правлении радиуса-вектора $\boldsymbol{r}$. Поэтому асимптотическое значение (62,46) при больших r можно записать в виде

$$\Psi_a(\boldsymbol{r}, \xi) = \Phi_a(\boldsymbol{r}, \xi) + \sum_b A_{ba}\varphi_b(\xi)\frac{\exp(ik_b r)}{r}, \qquad (62,47)$$

где

$$A_{ba} = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\int \varphi_b^*(\xi)\, e^{-i\boldsymbol{k}_b\boldsymbol{r}}\, V(\boldsymbol{r}, \xi)\, \Psi_a(\boldsymbol{r}, \xi)\, d\boldsymbol{r}\, d\xi$$

или

$$A_{ba} = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}(\Phi_b,\ V\Psi_a) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}(\Phi_b,\ T\Phi_a). \qquad (62,48)$$

Равенство (62,48) определяет связь между амплитудой рассеяния из состояния a в состояние b и матрицей

$$T_{ba} = (\Phi_b,\ T\Phi_a).$$

Чтобы определить дифференциальное эффективное сечение рассеяния, достаточно учесть, что поток частиц в единицу телесного угла в направлении $\boldsymbol{k}_b$ выражается через амплитуду рассеяния простой формулой

$$\frac{\hbar k_b}{\mu}|A_{ba}|^2.$$

Разделив это выражение на плотность потока падающих частиц, получим искомое эффективное сечение

$$\frac{d\sigma_{ba}}{d\Omega} = \frac{k_b}{k_a}|A_{ba}|^2. \qquad (62,49)$$

§ 63. Эрмитовский оператор рассеяния

Введенный в предыдущем параграфе оператор $\mathscr{T}$ (или T) не является унитарным и эрмитовским. Покажем теперь, что можно ввести эрмитовский оператор рассеяния, который также позволяет решать любую задачу рассеяния.

Наряду с исследованными в предыдущем параграфе операторами $U_+(t)$, $U_-(t)$, $S \equiv U_+(\infty)$ и $S^{-1} \equiv U_-(-\infty)$, введем оператор

$$U_1(t) = U_+(t)\frac{2}{1+S} = U_-(t)\frac{2}{1+S^{-1}}. \qquad (63,1)$$

Поскольку операторы S и S^{-1} не зависят от времени, то оператор $U_1(t)$ удовлетворяет тому же дифференциальному уравнению, что и $U_\pm(t)$, т. е.

$$\left[i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - W(t)\right]U_1(t) = 0. \qquad (63,2)$$

Вместо (63,2) напишем интегральные уравнения:

$$\left.\begin{aligned} U_1(t) &= U_1(\infty) + \frac{i}{\hbar}\int\limits_t^{\infty} W(x)\,U_1(x)\,dx, \\ U_1(t) &= U_1(-\infty) - \frac{i}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{t} W(x)\,U_1(x)\,dx. \end{aligned}\right\} \tag{63,3}$$

Из (63,1) следует при учете (62,8), что

$$U_1(-\infty) = \frac{2}{1+S}, \tag{63,4}$$

$$U_1(\infty) = \frac{2S}{1+S}. \tag{63,5}$$

Из (63,4) и (63,5) следуют два равенства:

$$\left.\begin{aligned} U_1(\infty) + U_1(-\infty) &= 2, \\ U_1(\infty) &= U_1^{\dagger}(-\infty). \end{aligned}\right\} \tag{63,6}$$

Этим равенствам можно удовлетворить, положив

$$\left.\begin{aligned} U_1(\infty) &= 1 - \frac{i}{2}K, \\ U_1(-\infty) &= 1 + \frac{i}{2}K, \end{aligned}\right\} \tag{63,7}$$

где K — эрмитовский оператор, т. е. $K^{\dagger} = K$. Из соотношений (63,4) и (63,5) далее следует

$$\frac{U_1(\infty)}{U_1(-\infty)} = S. \tag{63,7a}$$

Используя теперь (63,7), получим связь операторов рассеяния S и K:

$$S = \frac{1 - \frac{i}{2}K}{1 + \frac{i}{2}K}. \tag{63,8}$$

Используя далее равенство $\mathcal{T} = S - 1$, найдем связь между операторами рассеяния K и $\mathcal{T}$:

$$-iK = \mathcal{T} + \frac{i}{2}K\mathcal{T}. \tag{63,9}$$

Из (63,3) и (63,7) следует, что

$$K = \frac{1}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{\infty} W(t)\,U_1(t)\,dt.$$

