ГЛАВА XI

ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЯДЕР С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

§ 73. Электрическое и магнитное мультипольные излучения

Свойства электромагнитного излучения хорошо изучены при исследовании его взаимодействия с атомными и молекулярными системами, поэтому исследование взаимодействия электромагнитного излучения с ядрами можно использовать для изучения строения и свойств атомных ядер.

Электромагнитное излучение (γ-излучение) испускается ядрами почти во всех ядерных реакциях, так как продукты реакций часто оказываются в возбужденном состоянии. Если энергия возбуждения меньше порога, отвечающего испусканию нуклонов, то она уносится либо γ-излучением, либо электронами внутренней конверсии, либо за счет образования электрона и позитрона.

В результате значительного прогресса в методах изготовления искусственных источников высокоэнергетических γ-лучей (бетатроны, синхротроны и линейные ускорители) в последнее время приобретают большое значение фотоядерные реакции, т. е. реакции, протекающие под действием γ-квантов.

В этом параграфе мы исследуем общие свойства взаимодействия электромагнитного излучения с атомными ядрами.

Оператор Гамильтона, определяющий взаимодействие электромагнитного излучения с ядром, можно записать в следующем виде:

$$H' = -\frac{1}{c}\int \boldsymbol{j}\boldsymbol{A}\,d\tau, \qquad (73,1)$$

где $\boldsymbol{j}$ — оператор плотности конвекционного и спинового токов в ядре, а $\boldsymbol{A}$ — векторный потенциал электромагнитного поля, калиброванный так, что $\operatorname{div}\boldsymbol{A} = 0$.

Если представить векторный потенциал электромагнитного поля в виде суммы двух членов:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})\,e^{-i\omega t} + \boldsymbol{A}^*(\boldsymbol{r})\,e^{i\omega t}, \qquad (73,2)$$

то первое слагаемое этой суммы при подстановке ее в (73,1) будет определять процессы испускания γ-квантов, а второе — процессы поглощения. В дальнейшем мы будем рассматривать только процессы испускания. Вероятность процесса поглощения как процесса, обратного испусканию, может быть вычислена на основе теоремы взаимности (см. § 51).

Нормировка $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ в (73,2) обычно выбирается такой, чтобы она соответствовала наличию одного кванта в единице объема; тогда

$$A_p(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2\pi c\hbar}{k}}\, \boldsymbol{u}_p e^{i\boldsymbol{kr}}, \tag{73,3}$$

где $\boldsymbol{u}_p$ — единичный вектор поляризации; $\boldsymbol{k}$ — волновой вектор, по абсолютной величине равный ω/c.

Вероятность перехода в единицу времени системы из начального состояния a в конечное состояние b в результате взаимодействия (73,1) равна

$$P_{ba} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum \int |\langle b | H' | a \rangle|^2 \rho(E_b), \qquad E_b = E_a - \hbar kc, \tag{73,4}$$

где

$$\rho(E_b) = \frac{k^2}{8\pi^3 c\hbar}\, d\Omega \tag{73,5}$$

— число конечных состояний в единичном объеме на единичный интервал энергии при испускании фотона в телесном угле $d\Omega$. В формуле (73,4) суммирование производится по всем состояниям поляризации γ-квантов и магнитным квантовым числам конечного состояния, а интегрирование — по всем направлениям излучения.

Вид оператора плотности тока будет определен ниже. Он зависит от конкретных особенностей модели, используемой для описания свойств ядра. Сейчас же мы рассмотрим те свойства взаимодействия электромагнитного излучения с ядром, которые не зависят от используемой модели ядра.

Поскольку ядерные состояния характеризуются определенным моментом количества движения и четностью, то удобно произвести разложение векторного потенциала (73,3), определяющего электромагнитное поле, по функциям с определенными моментом и четностью.

