энергиях нейтрона ($k_a d \ll 1$) в (63,36) можно положить $e^{i k_a x} \approx e^{i k_b x} \approx 1$. Тогда (63,38) примет вид

$$\left.\begin{aligned} \Psi_a^+ + \frac{1}{\mathscr{H}_0} V \Psi_a^+ &= e^{i k_a r_p} \chi_a(r), \\ \Psi_b^- + \frac{1}{\mathscr{H}_0} V \Psi_b^- &= e^{i k_b r_p} \chi_b(r). \end{aligned}\right\} \tag{63,39}$$

Сравнивая (63,39) с (63,31), мы найдем

$$\Psi_a^+ = e^{i k_a r_p} \chi_a(r) \Psi(x),$$
$$\Psi_b^- = e^{i k_b r_p} \chi_b(r) \Psi(x).$$

Теперь матричный элемент T_{ba} можно записать в виде

$$T_{ba} = (\Phi_b, V(x) \Psi_a^+) = \int V(x) \Psi(x)\, dx \int \chi_b^*(r) \chi_a(r) \exp(i[\boldsymbol{k}_a - \boldsymbol{k}_b] \boldsymbol{r}_p)\, d\boldsymbol{r}.$$

В примере а) было показано (см. (63,33)), что

$$\int V(x) \Psi(x)\, dx = -\frac{4\pi\hbar^2}{M} a_{\text{своб}},$$

поэтому

$$T_{ba} = -\frac{4\pi\hbar^2}{M} a_{\text{своб}} \int \chi_b^*(r) \chi_a(r) \exp(i[\boldsymbol{k}_a - \boldsymbol{k}_b] \boldsymbol{r}_p)\, d\boldsymbol{r}.$$

Этот результат был получен впервые Ферми и носит название *«приближение Ферми»*.

Если учесть последний член

$$\left(\Psi_b^-, V\left[\left\{E_a + i\eta - \frac{p_n^2}{2\mu} - H_{\text{м}}\right\}^{-1} + \left(\frac{p_x^2}{M}\right)^{-1}\right] V \Psi_a^+\right)$$

в функционале (63,35), то можно найти поправку [5,6] к приближению Ферми.

§ 64. Рассеяние заряженных частиц

Если наряду с ядерным взаимодействием V между сталкивающимися частицами действуют кулоновские силы с потенциалом $V_Q = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$, где eZ_1 и eZ_2 — электрические заряды частиц, то вследствие медленного убывания потенциала V_Q с расстоянием падающая и рассеянные волны искажаются кулоновским полем даже на бесконечном расстоянии (если не учитывать экранировки кулоновского поля атомными электронами). Наличие кулоновского взаимодействия значительно усложняет математическое описание процесса рассеяния, так как в этом случае относительное движение частиц в начальном и конечном состояниях нельзя описывать плоскими волнами. Поэтому весьма желательно выделить влияние кулоновского взаимодействия из общего взаимодействия между частицами и постараться учесть его точно. Такое выделение кулоновских сил, в частности, дает возможность на основе данных по рассеянию сделать более полное суждение о специфических ядерных силах.

Предположим, что полный гамильтониан системы может быть записан в виде

$$H = H_0 + V + V_Q \tag{64,1}$$

и функции Φ_a и Φ_b являются собственными функциями оператора H_0. Тогда согласно общей теории рассеяния, изложенной в § 62, вероятность перехода в единицу времени из состояния Φ_a в состояние Φ_b определяется формулой (62,28):

$$P_{ba} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{ba}|^2 \delta(E_a - E_b), \tag{64,2}$$

где матричный элемент

$$T_{ba} = (\Phi_b, [V + V_Q] \Psi_a^+), \tag{64,2a}$$

а волновая функция Ψ_a^+, которая представляет расходящуюся волну, соответствующую падающей волне Φ_a, удовлетворяет интегральному уравнению

$$\Psi_a^+ = \Phi_a + (E_a - H_0 + i\eta)^{-1} (V + V_Q) \Psi_a^+. \tag{64,3}$$

Введем теперь волновую функцию φ_b^-, описывающую сходящуюся волну при рассеянии только в кулоновском поле V_Q, соответствующую конечному состоянию Φ_b,

$$\varphi_b^- = \Phi_b + (E_a - H_0 - i\eta)^{-1} V_Q \varphi_b^-. \tag{64,4}$$

Подставим Φ_b из (64,4) в (64,2a):

$$T_{ba} = (\varphi_b^-, V\Psi_a^+) + (\varphi_b^-, V_Q \Psi_a^+) - (\varphi_b^-, V_Q (E_a - H_0 + i\eta)^{-1} (V + V_Q) \Psi_a^+).$$

Во второе слагаемое этого выражения подставим Ψ^+ из (64,3), тогда получим

$$T_{ba} = (\varphi_b^-, V\Psi^+) + (\varphi_b^-, V_Q \Phi_a). \tag{64,5}$$

Доказанное в § 62 равенство (62,26) в нашем случае может быть записано в виде

$$(\varphi_b^-, V_Q \Phi_a) = (\Phi_b, V_Q \varphi_a^+), \tag{64,6}$$

где функция φ_b^- удовлетворяет уравнению (64,4), а φ_a^+ — уравнению

$$\varphi_a^+ = \Phi_a + (E_a - H_0 + i\eta)^{-1} V_Q \varphi_a^+. \tag{64,7}$$

Учитывая (64,6), преобразуем (64,5) к виду

$$T_{ba} = T_{ba}^{\text{я}} + T_{ba}^{\text{к}}, \tag{64,8}$$

где

$$T^{я}_{ba} \equiv (\varphi_b^-, \ V\Psi^+_a), \tag{64,9}$$

$$T^{к}_{ba} \equiv (\Psi_b, \ V_Q\varphi^+_a). \tag{64,10}$$

Матрица рассеяния $T^{к}_{ba}$ определяет, как это легко видеть из (64,10) и (64,7), переход из состояния Φ_a в состояние Φ_b под влиянием кулоновского взаимодействия. Будем для краткости называть ее *матрицей кулоновского рассеяния.*

