например, Nb_{41}^{91}, Nb_{41}^{95}, Nb_{41}^{97}, Te_{43}^{95}, Tc_{43}^{99}, In_{49}^{113}, In_{49}^{115}, переходящих в основное состояние при испускании излучения типа $M4$.

Таким же образом оболочечная модель объясняет наличие изомерных состояний у ядер с нечетным числом нейтронов в интервале от 63 до 81. У некоторых из таких изомерных ядер переход в основное состояние является двухкаскадным переходом, например переходом типа $1h_{11/2} \longrightarrow 2d_{3/2} \longrightarrow 3s_{1/2}$. Наблюдаются также изомерные ядра, соответствующие переходам $i_{13/2} \longleftrightarrow f_{5/2}$, сопровождающимся излучением типа $M4$, например

$$Pt_{78}^{195},\ Pt_{78}^{197},\ Hg_{80}^{197},\ Hg_{80}^{199}.$$

Следует, конечно, иметь в виду, что хотя оболочечная модель дает качественное объяснение состояниям ядер на основе представления об однонуклонных возбужденных состояниях, при количественных расчетах надо учитывать связь однонуклонных возбужденных состояний с коллективными степенями свободы ядра (см., например, [20] и § 77). Однако в настоящее время теория еще не может претендовать на количественное согласие с опытом.

§ 77. Теория электромагнитных переходов в обобщенной модели ядра

В несферических ядрах первые возбужденные состояния соответствуют коллективным возбуждениям. В приближение сильной связи коллективные движения характеризуются квантовыми числами J, M, K, Ω, определяющими соответственно полный момент количества движения ядра, его проекцию на выделенное направление (OZ), проекцию на аксиальную ось симметрии ядра и проекцию полного момента количества движения внешнего нуклона на ту же ось. Нижайшие возбужденные состояния обычно соответствуют $K = \Omega$.

Отклонение ядра от сферической формы проявляется в наличии момента инерции ядра и большого внутреннего квадрупольного момента Q_0.

В обобщенной модели состояние ядра определяется коллективными и однонуклонными степенями свободы. Коллективные степени свободы описывают совокупность сильно связанных нуклонов (нуклонов входящих в состав полностью заполненных оболочек), а однонуклонные степени свободы описывают состояния «внешних» слабосвязанных нуклонов.

Переходы, обусловленные изменением однонуклонных состояний, описываются вероятностями, приведенными в § 74. Правда, в некоторых случаях ввиду изменения волновых функций вследствие несферичности потенциала и влияния коллективных степеней свободы вероятности переходов могут значительно отличаться от вероятностей однонуклонных переходов, когда нуклон описывается волновой функцией с определенным моментом J. Теория этих эффектов пока еще развита слабо [20, 21].

Можно привести лишь следующие качественные соображения. Несферичность потенциала может привести к переходам, запрещенным правилами отбора модели оболочек. Далее, при учете коллективных степеней свободы волновую функцию ядра нужно вместо (74,2) записать в виде

$$\Psi = R_{nl}(r)\,\Phi_{Jm}\varphi(\alpha_\mu),$$

где $\varphi(\alpha_\mu)$ — волновая функция коллективных движений ядра. Вследствие этого рассмотренные в § 74 вероятности переходов должны умножаться на множитель

$$F = |(\varphi_b(\alpha_\mu),\ \varphi_a(\alpha_\mu))|^2,$$

где $\varphi_b(\alpha_\mu)$ и $\varphi_a(\alpha_\mu)$ — волновые функции коллективных движений ядра соответственно в конечном и начальном состояниях. Вследствие частичной ортогональности этих функций множитель $F < 1$. При значительном изменении состояния коллективных движений (изменение равновесной формы при переходе в другое однонуклонное возбужденное состояние) множитель F может уменьшать вероятность однонуклонных переходов в десятки раз *).

В этом параграфе мы будем интересоваться только переходами, связанными с коллективными возбуждениями.

