерных реакциях на некоторых легких ядрах. Например, часто используют [46, 48] поляризованные ($\sim 400$ *кэв*) нейтроны, испускаемые в реакции $Li^7(p, n)Be^7$.

Кроме рассмотренной выше поляризации нуклонов, возникающей при рассеянии нуклонов, обладающих энергией в несколько сотен *Мэв* на сложных ядрах, представляет большой интерес поляризация нуклонов, возникающая при рассеянии на ядерных резонансных уровнях, расщепленных вследствие спин-орбитального взаимодействия. Такая поляризация теоретически исследовалась впервые Швингером [49] на примере рассеяния нейтронов ($\sim 1$ *Мэв*) на ядре $He^4$.

Рассмотрим поляризацию первоначально неполяризованного пучка нейтронов при рассеянии на ядре $He^4$. Будем предполагать, что в рассеянии участвуют только $s$- и $p$-волны. При рассеянии нейтрона на $He^4$ возможно образование составного ядра $He^5$ в состояниях $s_{1/2}$, $p_{1/2}$, $p_{3/2}$. Состояния $p_{3/2}$ и $p_{1/2}$ соответствуют виртуальным уровням энергии, отстоящим друг от друга, примерно на 1,76 *Мэв* [50]. Когда энергия нейтрона попадает в область резонансной энергии уровня $p_{3/2}$, то рассеиваться главным образом будут нейтроны с поляризацией, параллельной орбитальному моменту. В области резонансной энергии уровня $p_{1/2}$ рассеиваются преимущественно нейтроны с поляризацией, антипараллельной орбитальному моменту.

Можно показать в общем случае (см. § 45 и [51]), что амплитуда рассеяния нуклонов на ядрах, не обладающих спином, может быть представлена в виде (61,7)

$$F(\vartheta) = \{A + \boldsymbol{\sigma n} B\}\,\chi_{\frac{1}{2} m_s}, \tag{61,7а}$$

т. е. в виде суммы двух слагаемых, из которых первое не зависит от ориентации спина относительно вектора $\boldsymbol{n}$, перпендикулярного к плоскости рассеяния, а второе зависит от этой ориентации. Вектор поляризации в общем случае также будет определяться выражением типа (61,13), т. е.

$$\boldsymbol{P}(\vartheta) = \boldsymbol{n}\,\frac{A^*B + AB^*}{|A|^2 + |B|^2}. \tag{61,13а}$$

При этом

$$|A|^2 + |B|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega}. \tag{61,13б}$$

Из (61,13а) следует, что поляризация при рассеянии возможна лишь в том случае, когда в (61,7а) одновременно отличны от нуля оба слагаемых. Таким образом, при рассеянии неполяризованных нейтронов на ядрах возникнет поляризация упруго-рассеянных нейтронов, если амплитуда рассеяния будет содержать слагаемое, зависящее от ориентации спина, и слагаемое, не зависящее от ориентации спина. Поляризация обусловлена интерференцией между этими двумя частями рассеяния. Большие значения степени поляризации возможны в том случае, когда величина интерференции сравнима с величиной сечения рассеяния. В приведенном выше примере рассеяния нейтронов на $He^4$ интерференция $s$-рассеяния с $p_{3/2}$- и $p_{1/2}$-рассеяниями, обладающими очень широкими резонансами, велика в области некоторых энергий и приводит к значительной степени поляризации. По расчетным данным Сигрейва [52] в области энергии около 1 *Мэв* поляризация при рассеянии под углом 90° (в системе центра инерции) достигает 80%, затем при энергии порядка 2,5 *Мэв* вектор поляризации меняет знак, и в области энергий $\sim$ 6 *Мэв* спепень поляризации достигает также значения 80%, а затем остается еще значительной примерно до 20 *Мэв*.

Можно ожидать также большой поляризации протонов при рассеянии на $He^4$, так как составное ядро $Li^5$ имеет виртуальные уровни энергии $p_{3/2}$ и $p_{1/2}$, подобные соответствующим уровням энергии зеркального составного ядра $He^5$.

Рассеяние нейтронов и протонов на $He^4$ является одним из методов для получения и анализа пучков поляризованных нуклонов. При этом при рассеянии нейтронов на $He^4$ поляризационные эффекты проявляются только в определенном интервале энергий (1—20 *Мэв*). Вследствие того, что протоны можно замедлять (путем ионизационного торможения) без деполяризации, то с помощью рассеяния замедленных (до желаемых энергий) протонов на $He^4$ можно исследовать поляризацию протонов, имеющих энергию, превышающую 30 *Мэв*.

Для получения и анализа поляризованных нейтронов также используют ядра $C^{12}$ (составное ядро $C^{13}$ имеет резонансные уровни $d_{3/2}$ при 2,95 *Мэв* и $s_{1/2}$ при 3,04 *Мэв*) и $O^{16}$.

