удовлетворяющих условиям (68,14). Компоненты спин-тензора $T_{k\varkappa}^{\frac{1}{2}}$ отличаются от рассмотренных ранее компонент $G_{k\varkappa}^{\frac{1}{2}}$ множителем $\frac{\sqrt{3}}{2}$. При выборе направления оси z вдоль вектора поляризации $\langle T_{1,\pm 1}\rangle = 0$, и состояние поляризации пучка частиц будет определяться средними значениями $\langle I\rangle$ и $\langle \sigma_z\rangle$. Таким образом, в этом случае описания поляризации с помощью спин-тензоров и базисных матриц совпадают.

Если частица имеет спин, равный 1, то ее спиновое состояние характеризуется средними значениями трех неприводимых тензоров: тензором нулевого ранга T_{00}^1, тензором первого ранга $T_{1\varkappa}^1$ и тензором второго ранга $T_{2\varkappa}^1$. Эти тензоры можно образовать из трехмерных спиновых матриц частицы спина 1, приведенных в § А приложения I. Нормированные условиями (68,14) компоненты этих спин-тензоров имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &T_{00}^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_{11}^1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}(s_x + is_y), \quad T_{10}^1 = \sqrt{\frac{3}{2}}\, s_z, \\ &T_{22}^1 = \frac{\sqrt{3}}{2}(s_x + is_y)^2, \quad T_{20}^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(3s_z^2 - 2), \\ &T_{21}^1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\left[(s_x + is_y)\, s_z + s_z\,(s_x + is_y)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (68,18)$$

Остальные компоненты спин-тензоров, соответствующие отрицательным значениям магнитных квантовых чисел, получаются при использовании соотношений

$$T_{k\varkappa} = (-1)^{\varkappa}\, T_{k\varkappa}^{\dagger}.$$

При выборе координатной системы с осью z, направленной вдоль вектора поляризации, $\langle T_{11}\rangle = \langle T_{1,-1}\rangle = 0$. При этом в большинстве случаев [8] и $\langle T_{21}\rangle = \langle T_{2,-1}\rangle = 0$. Тогда состояние поляризации частицы со спином 1 будет определяться средними значениями пяти остальных компонент спин-тензоров.

§ 69. Угловое распределение и поляризация продуктов ядерных реакций при частичной поляризации частиц во входном канале

Если спиновое состояние сталкивающихся частиц во входном канале характеризуется матрицей плотности (частичная поляризация), то дифференциальное сечение ядерной реакции в канале β получится из (66,3) непосредственным обобщением (66,4):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\beta\alpha} = \sum \rho\,(s_2 m_2 s_1 m_1)\, F_{\alpha s_1 m_1}^{*\beta\sigma\mu}\, F_{\alpha s_2 m_2}^{\beta\sigma\mu}, \qquad (69,1)$$

где сумма распространяется на все возможные значения $\sigma\mu s_2 m_2 s_1 m_1$.

Пользуясь матричными обозначениями (66,5), можно записать (69,1) в сокращенном виде

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{3\alpha}=\sum(\sigma\mu\,|F|s_2m_2)\rho\,(s_2m_2s_1m_1)\,(\sigma\mu\,|F|\,s_1m_1)^*=\mathrm{Sp}\,(F\rho F^\dagger). \quad (69,2)$$

При отсутствии поляризации во входном канале матрица плотности выражается формулой (67,20) и (69,2) непосредственно переходит в (66,6).

Если выразить матрицу плотности спиновых состояний входного канала через средние значения базисных спиновых матриц (68,10), то эффективное сечение рассеяния принимает вид

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{3\alpha}=\frac{1}{(2i+1)(2J+1)}\sum_{\mu}\langle\Omega^\mu\rangle\,\mathrm{Sp}\,(F\Omega^\mu F^\dagger). \quad (69,3)$$

Формула (69,3) справедлива для частиц произвольного спина и для всех возможных типов поляризации частиц во входном канале.

Амплитуду реакции $(\sigma\mu\,|\,F\,|\,sm)$ можно рассматривать как оператор, переводящий чистое спиновое состояние (sm) входного канала в чистое спиновое состояние $(\sigma\mu)$ выходного канала реакции. Тогда величину $F\rho F^\dagger$ можно назвать матрицей плотности спиновых состояний выходного канала [9]. Таким образом,

$$\rho_{\text{вых}}=F\rho F^\dagger. \quad (69,4)$$

В связи с тем, что матрица F не унитарна, сумма диагональных элементов матрицы плотности выходного канала не равна единице, а определяет дифференциальное сечение реакции

$$\mathrm{Sp}\,\rho_{\text{вых}}=\mathrm{Sp}\,(F\rho F^\dagger)=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right). \quad (69,5)$$