Чтобы облегчить интерпретацию матрицы $T^{я}_{ba}$, преобразуем интегральное уравнение (64,3), определяющее рассеянную волну Ψ^+_a. Для этого, используя переход от уравнения (62,31) к (62,33), запишем уравнение (64,3) в эквивалентной форме:

$$\Psi^+_a = \Phi_a + (E_a - H_0 - V - V_Q + i\eta)^{-1}(V + V_Q)\Phi_a. \tag{64,11}$$

Проделаем аналогичное преобразование и с уравнением (64,7); тогда

$$\varphi^+_a = \Phi_a + (E_a - H_0 - V_Q + i\eta)^{-1} V_Q\Phi_a. \tag{64,12}$$

Вычитая из уравнения (64,11) уравнение (64,12) и учитывая операторное тождество

$$A^{-1} - B^{-1} \equiv A^{-1}(B - A)B^{-1},$$

получим:

$$\Psi^+_a = \varphi^+_a +$$
$$+ (E_a - H_0 - V - V_Q + i\eta)^{-1} V[\Phi_a + (E - H_0 - V_Q + i\eta)^{-1} V_Q\Phi_a].$$

Используя еще раз (64,12), найдем:

$$\Psi^+_a = \varphi^+_a + (E_a - H_0 - V - V_Q + i\eta)^{-1} V\varphi^+_a, \tag{64,13}$$

или в эквивалентной форме:

$$\Psi^+_a = \varphi^+_a + (E_a - H_0 - V_Q + i\eta)^{-1} V\Psi^+_a. \tag{64,13a}$$

Интегральное уравнение (64,13a) определяет расходящуюся волну Ψ^+_a, которая возникает в результате рассеяния на ядерном потенциале V волн φ^+_a, рассеянных кулоновским потенциалом. Таким образом, матрица рассеяния $T^{я}_{ba}$ (64,9) определяет амплитуду вероятности рассеяния ядерным потенциалом V волн, искаженных дальнодействующим кулоновским полем. Полная матрица рассеяния (64,8) является суммой матрицы кулоновского рассеяния и матрицы рассеяния ядерным взаимодействием волн, искаженных дальнодействующим кулоновским полем. Все полученные выше соотношения являются точными, так как при их выводе мы не делали никаких дополнительных упрощающих предположений.

Интегральное уравнение (64,7) допускает точное решение для φ_a^+, поэтому матрица кулоновского рассеяния $T_{ba}^{к}$ (64,10) может быть вычислена точно. Тогда из экспериментальных данных по сечению рассеяния можно с помощью (64,2) и (64,8) определить матрицу $T_{ba}^{я}$. В частности, таким образом можно однозначно определить знак матрицы рассеяния $T_{ba}^{я}$, а следовательно, при малых энергиях, когда в рассеянии существенна только одна фаза, можно определить и знак фазы рассеяния, обусловленного чисто ядерным взаимодействием.

§ 65. Теория столкновений с перераспределением нуклонов

В предыдущих параграфах этой главы развивалась теория рассеяния, при котором не меняется состав сталкивающихся частиц, т. е. рассматривались реакции типа

$$a + A \to a^* + A^*,$$

при которых возможны лишь внутренние возбуждения сталкивающихся частиц без изменения их состава. Наряду с такими реакциями большое значение имеют реакции с изменением в результате столкновения состава частиц. К такого типа реакциям относятся, например, реакции срыва $A(d, p)B$ и $A(d, n)B$, реакции захвата $A(p, d)B$ и $A(n, d)$, которые будут рассмотрены в § 99—100.

При столкновении с перераспределением нуклонов система частиц описывается гамильтонианом H, который можно представить в двух видах:

$$H = H_a + V_a = H_b + V_b, \tag{65,1}$$

где H_a и H_b — эрмитовские операторы, описывающие кинетическую энергию относительного движения и внутренние состояния соответственно сталкивающихся и разлетающихся частиц; V_a и V_b — операторы взаимодействия соответственно сталкивающихся и разлетающихся частиц. При этом начальное состояние описывается функцией Φ_a, удовлетворяющей уравнению

$$H_a\Phi_a = E_a\Phi_a,$$

а конечное состояние — функцией Φ_b, удовлетворяющей уравнению

$$H_b\Phi_b = E_b\Phi_b.$$

Согласно общей теории рассеяния (см. § 62) состояние системы с гамильтонианом $H = H_a + V_a$, соответствующее начальному состоянию Φ_a, определяется волновой функцией Ψ_a, удовлетворяющей интегральному уравнению

$$\Psi_a = \Phi_a + D_a^{-1}(\lambda)\, V_a\Psi_a, \tag{65,2}$$

где

$$D_a^{-1}(\lambda) \equiv (\lambda - H_a)^{-1}, \quad \lambda \equiv E_a + i\eta.$$