Учитывая это равенство, вычислим матрицу K_{ba}, используя (62,5) и (62,11):

$$K_{ba} \equiv (\Phi_b, K\Phi_a) = (\Phi_b, V\varphi_a^1(E_b)), \tag{63,10}$$

где

$$\varphi_a^1(E_b) = \lim_{\eta \to 0} \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{i(E_b - H_0)\frac{t}{\hbar} - \eta\frac{|t|}{\hbar}\right\} U_1(t)\, dt\, \Phi_a.$$

Полагая

$$e^{i(E_a - H_0)\frac{t}{\hbar}} U_1(t)\, \Phi_a = \Psi_a^1, \tag{63,11}$$

получим:

$$\varphi_a^1(E_b) = 2\pi\delta(E_a - E_b)\, \Psi_a^1. \tag{63,12}$$

Вводя новую эрмитовскую матрицу $\boldsymbol{K}_{ba}$ (*матрицу реакции*) соотношением

$$K_{ba} = 2\pi\delta(E_a - E_b)\, \boldsymbol{K}_{ba}, \tag{63,13}$$

с помощью (63,12) преобразуем (63,10) к виду

$$\boldsymbol{K}_{ba} = (\Phi_b, V\Psi_a^1). \tag{63,14}$$

Выведем теперь уравнение для функции Ψ_a^1. Для этого сложим уравнения (63,3) и, учитывая (63,6) получим:

$$U_1(t) = 1 - \lim_{\eta \to 0} \frac{i}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sign}(t - t')\, W(t')\, U_1(t')\, dt', \tag{63,15}$$

где $\operatorname{sign}(t - t') = \frac{t - t'}{|t - t'|}$ — знаковая функция. Умножая (63,15) слева на $\exp\left\{i(E_a - H_0)\frac{t}{\hbar}\right\}$ и справа на Φ_a, найдем, принимая во внимание (63,11):

$$\Psi_a^1 = \Phi_a + \mathscr{P}(E_a - H_0)^{-1} V\Psi_a^1, \tag{63,16}$$

где знак $\mathscr{P}$ обозначает, что надо взять главное значение интеграла

$$\mathscr{P}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)}{x}\, dx \equiv \lim_{\eta \to 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2 + \eta^2} f(x)\, dx.$$

Интегральное уравнение (63,16) можно рассматривать как формальное решение дифференциального уравнения

$$(E_a - H_0)\, \Psi = V\Psi,$$

соответствующее стоячим волнам, а не расходящимся, как решения (62,27а), или сходящимся, как решения (62,27б). Частные случаи уравнений типа (63,16) рассмотрены при исследовании рассеяния частицы в центрально-симметричном поле в § 44.

Матрица K_{ba} может быть найдена из условия экстремума при независимом варьировании Ψ^1_a и Ψ^1_b одного из функционалов

$$\{K_{ba}\} = (\Phi_b,\ V\Psi^1_a) + (\Psi^1_b,\ V\Phi_a) - \\ - (\Psi^1_b,\ V[1 - \mathscr{P}(E - H_0)^{-1} V]\Psi^1_a), \qquad (63,17)$$

$$\{K_{ba}\} = \frac{(\Phi_b,\ V\Psi^1_a)(\Psi^1_b,\ V\Phi_a)}{(\Psi^1_b,\ V[1 - \mathscr{P}(E - H_0)^{-1} V]\Psi^1_a)}. \qquad (63,17\text{a})$$

Действительно, легко убедиться в том, что условия экстремумов функционалов (63,17) и (63,17а) приводят к уравнению (63,16) для Ψ^1_a. Их экстремальное значение равно

$$\{K_{ba}\}_{\text{экстр}} = (\Phi_b,\ V\Psi^1_a) = (\Psi^1_b,\ V\Phi_a). \qquad (63,18)$$

