нием $D^J_{MK}\varphi_{\alpha K}$, а суперпозицией состояний с различными значениями K:

$$\psi_{\alpha JM} = \sum_K a_K D^J_{MK}\varphi_{\alpha K}.$$

В аксиально-симметричных ядрах, значительно отличающихся от сферических, K является сравнительно хорошим квантовым числом, поэтому K-запрещенные переходы будут обладать малой вероятностью. Например, время жизни возбужденного состояния Hf^{180}, имеющего спин $J = K = 9^-$, равно 5,5 часа, несмотря на то, что происходит электрический дипольный переход ($E1$) на вращательный уровень $J = 8^+$, $K = 0$. Малая вероятность этого перехода (множитель запрещения порядка 10^{-15}), по-видимому, связана с его K-запрещенностью. Уровень $J = 8^+$ является в основном вращательным уровнем с $K = 0$ и содержит лишь очень малую примесь состояния с $K = 8^+$.

§ 78. Угловое распределение излучения. Угловые корреляции в каскадных переходах

Во всех предыдущих параграфах этой главы мы не интересовались угловым распределением излучения. Поэтому при получении основных формул, определяющих суммарную вероятность излучения, производилось интегрирование по всем направлениям излучения. В этом параграфе мы исследуем угловое распределение излучения.

Пользуясь результатами § 73, можно записать вероятность испускания в единицу времени электрического и магнитного излучений определенной мультипольности λJ в элемент телесного угла $d\Omega$ при переходе $a \longrightarrow b$:

$$P_{ba}(\lambda J)\,d\Omega = \frac{\pi k}{2\hbar c^2} \sum_{p=1,\,-1} \left| \sum_m i^J \sqrt{2J+1}\, D^J_{mp} \left(b \left| \int A_\lambda (Jm)\, j\, d\tau \right| a \right) \right|^2 d\Omega,$$
$$\lambda = E,\ M. \qquad (78,1)$$

Если переход совершается между состояниями a и b, характеризуемыми квантовыми числами $J_a m_a$ и $J_b m_b$, то в сумме по m в (78,1) останется один член $m = m_b - m_a$. Таким образом,

$$P_{ba}(\lambda J)\,d\Omega = F_{J,\,m_b - m_a}(\theta)\, G(J, J_a, J_b, m_a, m_b, \lambda)\, d\Omega, \qquad (78,2)$$

где

$$G(J, J_a, J_b, m_a, m_b, \lambda) \equiv \frac{\pi k}{2\hbar c^2}(2J+1) \left| \left(b \left| \int A_\lambda (Jm)\, j\, d\tau \right| a \right) \right|^2 \qquad (78,3)$$

— множитель, зависящий от квантовых чисел J, J_a, J_b, m_a, m_b и типа излучения; он не равен нулю, если квантовые числа J, J_a, J_b удовлетворяют правилам отбора, $m = m_b - m_a$ и тип излучения соответствует правилу отбора по четности при данном J;

$$F_{Jm}(\theta)=\sum_{p=1,\,-1}\left|D^{J}_{mp}\right|^2 \tag{78,4}$$

— функция, определяющая угловую зависимость излучения. Из (78,2) непосредственно следует, что угловое распределение излучения зависит от J и $m=m_b-m_a$, но не зависит от λ, т. е. от того, является ли излучение электрическим или магнитным.

Отметим свойства функции $F_{Jm}(\theta)$, которые легко получить из (78,4) и свойств функции D^{J}_{mp}:

$$F_{Jm}(\theta)=F_{J,-m}(\theta), \tag{78,5а}$$

$$\int F_{Jm}(\theta)\,d\Omega \quad \text{не зависит от } m, \tag{78,5б}$$

$$\sum_{m=-J}^{J}F_{Jm}(\theta) \quad \text{не зависит от } \theta. \tag{78,5в}$$

Далее, можно показать [22], что

$$\sum_{m_a=-J_a}^{J_a}G(J,\,J_a,\,J_b,\,m_a,\,m_a+m) \quad \text{не зависит от } m, \tag{78,6а}$$

$$\sum_{m=-J}^{J}G(J,\,J_a,\,J_b,\,m_a,\,m_a+m) \quad \text{не зависит от } m_a. \tag{78,6б}$$