Векторный потенциал поперечен. При разложении потенциала (73,3) по состояниям с определенными полным моментом, его проекцией и четностью (разложение по мультиполям) состояние поляризации удобно выражать с помощью векторов круговой поляризации, которые определяются через единичные векторы $\boldsymbol{e}_\xi$, $\boldsymbol{e}_\eta$, перпендикулярные между собой и к вектору распространения $\boldsymbol{k}$, соотношением

$$\boldsymbol{u}_p \equiv (-p\boldsymbol{e}_p) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_\xi + ip\boldsymbol{e}_\eta);$$

значения p, равные 1 и -1, характеризуют соответственно левую и правую круговые поляризации.

Согласно приложению I, § Г

$$\boldsymbol{u}_p e^{ikr} = \pi \sum_{J=1}^{\infty} \sum_{m=-J}^{J} i^J \sqrt{2J+1}\, D^J_{mp} \{ \boldsymbol{A}_M (Jm) + ip \boldsymbol{A}_E (Jm) \}, \tag{73,6}$$

где

$$\boldsymbol{A}_M (Jm) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, j_J(kr) \frac{\hat{\boldsymbol{L}}}{\sqrt{J(J+1)}} Y_{Jm}, \quad \hat{\boldsymbol{L}} \equiv -i[\boldsymbol{r}\nabla], \tag{73,7}$$

$$\boldsymbol{A}_E (Jm) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\operatorname{rot} \hat{\boldsymbol{L}}}{\sqrt{J(J+1)}} j_J(kr) Y_{Jm}. \tag{73,8}$$

Величина $\boldsymbol{A}_M(Jm)$ называется векторным потенциалом магнитного излучения мультипольности 2^J; $\boldsymbol{A}_E(Jm)$ — векторный потенциал электрического излучения мультипольности 2^J. Фотоны обоих этих типов излучения обладают моментом $\hbar J$ и различаются своей четностью, а именно, при операции инверсии $(x, y, z \longrightarrow -x, -y, -z)$ мультипольные потенциалы преобразуются соответственно

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{A}_E (Jm) &\longrightarrow (-1)^{J+1} \boldsymbol{A}_E (Jm), \\ \boldsymbol{A}_M (Jm) &\longrightarrow (-1)^J \boldsymbol{A}_M (Jm). \end{aligned}\right\} \tag{73,9}$$

Учитывая (73,1) — (73,6), с помощью (73,4) получим вероятность излучения мультипольности 2^J в единицу времени, проинтегрированную по всем направлениям излучения:

$$P_{ba,\lambda} = 4\pi^2 \frac{e^2}{\hbar} k \sum_m \left| \left(b \left| \frac{1}{ec} \int \boldsymbol{A}_\lambda (Jm)\, \boldsymbol{j} d\tau \right| a \right) \right|^2. \tag{73,10}$$

Для излучения магнитного типа надо в (73,10) положить $\lambda = M$, для излучения электрического соответственно $\lambda = E$.

Если переход происходит между состояниями, характеризуемыми определенными значениями момента количества движения и четности, которую мы будем отмечать числом Π, принимающим два значения: ± 1, то из (73,10) при учете законов сохранения моментов количества движения и четности непосредственно можно получить правила отбора для полного электрического и магнитного излучения, если мы примем во внимание (73,9) и то, что плотность тока меняет знак при операции инверсии. Эти правила отбора можно записать в виде

$$|J_a - J_b| \leqslant J \leqslant J_a + J_b; \tag{73,11}$$

$$\Pi_a \Pi_b = \begin{cases} (-1)^J & \text{для электрического излучения,} \\ (-1)^{J+1} & \text{для магнитного излучения.} \end{cases} \tag{73,12}$$

Правила отбора (73,11), вытекающие из закона сохранения моментов, иногда кратко записывают в виде

$$\Delta (J_a, J_b, J) \tag{73,11a}$$

и называют *соотношением треугольника.*

Правила отбора (73,12) соответствуют закону сохранения четности. Для элементарного вывода этих правил следует учесть, что фотоны описываются векторным полем, меняющим знак при инверсии пространственных координат. Спин фотонов равен единице, поэтому фотоны с моментом J относительно операции четности делятся на два типа:

а) фотоны магнитного излучения, у которых $L=J$, а четность в силу векторного характера поля равна $\Pi_{\text{фм}}=-(-1)^L=(-1)^{J+1}$;