Пользуясь определением (69,4), можно легко выразить среднее значение любого оператора L, действующего в спиновом пространстве выходного канала, формулой

$$\langle L\rangle=\frac{\mathrm{Sp}\,(L\rho_{\text{вых}})}{\mathrm{Sp}\,\rho_{\text{вых}}}=\frac{\mathrm{Sp}\,(LF\rho F^\dagger)}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)}. \quad (69,6)$$

Если в ядерной реакции получаются частицы со спином $^1/_2$, то, выбирая в (69,6) в качестве оператора L векторную матрицу Паули, мы определим *вектор поляризации* $\boldsymbol{P}$ потока частиц

$$\boldsymbol{P}=\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle=\frac{\mathrm{Sp}\,(\boldsymbol{\sigma}F\rho F^\dagger)}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)}. \quad (69,7)$$

Пользуясь представлением (68,10) матрицы плотности входного канала, можно записать (69,6) в виде

$$\langle L\rangle=\frac{\sum\limits_{\mu}\langle\Omega^\mu\rangle\,\mathrm{Sp}\,(LF\Omega^\mu F^\dagger)}{\sum\limits_{\mu}\langle\Omega^\mu\rangle\,\mathrm{Sp}\,(F\Omega^\mu F^\dagger)}. \quad (69,8)$$

Если вместо L в (69,8) подставить последовательно все базисные матрицы спинового пространства выходного канала, то получим полное описание всех величин, определяющих реакцию в данном выходном канале.

Спиновое состояние продуктов ядерных реакций в выходном канале можно характеризовать и средними значениями спин-тензоров. Например, спиновое состояние частиц спина i в выходном канале реакции может быть определено и средними значениями спин-тензоров $T^i_{k\varkappa}$, где $k \leqslant 2i$, которые согласно (69,6) будут определяться формулами

$$\langle T^i_{k\varkappa} \rangle = \frac{\operatorname{Sp}(T^i_{k\varkappa}\rho_{\text{вых}})}{\operatorname{Sp}(\rho_{\text{вых}})} = \frac{\operatorname{Sp}(T^i_{k\varkappa}F\rho F^{\dagger})}{\frac{d\sigma}{d\Omega}},$$

или в более подробной записи

$$\langle T^i_{k\varkappa} \rangle = \frac{\sum (\sigma_1\mu_1 \mid T^i_{k\varkappa} \mid \sigma_2\mu_2)(\sigma_2\mu_2 \mid F \mid s_2m_2)\,\rho\,(s_2m_2s_1m_1)(\sigma_1\mu_1 \mid F \mid s_1m_1)^*}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)}. \tag{69,9}$$

Если разложить согласно (67,15) матрицу плотности по спин-тензорам G входного канала, то, учитывая, что вклады, вносимые каждым спин-тензором, аддитивны, можно вычислить сечение и средние значения спин-тензоров выходного канала, обусловленные спиновым состоянием, описываемым во входном канале каждым спин-тензором.

Матричные элементы $(\sigma_1\mu_1 \mid T_{k\varkappa} \mid \sigma_2\mu_2)$, входящие в (69,9), будут вычислены в следующем параграфе. Подставляя эти значения в (69,9) и производя суммирование по магнитным квантовым числам, можно получить явное выражение дифференциального сечения и средних значений спин-тензоров в выходном канале через матрицу рассеяния и коэффициенты Рака. Такие выражения можно найти в работе Симона [8]. Вследствие большой громоздкости этих выражений мы не будем их здесь выписывать.

В (69,9) спин-тензоры $T_{k\varkappa}$ определены относительно системы координат xyz, ось z которой направлена вдоль падающего пучка. Удобно, однако, спин-тензор конечной частицы определять относительно новой системы координат $x'y'z'$, ось z' которой направлена вдоль волнового вектора $\boldsymbol{k}_\beta$ конечной частицы, а ось y' — вдоль направления $[\boldsymbol{k}_\beta\, \boldsymbol{k}_\alpha]$, где $\boldsymbol{k}_\alpha$ — волновой вектор падающего пучка частиц. Углы Эйлера, определяющие положение новой (штрихованной) системы координат относительно старой, будут соответственно равны $(\varphi,\ \theta,\ 0)$. Компоненты спин-тензоров $T'_{k\varkappa}$ в новой системе координат будут выражаться через компоненты спин-тензоров $T_{k\varkappa}$ старой системы с помощью соотношений (см. приложение I, (Д8а))

$$T'_{k\varkappa'} = \sum_{\varkappa} D^{*k}_{\varkappa'\varkappa}(\varphi,\ \theta,\ 0)\, T_{k\varkappa}.$$