Из инвариантности (78,4) относительно операции инверсии $F_{Jm}(\theta)=$ $=F_{Jm}(\pi-\theta)$ следует, что $F_{Jm}(\theta)$ должно быть четной функцией $\cos\theta$. Далее, учитывая свойства функции D^{J}_{mp} (приложение I, § Д) можно показать, что $F_{Jm}(\theta)$ выражается полиномом от $\cos^2\theta$, максимальная степень которого равна J. Поэтому в общем случае можно написать:

$$F_{Jm}(\theta)=\sum_{k=0}^{J}a_k^{(m)}\cos^{2k}\theta.$$

Докажем теперь, что полная вероятность перехода из состояния J_am_a во все состояния J_bm_b, различающиеся квантовыми числами m_b, не зависит от квантового числа m_a, характеризующего начальное состояние:

$$\sum_{m_b}\int P_{ba}d\Omega=\sum_{m_b}\int F_{J,\,m_b-m_a}(\theta)\,G(J,\,J_a,\,J_b,\,m_a,\,m_b,\,\lambda)\,d\Omega. \tag{78,7}$$

Так как $m_b=m_a+m$, то при фиксированном m_a можно сумму по m_b заменить на сумму по m: тогда, используя (78,5б), имеем:

$$\sum_{m_b}\int P_{ba}d\Omega=\sum_{m}\int F_{Jm}(\theta)\,G(J,\,J_a,\,J_b,\,m_a,\,m_a+m,\,\lambda)\,d\Omega=$$

$$=\mathrm{const}\cdot\sum_{m=-J}^{J}G(J,\,J_a,\,J_b,\,m_a,\,m_a+m,\,\lambda),$$

откуда согласно свойству (78,6б) непосредственно следует справедливость высказанного выше утверждения.

Таким же образом можно доказать, что полная вероятность всех переходов $m_a \longrightarrow m_b$, соответствующих одному значению $m = m_b - m_a$, не зависит от m.

Далее, можно показать, используя (78,5в) и (78,6а), что

$$\sum_{m_a m_b} P_{ba} \quad \text{не зависит от } \theta. \tag{78,7а}$$

Если ядро не подвергается действию внешних полей, то возбужденное квантовое состояние ядра со спином J_a является вырожденным состоянием по магнитному квантовому числу m_a с кратностью вырождения $(2J_a + 1)$. Поэтому при определении вероятности перехода ядра в основное состояние J_b необходимо производить усреднение по всем возможным состояниям, отличающимся значениями m_a. Тогда вследствие (78,7а) излучение должно быть изотропным.

Если же ядро поместить во внешнее поле электрическое или магнитное (например, поле кристалла), то в этом поле возбужденный уровень расщепляется на $(2J_a + 1)$ компонент в магнитном поле и на $(J_a + 1)$ компонент в электрическом поле. Если заселенность уровней, отличающихся только магнитным квантовым числом m_a, обозначить через $f(m_a)$, то при разной заселенности уровней угловое распределение излучения не будет изотропным.

Поясним сказанное простейшим примером. Предположим, что испускается дипольное электрическое или магнитное излучение в переходе $1m_a \longrightarrow 00$. Пользуясь приложением I, мы убедимся, что функции, определяющие угловую зависимость дипольного излучения, имеют вид

$$F_{10}(\theta) = \sin^2\theta, \quad F_{1,\pm 1}(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos^2\theta), \tag{78,8}$$

где θ — угол между осью квантования z и направлением излучения. В этом случае угловое распределение будет определяться с точностью до множителя, не зависящего от углов, функцией

$$W(\theta) = \sum_m f(m) F_{1m}(\theta) = f(0)\sin^2\theta + \frac{f(1) + f(-1)}{2}(1 + \cos^2\theta). \tag{78,8а}$$

В общем случае угловое распределение излучения мультипольности 2^J при переходе $a \longrightarrow b$ будет определяться функцией

$$W(\theta) = \sum_{m_a m_b} f(m_a) G(J, J_a, J_b, m_a, m_b, \lambda) F_{J, m_b - m_a}(\theta). \tag{78,9}$$

Если известны $f(m_a)$, т. е. начальные распределения возбужденных состояний, то формула (78,9) позволяет принципиально определить J, J_a, J_b из измеренного углового распределения излучения. Если (78,9) содержит много слагаемых, то однозначный ответ получить трудно.