Определим теперь связь матриц T_{ba} и K_{ba}, относящихся к состояниям a и b, лежащим на одной и той же энергетической поверхности. Для этого подставим в матричное уравнение, получаемое из (63,9):

$$-iK_{ba} = \mathscr{T}_{ba} + \frac{i}{2}\sum_c K_{bc}\mathscr{T}_{ca},$$

выражения (62,25) и (63,13). Тогда получим:

$$K_{ba} = T_{ba} + i\pi\sum_c K_{bc}T_{ca}\delta(E_c - E_a). \qquad (63,19)$$

Уравнение (63,19) в принципе позволяет выразить матрицу T_{ba} через K_{ba}, и наоборот. Эта связь матриц K_{ba} и T_{ba} проявляется более наглядно, если эрмитовскую матрицу K_{ba} преобразовать к диагональному виду. Для этого надо решить систему уравнений, определяющую собственные значения K_A и собственные функции $X_A(a)$ матрицы K_{ba}:

$$\sum_a K_{ba}\delta(E_a - E_A)X_A(a) = K_A X_A(b). \qquad (63,20)$$

В силу эрмитовости матрицы K_{ba} ее собственные значения K_A вещественны, а собственные функции $X_A(a)$ ортогональны и их можно нормировать

$$\left.\begin{aligned} &\sum_a X^*_A(a)\,\delta(E_a - E_A)\,X_B(a) = \delta_{AB}, \\ &\sum_A X^*_A(a)\,\delta(E_a - E_A)\,X_A(b) = \delta_{ab}. \end{aligned}\right\} \qquad (63,21)$$

Используя (63,21), находим из (63,20):

$$K_{ba} = \sum_A X^*_A(a)\,K_A X_A(b). \qquad (63,22)$$

Определим теперь диагональную матрицу T_A с помощью соотношения

$$T_{ba} = \sum_A X_A^*(a)\, T_A X_A(b). \tag{63,23}$$

Подставляя (63,22) и (63,23) в (63,19) и используя (63,21), получим:

$$\sum_A X_A^*(a)\{T_A + i\pi K_A T_A - K_A\} X_A(b) = 0,$$

откуда следует

$$T_A = \frac{K_A}{1 - i\pi K_A}. \tag{63, 24}$$

Диагональные матрицы K_A и T_A могут быть выражены через вещественные фазовые смещения δ_A:

$$K_A = -\frac{1}{\pi}\operatorname{tg}\delta_A; \quad T_A = -\frac{1}{\pi}\sin\delta_A e^{i\delta_A}. \tag{63,25}$$

Из (63,25) и (63,24) следует, что $|T_A|^2$ принимает значения, не превышающие π^{-2}; величина же $|K_A|^2$ может принимать любые значения.

Подставляя в (62,28) значения (63,23) и (63,25), получим для вероятности перехода в единицу времени из состояния a в состояние b:

$$P_{ba} = \frac{2}{\pi\hbar}\delta(E_a - E_b)\left|\sum_A \sin\delta_A e^{i\delta_A} X_A^*(b)\, X_A(a)\right|^2. \tag{63,26}$$

Полная вероятность перехода в единицу времени из состояния a в любое возможное состояние той же энергии согласно (62,28) может быть записана в виде

$$P_a \equiv \sum_b P_{ba} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_b \delta(E_a - E_b)\,|T_{ba}|^2. \tag{63,27}$$

Покажем, что эта вероятность выражается через мнимую часть диагонального элемента матрицы рассеяния T_{ba} формулой

$$P_a = -\frac{2}{\hbar}\operatorname{Im} T_{aa}. \tag{63,27a}$$

Для вывода (63,27а) вспомним связь между операторами рассеяния $\mathcal{T}$ и S:

$$\mathcal{T} = S - 1.$$

Из условия унитарности оператора $S\,(S^\dagger S = 1)$ тогда следует

$$\mathcal{T}^\dagger\mathcal{T} = -(\mathcal{T} + \mathcal{T}^\dagger),$$

или в явном виде

$$\sum_c \mathcal{T}^\dagger_{ac}\mathcal{T}_{cb} = -(\mathcal{T}_{ab} + \mathcal{T}^\dagger_{ab}).$$

Подставляя в полученное равенство (62,25), находим:

$$2\pi \sum_c \delta(E_a - E_c) T^{\dagger}_{ac} T_{cb} = i(T_{ab} - T^{*}_{ba}).$$

Положим здесь $a = b$; тогда

$$2\pi \sum_c \delta(E_a - E_c) \, |T_{ac}|^2 = -2 \operatorname{Im} T_{aa}.$$

Подставляя это равенство в (63,27), получим (63,27а).