б) фотоны электрического излучения, у которых $L=J-1$ или $L=J+1$; их четность равна

$$\Pi_{\text{фэ}}=-(-1)^L=(-1)^J.$$

Тогда правила отбора (73,12) могут быть записаны в виде

$$\Pi_a\Pi_b=\Pi_{\text{фэ}} \text{ — для электрического излучения,}$$

$$\Pi_a\Pi_b=\Pi_{\text{фм}} \text{ — для магнитного излучения.}$$

Электрические мультипольные переходы, соответствующие дипольному, квадрупольному и т. д. излучениям, обозначаются соответственно: $E1$, $E2$, $E3$ и т. д., а магнитные мультипольные переходы $M1$, $M2$, $M3$ и т. д.

Если $J_a=J_b={}^1/_2$ или если одно из состояний ядра, начальное или конечное, имеет спин, равный нулю, то согласно (73,11) возможно только одно значание J. В первом случае излучение будет либо типа $E1$, либо типа $M1$ в зависимости от того, меняется или не меняется четность состояний ядра при переходе. Во втором случае излучение будет либо типа EJ, либо типа MJ в зависимости от изменения четности при переходе.

Для установления вида операторов плотности токов и зарядов в ядре обычно исходят из предположения, что каждый нуклон, рассматриваемый как точечная частица, вносит независимый вклад в эти операторы. Тогда оператор плотности электрического заряда определится выражением

$$\rho=\sum_\alpha e_\alpha\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha), \tag{73,13}$$

где e_α — заряд нуклона, а $\boldsymbol{r}_\alpha$ — его координата. Оператор плотности тока запишется в виде суммы двух членов:

$$\hat{\boldsymbol{j}}=\hat{\boldsymbol{j}}_e+\hat{\boldsymbol{j}}_s, \tag{73,14}$$

где

$$\hat{\boldsymbol{j}}_e=\sum_\alpha e_\alpha\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_\alpha)\frac{\hat{\boldsymbol{p}}_\alpha}{M_\alpha} \tag{73,15}$$

— оператор плотности тока, обусловленного перемещением зарядов,

$$\hat{j}_\sigma = \frac{e\hbar}{2} \sum_\alpha \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\alpha) \frac{\mu_\alpha}{M_\alpha} [\boldsymbol{\sigma}_\alpha \nabla] \qquad (73,16)$$

— оператор плотности тока, обусловленного магнитными моментами нуклонов. При этом M_α — масса нуклона; μ_α — магнитный момент, выраженный в ядерных магнетонах; $\boldsymbol{\sigma}_\alpha$ — векторный оператор, компонентами которого являются матрицы Паули.

При написании выражений (73,15) и (73,16) предполагалось, что токи в ядре связаны с магнитными моментами и пространственным перемещением нуклонов. При наличии ядерных обменных сил возникают дополнительные «обменные» токи; эти дополнительные токи вызываются заряженными мезонами, которые ответственны за наличие обменных ядерных сил. Однако мезонная теория еще не в состоянии дать количественных данных о величине этих токов; поэтому они вводятся обычно на основе феноменологических данных [1]. Учитывая, что наши знания волновых функций ядерных состояний еще очень несовершенны, можно думать, что теория взаимодействия ядер с электромагнитным излучением может претендовать только на грубое согласие с экспериментом; поэтому мы не будем усложнять вычисления введением дополнительных токов, учитывающих обменные эффекты.

Вводя оператор изотопического спина τ_3 (см. § 8 и 9) можно переписать (73,13) и (73,14) в следующем виде:

$$\rho = \frac{e}{2} \sum_\alpha [\tau_3(\alpha) + 1] \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\alpha), \qquad (73,13а)$$

$$\hat{j} = \frac{e}{2} \sum_\alpha \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\alpha)[\tau_3(\alpha) + 1] \frac{\hat{\boldsymbol{P}}_\alpha}{M_\alpha} + \frac{e\hbar}{4}(\mu_n + \mu_p) \sum_\alpha \frac{1}{M_\alpha} \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\alpha)[\boldsymbol{\sigma}_\alpha \nabla] +$$
$$+ \frac{e\hbar}{4}(\mu_p - \mu_n) \sum_\alpha \frac{1}{M_\alpha} \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\alpha) \tau_3(\alpha) [\boldsymbol{\sigma}_\alpha \nabla]. \qquad (73,14а)$$

В § 9 отмечалось, что для легких ядер изотопический спин ядра является хорошим квантовым числом и энергетические уровни ядра характеризуются определенным значением изотопического спина.