Практическое осуществление разной заселенности $f(m_a)$ начальных состояний может быть получено при низких температурах в сильных полях (ориентированные ядра). В этом случае можно использовать (78,9) при анализе угловой зависимости поглощения электромагнитного излучения. Угловое распределение γ-излучения, испускаемого ориентированными ядрами, изучалось в ряде работ.

Представляет большой практический интерес изучение углового распределения излучения при каскадных переходах ядра из возбужденного в основное состояние. В этом случае при исследовании (методом совпадений) углового распределения γ-квантов двух последовательных излучений можно определить основные характеристики ядерных уровней.

Теория угловых корреляций каскадных γ-переходов развивалась в работе А. З. Долгинова [23], изложение теории угловых корреляций в каскадных переходах можно найти также в обзорах Биденхарна и Розе [24] и Фраунфельдера [25]. Здесь мы дадим элементарный вывод основных соотношений на простом примере.

Предположим, что ядро из возбужденного состояния $a\,(J=0)$ переходит в промежуточное состояние $c\,(J=1)$, испуская квант γ_1 в направлении $\boldsymbol{k}_1$, а затем при переходе $c \longrightarrow b\,(J=0)$ испускает квант γ_2. Предположим, что промежуточное возбужденное состояние c имеет достаточно малое время жизни, чтобы в течение этого времени оно не изменилось под действием внешних условий. Вычислим вероятность $W(\theta)$ излучения кванта γ_2 под углом θ к направлению $\boldsymbol{k}_1$. Выберем ось квантования z вдоль направления излучения γ_1; тогда в результате перехода $a \longrightarrow c$ подуровни m_c промежуточного состояния заполняются с относительной вероятностью $f(m_c)$, определяемой функцией углового распределения дипольного излучения (78,8) для случая $\theta=0$:

$$f(m_c) = F_{1m_c}(0). \tag{78,10}$$

Таким образом, подуровень $m_c=0$ не возбуждается, подуровни $m_c=\pm 1$ возбуждаются с равной вероятностью. Подставляя (78,10) в (78,8а), получим следующее выражение для функции корреляции двух последовательных излучений γ_1 и γ_2:

$$W_{\gamma\gamma}(\theta) = \sum_{m_c} F_{1m_c}(0)\,F_{1m_c}(\theta) = \frac{1}{2}(1+\cos^2\theta). \tag{78,11}$$

Первый переход $a \longrightarrow c$ может соответствовать процессу поглощения γ-кванта; тогда при обратном переходе $c \longrightarrow a$ формула (78,11) определит угловое распределение резонансно рассеянных γ-лучей.

Если бы переход $a\,(J=0) \longrightarrow c\,(J=1)$ осуществлялся путем излучения (или поглощения) частицы с нулевым спином, например α-частицы, то функции углового распределения при испускании частицы с орбитальным моментом L определялись бы обычными сферическими функциями:

$$F_{LM}(\theta) = |Y_{LM}(\theta, \varphi)|^2 \quad \text{для} \quad \alpha\text{-частиц}.$$

Поэтому угловая корреляция между направлением испускания бесспиновой частицы и направлением последующего испускания γ-кванта для рассмотренного выше перехода $a \longrightarrow c \longrightarrow b$ будет определяться функцией

$$W_{\alpha\gamma}(\theta) \sim \sum_{m_c} |Y_{Lm_c}(0)|^2 F_{1m_c}(\theta) = \sin^2\theta.$$

В общем случае функция угловой корреляции двух последовательных γ-излучений при переходах между уровнями $J_a m_a \longrightarrow J_c m_c \longrightarrow J_b m_b$ может быть записана в виде

$$W_{\gamma\gamma}(\theta) = \sum_{m_c} \{ \sum_{m_a} F_{J, m_c - m_a}(0)\, G(J, J_a, J_c, m_a, m_c) \times$$

$$\times \sum_{m_b} F_{J' m_b - m_c}(\theta)\, G(J', J_c, J_b, m_c, m_b) \}. \qquad (78,12)$$

Первая сумма по m_a в (78,12) определяет вероятность возбуждения промежуточных подуровней m_c при испускании первого γ-кванта вдоль направления оси z. Вторая сумма определяет угловое распределение последующего излучения γ_2, обусловленное неравновероятным возбуждением подуровней m_c при излучении кванта γ_1.