Полную вероятность перехода в единицу времени из состояния a во все другие состояния получим из (63,27а), используя (63,23) и (63,25):

$$P_a = \frac{2}{\pi\hbar} \sum_A \sin^2 \delta_A \, |X_A(a)|^2. \qquad (63,28)$$

В частном случае рассеяния частицы в центрально-симметричном поле диагональная матрица $\boldsymbol{K}_A$ соответствует состояниям с определенным моментом количества движения $\boldsymbol{K}_A = \boldsymbol{K}_l$, а волновые функции $X_A(a)$ должны быть пропорциональны сферическим функциям

$$X_A(a) = \alpha Y_{lm}(\boldsymbol{n}_a)$$

от углов, определяющих направление волнового вектора $\boldsymbol{k}_a = \boldsymbol{n} k_a$ плоской волны начального состояния. Коэффициент пропорциональности α определяется из условия нормировки (63,21):

$$1 = \sum_a X^{*}_A(a) X_A(a) \delta(E_a - E_b) = \alpha^2 \int Y^{*}_{lm} Y_{lm} \rho(E_a) \, d\Omega, \qquad (63,29)$$

где $\rho(E_a)\,d\Omega$ — число состояний в единичном интервале энергий с волновыми векторами $\boldsymbol{k}_a$, лежащими в элементе телесного угла $d\Omega$. В нерелятивистском случае

$$\rho(E_a)\,d\Omega = \frac{k_a^2}{8\pi^3 \hbar v_a} \, d\Omega,$$

где v_a — скорость относительного движения. Из (63,29) следует, что

$$\alpha = \frac{(8\pi^3 \hbar v_a)^{1/2}}{k_a};$$

поэтому

$$X_A(a) = \frac{(8\pi^3 \hbar v_a)^{1/2}}{k_a} Y_{lm}(\boldsymbol{n}_a). \qquad (63,30)$$

Подставляя (63,30) в (63,28), имеем:

$$P_a = \frac{16\pi^2 v_a}{k_a^2} \sum_{l,\,m} \sin^2 \delta_l \, |Y_{lm}|^2 = \frac{4\pi v_a}{k_a^2} \sum_l (2l + 1) \sin^2 \delta_l,$$

так как

$$\sum_m |Y_{lm}|^2 = \frac{2l+1}{4\pi}.$$

Поэтому полное сечение рассеяния

$$\sigma = \frac{P_a}{v_a} = \frac{4\pi}{k_a^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l.$$

Для определения вероятности перехода в единицу времени из состояния с волновым вектором k_a в состояние с волновым вектором k_b подставим (63,30) в (63,26). Тогда

$$P_{ba} d\Omega = \frac{128\pi^5 \hbar v_a^2}{k_a^4} \rho(E_a) \left| \sum_{l,\, m} \sin \delta_l e^{i\delta_l} Y_{lm}^*(n_b) Y_{lm}(n_a) \right|^2 d\Omega.$$

Подставляя $\rho(E_a)$ и учитывая, что

$$\sum_m Y_{lm}^*(n_a) Y_{lm}(n_b) = \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\cos\vartheta),$$

где ϑ — угол между векторами k_a и k_b, получим дифференциальное сечение рассеяния

$$d\sigma(\vartheta) = \frac{1}{k_a^2} \left| \sum_l (2l+1) \sin \delta_l e^{i\delta_l} P_l(\cos\vartheta) \right|^2 d\Omega.$$

В качестве примеров применения изложенного выше формализма Липмана и Швингера рассмотрим два случая.

а) Рассеяние нейтронов малой энергии на свободном протоне. В системе центра инерции оператор кинетической энергии

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2 \nabla_x^2}{2\mu},$$

где $\mu = \frac{M}{2}$ — приведенная масса сталкивающихся частиц, а энергия взаимодействия $V = V(x)$, где $x = r_n - r_p$. Если радиус действия ядерных сил равен b, а энергия относительного движения такова, что $kb \ll 1$, то волновая функция начального и конечного состояний

$$\Phi_a = e^{ik_a x} \approx 1, \quad \Phi_b = e^{ik_b x} \approx 1,$$

а матрица рассеяния

$$T_{ba} = (\Phi_b,\ V(x) \Psi_a(x)) = \int V(x) \Psi_a(x)\, dx,$$

где Ψ_a является решением интегрального уравнения

$$\Psi_a + \frac{1}{\mathcal{H}_0} V \Psi_a = \Phi_a \approx 1. \qquad (63,31)$$

Далее, в силу (63,23) и (63,30)

$$T_{ba}=\frac{8\pi^3\hbar v_a}{k_a^2}\sum_{l,\,m}Y_{lm}^*(\boldsymbol{n}_a)\,T_l Y_{lm}(\boldsymbol{n}_b),$$