Вследствие того, что операторы заряда (73,13а) и тока (73,14а) содержат компоненту оператора изотопического спина τ_3, возникают правила отбора относительно возможных изменений изотопического спина ядра при излучении γ-квантов. Операторы заряда (73,13а) и тока (73,14а) можно представить в виде суммы двух членов, один из которых не содержит операторов изотопического спина, а второй содержит операторы τ_3. Поэтому при электромагнитных переходах изменение изотопического спина ядра должно определяться правилами отбора:

$$\Delta T = 0, \ \pm 1.$$

При исследовании свойств электромагнитного излучения, испускаемого ядрами, существенное значение имеет значение отношения радиуса ядра R к длине волны соответствующего излучения, или

$$(kR)^2 \sim \frac{A^{2/3}E^2(\textit{Мэв})}{2\cdot 10^4}$$

Отсюда следует, что для всех переходов между состояниями, отличающимися по энергии меньше чем на несколько *Мэв*

$$(kR)^2 \ll 1.$$

При выполнении этого неравенства мы будем говорить, что имеет место *длинноволновое приближение*.

Из (73,10) следует, что вероятность излучения существенно зависит от величины интеграла:

$$I_\lambda(Jm) = \frac{1}{ec}\int \hat{j}A_\lambda(Jm)\,d\tau. \tag{73,17}$$

При вычислении этого интеграла учтем, что в длинноволновом приближении входящая в векторный потенциал сферическая функция Бесселя может быть заменена ее асимптотическим значением

$$j_J(kr) \approx \frac{(kr)^J}{(2J+1)!!}. \tag{73,18}$$

Рассмотрим сначала интеграл (73,17) для электрического мультипольного излучения. Подставляя (73,8) и (73,18) в (73,17), имеем:

$$I_E(Jm) = \frac{1}{eck}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{J(J+1)}}\int \hat{j}\,\mathrm{rot}\,\hat{\boldsymbol{L}}\,(j_J(kr)\,Y_{Jm})\,d\tau. \tag{73,19}$$

Воспользовавшись операторным тождеством

$$\mathrm{rot}\,[\boldsymbol{r}\nabla] = \boldsymbol{r}\nabla^2 - \nabla\left(1 + r\frac{d}{dr}\right),$$

получим в длинноволновом приближении ($kr \ll 1$):

$$\mathrm{rot}\,\hat{\boldsymbol{L}}\,(j_J Y_{Jm}) = i\,(J+1)\,\nabla\,(j_J(kr)\,Y_{Jm}). \tag{73,20}$$

Подставляя (73,20) в (73,19) и произведя интегрирование по частям, находим:

$$I_E(Jm) = -\frac{i}{ec}\sqrt{\frac{2(J+1)}{\pi J}}\,\frac{1}{k}\int j_J(kr)\,Y_{Jm}\nabla\hat{j}\,d\tau.$$

В длинноволновом приближении в интеграл $I_E(Jm)$ вносит существенный вклад только часть оператора тока, соответствующая перемещению заряда. Поэтому, используя уравнение непрерывности

$$\mathrm{div}\,\hat{j}_e = -ikc\hat{\rho}$$

и асимптотическое значение (73,18), находим окончательно:

$$I_E(Jm) = -\frac{k^J}{(2J+1)!!}\sqrt{\frac{2(J+1)}{\pi J}}\,\frac{1}{e}\int \rho r^J Y_{Jm}\,d\tau. \qquad (73,21)$$

Отметим, что r в (73,21) определяется относительно центра инерции ядра.