Формула (78,12) для угловой корреляции двух последовательных излучений γ-квантов в каскадном переходе справедлива в том случае, когда: 1) промежуточное состояние c не нарушается внешним полем (в частности, полями электронного облака); 2) подуровни m_a и m_b начального и конечного ядерных состояний заполнены с равной вероятностью; 3) переходы $a \longrightarrow c$ и $c \longrightarrow b$ сопровождаются только γ-излучением; 4) детекторы, регистрирующие оба излучения, не чувствительны к поляризации γ-квантов.

При выполнении всех этих условий функция (78,12) угловой корреляции двух последовательных γ-излучений может быть записана в виде полинома от $\cos^2\theta$:

$$W_{\gamma\gamma}(\theta) = \sum_{l=0}^{L} a_l \cos^{2l}\theta, \qquad (78,12a)$$

здесь l принимает все целые значения от нуля до L, где L — наименьшее из чисел J, J' или J_c, определяющих моменты количества движения, уносимые двумя фотонами (J, J'), и спин промежуточного уровня (J_c).

Если спин промежуточного состояния равен 0 или $^1/_2$, то $W_{\gamma\gamma}(\theta)$ не зависит от θ. Наличие в угловом распределении члена $\cos^{2L}\theta$ указывает, что промежуточное состояние и каждое из γ-излучений обоих переходов имеет момент количества движения, не меньший L. Следует, конечно, иметь в виду, что приведенные выше формулы относятся к углам, измеренным в системе центра инерции.

Так как (78,12а) определяет только относительную вероятность излучения в данном направлении, то обычно полагают $a_0 = 1$. Численные значения коэффициентов a_2 и a_4 для различных случаев были получены Гамильтоном [26] и Фалковым [27].

Исследование угловых корреляций γ-излучений в каскадных переходах позволяет определять также относительную интенсивность нескольких мультипольных излучений [28], если они соответствуют одному переходу (например, $E2$ и $M1$).

§ 79. Захват нейтронов протонами и фоторасщепление дейтрона

Дейтрон может быть образован при захвате медленного нейтрона протоном с испусканием γ-кванта. Взаимодействие медленного нейтрона с протоном происходит только в S-состоянии, поэтому начальной стадии образования дейтрона должно соответствовать состояние с орбитальным моментом, равным нулю. Таких состояний в системе (n, p) только два: ^1S и ^3S. Интересующим нас конечным состоянием является дейтрон (состояние ^3S) и γ-квант.

Оба перехода $^1S\,(pn) \longrightarrow {}^3S\,(d)$ и $^3S\,(pn) \longrightarrow {}^3S\,(d)$ могут сопровождаться магнитным дипольным излучением ($\Delta J = 1$, четность не меняется). Так как в обоих переходах орбитальный момент количества движения начального и конечного состояний равен нулю, то такие переходы могут быть обусловлены только гамильтонианом взаимодействия, содержащим спиновые моменты нуклонов. Такой оператор, как мы видели в § 74, дает отличные от нуля матричные элементы только между состояниями, соответствующими изменению ориентации спина одного из нуклонов системы, поэтому захват нуклона с излучением фотона типа $M1$ может осуществляться только при переходе $^1S \longrightarrow {}^3S$.

Вычисление эффективного сечения захвата нейтрона протоном с испусканием дипольного магнитного излучения проведем в приближении нулевого радиуса действия ядерных сил.

Волновая функция начального состояния системы является волновой функцией S-состояния в непрерывном спектре и может быть записана в виде

$$\Phi_a = \frac{R_s(r)}{kr}\chi_0, \tag{79,1}$$

где k — волновое число, соответствующее энергии относительного движения $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{M}$ протона и нейтрона; M — масса нуклона; χ_0 — спиновая волновая функция синглетного состояния. В приближении нулевого радиуса действия ядерных сил

$$R_s(r) = \sin(kr + \delta), \tag{79,1a}$$

где δ — фазовое смещение, выражающееся в том же приближении