или, поскольку $v_a=\frac{\hbar k_a}{\mu}$,

$$T_{ba}=\frac{8\pi^3\hbar^2}{\mu k_a}\sum_{l,\,m}Y_{lm}^*(\boldsymbol{n}_a)\,T_l Y_{lm}(\boldsymbol{n}_b).$$

При малых энергиях отлично от нуля только слагаемое, содержащее T_0, следовательно, имеем:

$$T_{ba}=\frac{2\pi^2\hbar^2}{\mu k_a}T_0.$$

Далее, учтя (63,25), выразим T_0 через фазу рассеяния δ_0, тогда $T_0=-\frac{1}{\pi}\sin\delta_0\cdot e^{i\delta_0}\approx-\frac{\delta_0}{\pi}$, и, вводя амплитуду рассеяния a с помощью равенства $\delta_0=k_a a$, получим:

$$T_{ba}=-\frac{2\pi\hbar^2 a}{\mu}. \tag{63,32}$$

При учете спинов амплитуду рассеяния в (63,32) следует рассматривать как оператор, действующий на спиновые координаты протона и нейтрона:

$$a=\frac{3a_t+a_s}{4}+(a_t-a_s)\frac{\boldsymbol{\sigma}_n\boldsymbol{\sigma}_p}{4},$$

где a_s — амплитуда рассеяния для синглетного спинового состояния; a_t — амплитуда рассеяния для триплетного спинового состояния; $\boldsymbol{\sigma}_n$ и $\boldsymbol{\sigma}_p$ — векторные матрицы Паули, действующие соответственно на спиновые переменные нейтрона и протона.

Формула (63,32) справедлива и для случая рассеяния нейтрона на протоне, жестко связанном в молекуле массы AM, когда приведенная масса $\mu=\frac{AM}{A+1}$; если обозначить соответствующую амплитуду рассеяния через $a_{\text{связ}}$, а амплитуду рассеяния на свободном протоне $\left(\mu=\frac{M}{2}\right)$ через $a_{\text{своб}}$, то в силу (63,32) должно выполняться равенство

$$T_{ba}\equiv\int V(x)\,\Psi(x)\,dx=\frac{2\pi\hbar\,(A+1)}{AM}a_{\text{связ}}=-\frac{4\pi\hbar^2 a_{\text{своб}}}{M}. \tag{63,33}$$

Из (63,33) следует уже знакомое нам соотношение между амплитудами рассеяния нейтрона на свободном и связанном протоне

$$a_{\text{связ}}=\frac{2A}{A+1}a_{\text{своб}}. \tag{63,34}$$

б) Рассеяние нейтронов малой энергии на протоне, входящем в состав молекулы. Предположим, что нейтрон (масса M) рассеивается на протоне, входящем в состав молекулы массы AM. Тогда в системе общего центра инерции нейтрона и молекулы

$$H_0 = \frac{\hat{p}_n^2}{2\mu} + H_{\text{м}},$$

где $\mu = \dfrac{AM}{A+1}$; $\hat{p}_n$ — оператор импульса относительного движения нейтрона и молекулы; $H_{\text{м}}$ — оператор Гамильтона молекулы, действующий на внутренние координаты молекулы, включая координаты протона. Все эти внутримолекулярные координаты мы будем обозначать одной буквой r.

Введем далее оператор кинетической энергии относительного движения нейтрона и протона $\mathscr{H}_0 = \dfrac{p_x^2}{M}$ и запишем функционал (62,29), определяющий матрицу T_{ba}, в виде

$$\{T_{ba}\} = (\Phi_b,\ V\Psi_a^+) + (\Psi_b^-,\ V\Phi_a) - (\Psi_b^-,\ V\Psi_a^+) - \\ - \left(\Psi_b^-, V\frac{1}{\mathscr{H}_0}V\Psi_a^+\right) + \left(\Psi_b, V\left[\frac{1}{E-H_0+i\eta} + \frac{1}{\mathscr{H}_0}\right]V\Psi_a^+\right), \quad (63,35)$$

где Φ_a и Φ_b — волновые функции начального и конечного состояний, которые можно представить соответственно в виде

$$\left.\begin{aligned} \Phi_a(r_n,\ r) &\equiv e^{ik_a r_n}\chi_a(r) = e^{i(k_a x + k_a r_p)}\chi_a(r), \\ \Phi_b(r_n,\ r) &\equiv e^{ik_b r_n}\chi_b(r) = e^{i(k_b x + k_b r_p)}\chi_b(r); \end{aligned}\right\} \quad (63,36)$$

здесь $\boldsymbol{r}_n$, $\boldsymbol{r}_p$ — соответственно координаты нейтрона и протона относительно центра инерции молекулы; $\chi_a(r)$ и $\chi_b(r)$ — волновые функции, определяющие внутримолекулярные состояния; $V = V(\boldsymbol{r}_n - \boldsymbol{r}_p) \equiv V(\boldsymbol{x})$ — потенциал взаимодействия между нейтроном и протоном.