Таким образом, электрический мультипольный переход в длинноволновом приближении зависит только от плотности электрического заряда. Если учесть, что оператор статического электрического мультипольного момента имеет вид

$$\hat{Q}_{Jm} = \frac{4}{e}\sqrt{\frac{\pi}{2J+1}}\int \rho r^J Y_{Jm}\,d\tau,$$

то (73,21) можно выразить через оператор $\hat{Q}_{Jm}$:

$$I_E(Jm) = -\frac{k^J}{4(2J+1)!!}\left[\frac{2(J+1)(2J+1)}{J}\right]^{1/2}\hat{Q}_{Jm}. \qquad (73,21\text{а})$$

Подставляя (73,21) в (73,10), получим после интегрирования по всем направлениям излучения вероятность перехода в единицу времени, сопровождающегося электрическим мультипольным излучением:

$$P(EJ) = 8\pi\frac{e^2}{\hbar}\,\frac{J+1}{J[(2J+1)!!]^2}\,k^{2J+1}B(EJ), \qquad (73,22)$$

где приведенная вероятность электрического перехода

$$B(EJ) = \sum_{m,\,m_b}\left|\left(b\left|\frac{1}{e}\int \rho r^J Y_{Jm}\,d\tau\right|a\right)\right|^2 =$$

$$= \sum_{m,\,m_b}\left|\left(b\left|\sqrt{\frac{2J+1}{16\pi}}\,\hat{Q}_{Jm}\right|a\right)\right|^2 \qquad (73,22\text{а})$$

зависит от волновых функций начального и конечного состояний и не зависит от энергии перехода. Зависимость вероятности перехода от энергии определяется множителем $k^{2J+1} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2J+1}$, т. е. вероятность электрического излучения мультипольности 2^J пропорциональна энергии перехода в степени $(2J+1)$.

Итак, вероятность электрических переходов в ядре пропорциональна квадрату недиагонального матричного элемента от оператора электрического мультипольного момента. Диагональные матричные элементы этого же оператора определяют статические электрические мультипольные моменты ядра.

Для определения вероятности магнитного излучения рассмотрим интеграл

$$I_M(Jm) \equiv \frac{1}{ec}\int \hat{j}A_M(Jm)\,d\tau = \frac{1}{ec}\sqrt{\frac{2}{\pi J(J+1)}}\int \hat{j}j_J(kr)\hat{L}\,Y_{Jm}\,d\tau. \qquad (73,23)$$

Подставляя (73,23) в (73,10), с помощью (73,18) получим в длинноволновом приближении:

$$P(MJ) = 8\pi \frac{e^2}{\hbar} \frac{J+1}{J[(2J+1)!!]^2} k^{2J+1} B(MJ), \qquad (73,24)$$

где приведенная вероятность магнитного перехода

$$B(MJ) = \sum_{m,\ m_b} \left| \left(b \left| \frac{1}{ec(J+1)} \int r^J \hat{\mathbf{L}} Y_{Jm} \mathbf{j} d\tau \right| a \right) \right|^2. \qquad (73,24а)$$

Из выражений (73,22) и (73,24) непосредственно видно, что вероятность излучения в длинноволновом приближении быстро уменьшается с ростом J. Поэтому практическое значение в ядерных реакциях имеют только одно или два наименьших значения J, совместимых с законами сохранения моментов (73,11) и четности (73,12), а для легких ядер и с законом сохранения изотопического спина. Для одних и тех же значений J испускание электрического излучения более вероятно, чем испускание магнитного излучения (примерно в $(c/v)^2$ раз). Однако следует иметь в виду, что вследствие правил отбора (73,11) и (73,12) одному и тому же переходу в ядре не могут соответствовать электрическое и магнитное излучение одинаковой мультипольности. Магнитное излучение мультипольности J может сопровождаться электрическим излучением мультипольности $J+1$. Грубая оценка отношения интенсивностей этих излучений приводится в § 74.