Общие формулы (73,22), (73,24), определяющие вероятность испускания излучения мультипольности 2^J, можно записать в виде

$$P(\lambda J) = 8\pi \frac{e^2}{\hbar} \frac{(J+1)\,k^{2J+1}}{J\,[(2J+1)!!]^2} B(\lambda J), \quad \lambda = E,\ M, \tag{77,1}$$

где приведенная вероятность электрического мультипольного перехода выражается через оператор электрического момента

$$\hat{Q}_{Jm} = 4\sqrt{\frac{\pi}{2J+1}} \sum_{\alpha=1}^{Z} r_\alpha^J Y_{Jm}(\vartheta_\alpha, \varphi_\alpha)$$

с помощью формулы

$$B(EJ) = \sum_{m,\,m_b} \left| \left(b \left| \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi}} \hat{Q}_{Jm} \right| a \right) \right|^2, \tag{77,2}$$

а приведенная вероятность магнитного мультипольного перехода определяется выражением

$$B(MJ) = \sum_{m,\,m_b} \left| \left(b \left| \frac{1}{e(J+1)} \frac{e\hbar}{2Mc} \hat{\mu} \operatorname{rot}(r^J \hat{L} Y_{Jm}) \right| a \right) \right|^2, \tag{77,3}$$

*) В некоторых случаях связь однонуклонных возбуждений с коллективным движением приводит к увеличению вероятности переходов, что можно интерпретировать как увеличение эффективного заряда нуклона.

здесь $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ — оператор магнитного момента (выраженный в ядерных магнетонах) обобщенной модели ядра

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = (g_{\Omega} - g_R)\,\hat{\Omega}\boldsymbol{n} + g_R\hat{\boldsymbol{J}}. \tag{77,4}$$

Величины, входящие в формулу (77,4), определены в § 22.

Для вычисления приведенной вероятности электрических переходов, соответствующих коллективным степеням свободы ядра, выразим мультипольный электрический момент, входящий в (77,2), через внутренний мультипольный момент $Q^0_{J\nu}$; тогда

$$\hat{Q}_{Jm} = \sum_{\nu} D^J_{m\nu}(\alpha, \beta, \gamma)\,Q^0_{J\nu}. \tag{77,5}$$

В четно-четных аксиально-симметричных ядрах коллективные возбуждения соответствуют вращательным состояниям с моментами количества движения $J = 0, 2, 4, 6$ и т. д. Четность всех вращательных состояний одинакова. В этом случае ядро возвращается в основное состояние каскадом γ-переходов электрического квадрупольного типа ($E2$). Магнитное излучение запрещено.

Вычислим приведенную вероятность перехода $J \longrightarrow J + 2$ между состояниями, изображаемыми волновыми функциями

$$\psi_b = \sqrt{\frac{2J+5}{8\pi^2}}\,D^{J+2}_{m_b0}(\alpha, \beta, \gamma) \quad \text{и} \quad \psi_a = \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi^2}}\,D^J_{m_a0}(\alpha, \beta, \gamma). \tag{77,6}$$

Подставляя (77,5) и (77,6) в (77,2), получим:

$$B(E2) = \frac{5(2J+5)(2J+1)}{16\pi(8\pi^2)^2}\sum_{m, m_b}\left|\left(D^{J+2}_{m_b0}, \sum_{\nu} D^2_{m\nu} D^J_{m_a0}\right)\right|^2 Q^2_{20}. \tag{77,7}$$

Для вычисления этого выражения используем формулы приложения I. Согласно формуле (Д,11)

$$(D^{J+2}_{m_b0},\ D^2_{m\nu}\ D^J_{m_a0}) = \frac{8\pi^2}{(2J+5)}(2Jmm_a \mid J+2, m_b)(2J00 \mid J+2,0)\delta_{\nu 0}. \tag{77,8}$$

Далее, с помощью (Б,11) получим:

$$\sum_{m, m_b} |(2Imm_a \mid J+2, m_b)|^2 = \frac{2J+5}{2J+1}. \tag{77,9}$$

Наконец,

$$(2J00 \mid J+2,0)^2 = \frac{3(J+2)(J+1)}{2(2J+1)(2J+3)}. \tag{77,10}$$

С помощью (77,8)—(77,10) находим окончательное выражение приведенной вероятности электрического квадрупольного перехода между вращательными состояниями четно-четных ядер, соответствующего поглощению

$$B(E2) = \frac{15(J+2)(J+1)}{32\pi(2J+1)(2J+3)}\,Q^2_{20} \qquad (J \longrightarrow J+2). \tag{77,11}$$

Электрический квадрупольный переход, соответствующий испусканию γ-кванта при переходе $J+2 \to J$, будет характеризоваться приведенной вероятностью

$$B(E2) = \frac{15(J+1)(J+2)}{32\pi(2J+3)(2J+5)} Q_{20}^2 \qquad (J+2 \to J). \qquad (77,11a)$$

Так как число конечных состояний в переходах $J \to J+2$ и $J+2 \to J$ различно, то соответствующие им приведенные вероятности (77,11) и (77,11а) не равны друг другу.