Обычно последний интеграл в (63,35) мал по сравнению с другими и в первом приближении исследуют функционал

$$\{T^1\} = (\Phi_b,\ V\Psi_a^+) + (\Psi_b^-,\ V\Phi_a) - (\Psi_b^-,\ V\Psi_a^+) - \left(\Psi_b^-,\ V\frac{1}{\mathscr{H}_0}V\Psi_a^+\right). \quad (63,37)$$

Условие экстремума функционала (63,37) относительно независимой вариации функций Ψ_a^+ и Ψ_b^- сводится к двум интегральным уравнениям

$$\left.\begin{aligned} \Psi_a^+ + \frac{1}{\mathscr{H}_0}V\Psi_a^+ &= \Phi_a(r_n,\ r), \\ \Psi_b^- + \frac{1}{\mathscr{H}_0}V\Psi_b^- &= \Phi_b(r_n,\ r). \end{aligned}\right\} \quad (63,38)$$

Обозначим радиус действия потенциала $V(x)$ через d. При малых энергиях нейтрона ($k_a d \ll 1$) в (63,36) можно положить $e^{ik_a x} \approx e^{ik_b x} \approx 1$. Тогда (63,38) примет вид

$$\left.\begin{aligned} \Psi_a^+ + \frac{1}{\mathcal{H}_0} V \Psi_a^+ &= e^{ik_a r_p} \chi_a(r), \\ \Psi_b^- + \frac{1}{\mathcal{H}_0} V \Psi_b^- &= e^{ik_b r_p} \chi_b(r). \end{aligned}\right\} \tag{63,39}$$

Сравнивая (63,39) с (63,31), мы найдем

$$\Psi_a^+ = e^{ik_a r_p} \chi_a(r)\, \Psi(x),$$
$$\Psi_b^- = e^{ik_b r_p} \chi_b(r)\, \Psi(x).$$

Теперь матричный элемент T_{ba} можно записать в виде

$$T_{ba} = (\Phi_b,\ V(x)\Psi_a^+) = \int V(x)\Psi(x)\,dx \int \chi_b^*(r)\chi_a(r)\exp\left(i[\boldsymbol{k}_a - \boldsymbol{k}_b]\boldsymbol{r}_p\right)d\boldsymbol{r}.$$

В примере а) было показано (см. (63,33)), что

$$\int V(x)\Psi(x)\,dx = -\frac{4\pi\hbar^2}{M} a_{\text{своб}},$$

поэтому

$$T_{ba} = -\frac{4\pi\hbar^2}{M} a_{\text{своб}} \int \chi_b^*(r)\chi_a(r)\exp\left(i[\boldsymbol{k}_a - \boldsymbol{k}_b]\boldsymbol{r}_p\right)d\boldsymbol{r}.$$

Этот результат был получен впервые Ферми и носит название «*приближение Ферми*».

Если учесть последний член

$$\left(\Psi_b^-,\ V\left[\left\{E_a + i\eta - \frac{p_n^2}{2\mu} - H_{\text{м}}\right\}^{-1} + \left(\frac{p_x^2}{M}\right)^{-1}\right] V\Psi_a^+\right)$$

в функционале (63,35), то можно найти поправку [5,6] к приближению Ферми.

§ 64. Рассеяние заряженных частиц

Если наряду с ядерным взаимодействием V между сталкивающимися частицами действуют кулоновские силы с потенциалом $V_Q = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$, где eZ_1 и eZ_2 — электрические заряды частиц, то вследствие медленного убывания потенциала V_Q с расстоянием падающая и рассеянные волны искажаются кулоновским полем даже на бесконечном расстоянии (если не учитывать экранировки кулоновского поля атомными электронами). Наличие кулоновского взаимодействия значительно усложняет математическое описание процесса рассеяния, так как в этом случае относительное движение частиц в начальном и конечном состояниях нельзя описывать плоскими волнами. Поэтому весьма желательно выделить влияние кулоновского взаимодействия из общего взаимодей-