Рассмотрим теперь более подробно правила отбора по изотопическому спину для случая дипольных электрических переходов ($E1$). Подставляя (73,13а) в (73,22а), получим для дипольного электрического перехода

$$B(E1) = \sum_{m,\ m_b} \left| \left(J_b m_b \left| \frac{1}{2} \sum_\alpha (r_\alpha + \tau_3(\alpha) r_\alpha) Y_{1m}(\theta_\alpha, \varphi_\alpha) \right| J_a m_a \right) \right|^2.$$

Учитывая, что $\sum\limits_\alpha r_\alpha Y_{1m}(\theta_\alpha, \varphi_\alpha) = 0$, находим:

$$B(E1) = \sum_{m,\ m_b} \left| \left(J_b m_b \left| \frac{1}{2} \sum_\alpha \tau_3(\alpha) r_\alpha Y_{1m}(\theta_\alpha, \varphi_\alpha) \right| J_a m_a \right) \right|^2. \qquad (73,25)$$

Из (73,25) непосредственно следует, что дипольный электрический переход в легких ядрах возможен при выполнении правил отбора по изотопическому спину

$$\left.\begin{aligned} \Delta T &= 0,\ \pm 1, \quad \text{если } T_3 \neq 0; \\ \Delta T &= \pm 1, \qquad \text{если } T_3 = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (73,26)$$

Таким образом, у ядер с одинаковым числом протонов и нейтронов ($T_3 = 0$) запрещены дипольные электрические переходы без изменения изотопического спина ядра на 1. В частности, запрещены переходы $T = 0 \to T = 0$.

Экспериментальное исследование правил отбора по изотопическому спину было предпринято Уилкинсоном с сотрудниками [2], которые показали, что у легких ядер с $T_3=0$ переходы $\Delta T=0$ очень мало вероятны. Такие переходы могут иметь место из-за нарушения правил отбора (73,26) вследствие неравенства массы протона и нейтрона и влияния кулоновских сил, которые смешивают состояния с разными изотопическими спинами, а также из-за членов, отброшенных при использовании длинноволнового приближения. Оценка точности правил отбора по изотопическому спину исследована в работе Макдональда [3].

Кроме запрещения по правилам отбора для изотопического спина, уменьшение вероятности переходов $E1$ может происходить за счет корреляции в распределении протонов и нейтронов в ядрах. В сумме $\sum\limits_{\alpha}\tau_3(\alpha)\,r_\alpha Y_{1m}(\theta_\alpha,\ \varphi_\alpha)$, входящей в (73,25), нейтроны и протоны вносят вклад разного знака. Вследствие этого при определенном расположении протонов и нейтронов в ядре величина $B(E1)$ может быть очень малой. На эту причину уменьшения вероятности переходов $E1$ в тяжелых ядрах было обращено внимание еще в работах Дельбрака и Гамова [4] и Бете [5].

§ 74. Теория электромагнитных переходов, связанных с изменением состояния отдельных нуклонов в ядре

Согласно (73,22а) и (73,13) вероятность электрических мультипольных переходов EJ определяется значением величины

$$B(EJ)=\sum_{m,\ m_b}|(b|\sum_{\alpha}\varepsilon_\alpha r_\alpha^J Y_{Jm}(\theta_\alpha,\ \varphi_\alpha)|a)|^2, \tag{74,1}$$

где ε_α — заряд нуклона, равный единице для протона и нулю для нейтрона; r_α — его координата, отсчитываемая от центра инерции ядра.

Рассмотрим для простоты один нуклон вне заполненных ядерных оболочек. Если предположить, что в процессе электромагнитного перехода не изменяются состояния нуклонов, образующих заполненные оболочки, то ядро можно рассматривать как систему, состоящую из внешнего нуклона и остова ядра. Волновая функция, описывающая их относительное движение, будет иметь вид

$$\psi_{LJm}=\varphi_{nL}(r)\,\Phi_{Jm}, \tag{74,2}$$

где $\varphi_{nL}(r)$ — зависящая от вида потенциала радиальная часть волновой функции соответствующая орбитальному моменту L; n — характеризует другие квантовые числа; Φ_{Jm} — спин-угловая функция.

В системе, состоящей из остова ядра и нуклона, можно ввести эффективный электрический заряд, учитывающий их относительное движение с помощью следующего рассуждения. Пусть положение нуклона,