Для ядер с нечетным A вращательные уровни образуют последовательность с $J=K,\ K+1,\ K+2,\ \ldots$; четность их также одинакова.

Вычислим вероятность электрического квадрупольного перехода между состояниями, определяемыми волновыми функциями:

$$\psi_b = \sqrt{\frac{2J+3}{8\pi^2}} D^{J+1}_{m_b K}(\alpha, \beta, \gamma), \quad \psi_a = \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi^2}} D^{J}_{m_a K}(\alpha, \beta, \gamma);$$

тогда

$$B(E2) = \frac{5(2J+3)(2J+1)}{16\pi(8\pi^2)^2} \sum_{m,\, m_b} \left| \left(D^{J+1}_{m_b K}, \sum_\nu D^2_{m\nu} D^J_{m_a K} \right) Q^0_{2\nu} \right|^2;$$

теперь

$$(D^{J+1}_{m_b K},\ D^2_{m\nu} D^J_{m_a K}) = \frac{8\pi^2}{2J+3}(2Jmm_a \mid J+1,\ m_b)(2J0K \mid J+1, K)\delta_{\nu 0},$$

$$\sum_{m,\, m_b} |(2Jmm_a \mid J+1, m_b)|^2 = \frac{2J+3}{2J+1},$$

$$(2J0K \mid J+1,\ K)^2 = \frac{3K^2(J-K+1)(J+K+1)}{J(2J+1)(J+1)(J+2)};$$

поэтому

$$B(E2) = \frac{15K^2(J-K+1)(J+K+1)}{16\pi J(J+1)(J+2)(2J+1)} Q_{20}^2 \qquad (J \to J+1). \quad (77,12)$$

При выводе (77,12) предполагалось, что внешний нуклон не изменяет своего состояния и не вносит вклада в вероятность квадрупольного электрического излучения.

Переходу $J+1 \to J$ с испусканием электрического квадрупольного излучения соответствует приведенная вероятность:

$$B(E2) = \frac{15K^2(J+1-K)(J+1+K)}{16\pi J(J+1)(2J+3)(J+2)} Q_{20}^2 \qquad (J+1 \to J). \quad (77,12a)$$

Таким же образом можно определить приведенную вероятность электрического квадрупольного излучения при переходе $J+2 \to J$:

$$B(E2) = \frac{15}{32\pi} Q_{20}^2 \frac{(J+1-K)(J+1+K)(J+2-K)(J+2+K)}{(J+1)(J+2)(2J+3)(2J+5)},$$

$$(J+2 \to J).$$

В ядрах с нечетным A переход между вращательными состояниями $J+1 \longrightarrow J$ (без изменения четности) может быть дипольным магнитным переходом. Приведенная вероятность этого перехода ($M1$) непосредственно связана с оператором магнитного момента

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = (g_\Omega - g_R)\,\hat{\Omega}\boldsymbol{n} + g_R \hat{\boldsymbol{J}},$$

с помощью которого в § 22 определялся магнитный момент основного состояния ядра.

Для вычисления приведенной вероятности перехода $M1$ примем во внимание, что в длинноволновом приближении

$$\operatorname{rot}(r^J \hat{\boldsymbol{L}} Y_{Jm}) \approx i(J+1)\nabla(r^J Y_{Jm});$$

тогда из (77,3) следует

$$B(M1) = \sum_{m,\, m_b} \left| \left(b \left| \frac{\hbar}{2Mc} \hat{\boldsymbol{\mu}} \nabla (r Y_{1m}) \right| a \right) \right|^2. \tag{77,13}$$

Если предположить, что состояние аксиально симметричного ядра характеризуется набором квантовых чисел J, M, K, Ω, то для перехода $J+1 \longrightarrow J$ при K, $\Omega > \frac{1}{2}$ из (77,13) следует

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi}\left(\frac{\hbar}{2Mc}\right)^2 (g_\Omega - g_R)^2\, \frac{\Omega^2 (J+1-K)(J+1+K)}{(J+1)(2J+3)}.$$

Для случая $K = \Omega = \frac{1}{2}$ вращательный спектр ядра и вероятности переходов $M1$ выражается более сложными формулами (см. [20]).