Рассмотрим теперь теорию поляризации нейтронов на ядрах с нулевым спином, когда в рассеянии существенны только фазовые смещения $\delta_0$, $\delta_{1/2}$, $\delta_{3/2}$ соответственно для состояний $s_{1/2}$, $p_{1/2}$ и $p_{3/2}$. Вектор поляризации в случае рассеяния, определяемого фазовыми смещениями, выражается формулой (61,13а), где согласно § 45 величины $A$ и $B$, определяющие амплитуду рассеяния, равны

$$A = \frac{1}{k}\left\{\exp(i\delta_0)\sin\delta_0 + [2\exp(i\delta_{3/2})\sin\delta_{3/2} + \exp(i\delta_{1/2})\sin\delta_{1/2}]\cos\theta\right\},$$

$$B = \frac{i\sin\theta}{k}\left\{\exp(i\delta_{3/2})\sin\delta_{3/2} - \exp(i\delta_{1/2})\sin\delta_{1/2}\right\}.$$

Подставляя эти значения в (61,13б) и (61,13а), получим дифференциальное сечение реакции

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |A|^2 + |B|^2 = \frac{1}{k^2}\left\{\left[\sin^2\delta_0 + 2\sin^2\delta_{3/2} + \sin^2\delta_{1/2}\right]^2 + \right.$$
$$+ \left[\frac{1}{2}\sin 2\delta_0 + \sin 2\delta_{3/2} + \frac{1}{2}\sin 2\delta_{1/2}\right]^2 +$$
$$\left. + \frac{\sin^2\theta}{4}(\sin 2\delta_{3/2} - \sin 2\delta_{1/2})^2 + \sin^2\theta\,(\sin^2\delta_{3/2} - \sin^2\delta_{1/2})^2\right\} \qquad (61,17)$$

и вектор поляризации

$$\boldsymbol{P}(\theta) = \boldsymbol{n}\,\frac{2\sin\theta}{k^2}\left\{\frac{1}{2}(\sin 2\delta_{3/2} - \sin 2\delta_{1/2})\left(\frac{1}{2}\sin 2\delta_0 + \sin 2\delta_{3/2} + \right.\right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\sin 2\delta_{1/2}\right) + (\sin^2\delta_{3/2} - \sin^2\delta_{1/2})(\sin^2\delta_0 + 2\sin^2\delta_{3/2} +$$
$$\left. + \sin^2\delta_{1/2})\right\}\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right]^{-1}. \qquad (61,18)$$

Фазовые смещения $\delta_0$, $\delta_{3/2}$, $\delta_{1/2}$, зависящие от энергии, определяют дифференциальное сечение рассеяния и вектор поляризации, а также их зависимость от энергии.

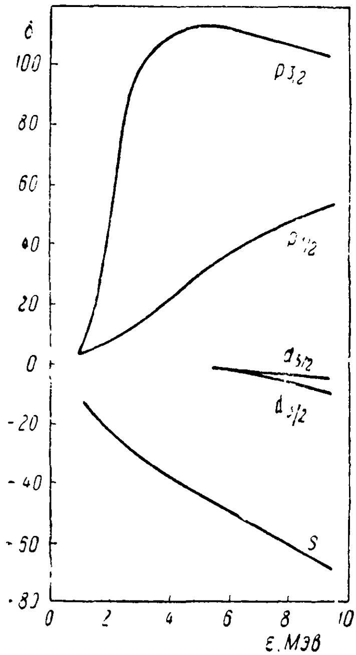


Рис. 63. Фазовые смещения для упругого рассеяния протонов на $He^4$ как функции энергии протонов.

При рассеянии нейтронов фазовые смещения $\delta_i$ можно представить в виде суммы двух членов

$$\delta_i = \beta_i + \gamma_i, \qquad (61,19)$$

где $\beta_i$ — фазовые смещения, описывающие нерезонансное рассеяние, и $\gamma_i$ — фазовые смещения, описывающие резонансное рассеяние. Зависимость $\gamma_i$ от энергии $\varepsilon$ относительного движения нейтрона и ядра определяется через энергию $\varepsilon_i$ и ширину $\Gamma_i$ резонанса

$$\operatorname{tg}\gamma_i = \frac{\Gamma_i}{\varepsilon_i - \varepsilon}. \qquad (61,20)$$

Если рассеиваются протоны, то фазовое смещение можно представить в виде суммы трех членов:

$$\delta_i = \beta_i + \gamma_i + \alpha_l,$$

где $\beta_i$ и $\gamma_i$ — имеют тот же смысл, что и для нейтронов, а $\alpha_l$ — фазовое смещение, обусловленное кулоновским полем, для состояния с орбитальным моментом количества движения $l$:

$$\alpha_l = \arg \Gamma\left(l + i\,\frac{Ze^2\mu}{\hbar^2 k}\right);$$

здесь $\mu$ — приведенная масса, знаком arg указано, что надо взять аргумент от гамма-функции Г. На рис. 63 изображены по данным работы [53] фазовые смещения, определяющие рассеяние протонов на ядре $He^4$ в области энергий от 1 до 10 *Мэв*. С помощью этих значений фазовых смещений по формулам (61,14) и (61,15) можно рассчитывать дифференциальное сечение упругого рассеяния и степень поляризации при упругом рассеянии протонов на ядрах $He^4$.