Выше мы исследовали электромагнитные переходы в пределах одной вращательной полосы, т. е. переходы, при которых не изменяется внутреннее состояние ядра. В аксиально-симметричных ядрах одним из квантовых чисел, характеризующих его внутреннее состояние, является число K, определяющее проекцию полного момента количества движения на аксиальную ось симметрии ядра. Сохранение квантового числа K при электромагнитных переходах можно рассматривать как дополнительное правило отбора. В общем случае, при учете переходов между разными вращательными полосами энергии, при испускании излучения с моментом J изменение квантового числа K должно удовлетворять неравенству

$$\Delta K \leqslant J. \tag{77,14}$$

Переходы, не удовлетворяющие неравенству (77,14), называются *K-запрещенными переходами.* Это запрещение не является абсолютным, так как K не является строгим квантовым числом.

Возможность нарушения неравенства (77,14) связана с тем, что реальное состояние ядра $\psi_{\alpha JM}$ изображается не простым произведением $D^J_{MK}\varphi_{\alpha K}$, а суперпозицией состояний с различными значениями K:

$$\psi_{\alpha JM} = \sum_K a_K D^J_{MK}\varphi_{\alpha K}.$$

В аксиально-симметричных ядрах, значительно отличающихся от сферических, K является сравнительно хорошим квантовым числом, поэтому K-запрещенные переходы будут обладать малой вероятностью. Например, время жизни возбужденного состояния Hf^{180}, имеющего спин $J = K = 9^-$, равно 5,5 часа, несмотря на то, что происходит электрический дипольный переход ($E1$) на вращательный уровень $J = 8^+$, $K = 0$. Малая вероятность этого перехода (множитель запрещения порядка 10^{-15}), по-видимому, связана с его K-запрещенностью. Уровень $J = 8^+$ является в основном вращательным уровнем с $K = 0$ и содержит лишь очень малую примесь состояния с $K = 8^+$.

§ 78. Угловое распределение излучения. Угловые корреляции в каскадных переходах

Во всех предыдущих параграфах этой главы мы не интересовались угловым распределением излучения. Поэтому при получении основных формул, определяющих суммарную вероятность излучения, производилось интегрирование по всем направлениям излучения. В этом параграфе мы исследуем угловое распределение излучения.

Пользуясь результатами § 73, можно записать вероятность испускания в единицу времени электрического и магнитного излучений определенной мультипольности λJ в элемент телесного угла $d\Omega$ при переходе $a \longrightarrow b$:

$$P_{ba}(\lambda J)\,d\Omega = \frac{\pi k}{2\hbar c^2}\sum_{p=1,\,-1}\left|\sum_m i^J\sqrt{2J+1}\,D^J_{mp}\left(b\left|\int A_\lambda(Jm)\,\mathbf{j}\,d\tau\right|a\right)\right|^2 d\Omega,$$
$$\lambda = E,\ M. \qquad (78,1)$$

Если переход совершается между состояниями a и b, характеризуемыми квантовыми числами $J_a m_a$ и $J_b m_b$, то в сумме по m в (78,1) останется один член $m = m_b - m_a$. Таким образом,

$$P_{ba}(\lambda J)\,d\Omega = F_{J,\,m_b - m_a}(\theta)\,G(J,\,J_a, J_b,\,m_a,\,m_b,\,\lambda)\,d\Omega, \qquad (78,2)$$

где

$$G(J,\,J_a,\,J_b,\,m_a,\,m_b,\,\lambda) \equiv \frac{\pi k}{2\hbar c^2}(2J+1)\left|\left(b\left|\int A_\lambda(Jm)\,\mathbf{j}\,d\tau\right|a\right)\right|^2 \qquad (78,3)$$

— множитель, зависящий от квантовых чисел J, J_a, J_b, m_a, m_b и типа излучения; он не равен нулю, если квантовые числа J, J_a, J_b удовлетворяют правилам отбора, $m = m_b - m_a$ и тип излучения соответст-