Так как (78,12а) определяет только относительную вероятность излучения в данном направлении, то обычно полагают $a_0 = 1$. Численные значения коэффициентов a_2 и a_4 для различных случаев были получены Гамильтоном [26] и Фалковым [27].

Исследование угловых корреляций γ-излучений в каскадных переходах позволяет определять также относительную интенсивность нескольких мультипольных излучений [28], если они соответствуют одному переходу (например, $E2$ и $M1$).

§ 79. Захват нейтронов протонами и фоторасщепление дейтрона

Дейтрон может быть образован при захвате медленного нейтрона протоном с испусканием γ-кванта. Взаимодействие медленного нейтрона с протоном происходит только в S-состоянии, поэтому начальной стадии образования дейтрона должно соответствовать состояние с орбитальным моментом, равным нулю. Таких состояний в системе (n, p) только два: ^1S и ^3S. Интересующим нас конечным состоянием является дейтрон (состояние ^3S) и γ-квант.

Оба перехода $^1S(pn) \longrightarrow {}^3S(d)$ и $^3S(pn) \longrightarrow {}^3S(d)$ могут сопровождаться магнитным дипольным излучением ($\Delta J = 1$, четность не меняется). Так как в обоих переходах орбитальный момент количества движения начального и конечного состояний равен нулю, то такие переходы могут быть обусловлены только гамильтонианом взаимодействия, содержащим спиновые моменты нуклонов. Такой оператор, как мы видели в § 74, дает отличные от нуля матричные элементы только между состояниями, соответствующими изменению ориентации спина одного из нуклонов системы, поэтому захват нуклона с излучением фотона типа $M1$ может осуществляться только при переходе $^1S \longrightarrow {}^3S$.

Вычисление эффективного сечения захвата нейтрона протоном с испусканием дипольного магнитного излучения проведем в приближении нулевого радиуса действия ядерных сил.

Волновая функция начального состояния системы является волновой функцией S-состояния в непрерывном спектре и может быть записана в виде

$$\Phi_a = \frac{R_s(r)}{kr}\chi_0, \qquad (79,1)$$

где k — волновое число, соответствующее энергии относительного движения $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{M}$ протона и нейтрона; M — масса нуклона; χ_0 — спиновая волновая функция синглетного состояния. В приближении нулевого радиуса действия ядерных сил

$$R_s(r) = \sin(kr + \delta), \qquad (79,1а)$$

где δ — фазовое смещение, выражающееся в том же приближении через длину синглетного рассеяния a_s с помощью формулы (см. § 46)

$$k \operatorname{ctg} \delta = -\frac{1}{a_s}. \qquad (79,2)$$

Волновая функция конечного состояния в приближении нулевого радиуса действия ядерных сил имеет вид

$$\Phi_b = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{R_t(r)}{r} \chi_1, \qquad (79,3)$$

где χ_1 — спиновая функция, соответствующая триплетному спиновому состоянию:

$$R_t(r) = \sqrt{2\beta}\, e^{-\beta r}; \qquad (79,3а)$$

параметр β определяется энергией связи дейтрона (E_d) с помощью формулы

$$\frac{\hbar^2\beta^2}{M} = E_d.$$

Вероятность испускания в 1 *сек* магнитного дипольного излучения согласно формулам (73,24) и (73,24а) имеет вид

$$P(M1) = \frac{16}{9} \frac{\pi e^2}{\hbar} \left(\frac{\omega}{c}\right)^3 B(M1), \quad \omega = \frac{\hbar(k^2 + \beta^2)}{M}, \qquad (79,4)$$

где приведенная вероятность перехода

$$B(M1) = \sum_{m,\, m_b} \left| \left(\Phi_b \left| \frac{1}{2ec} \int r\hat{L} Y_{1m} j\, d\tau \right| \Phi_a \right) \right|^2. \qquad (79,4а)$$

В нашей задаче для плотности тока надо взять выражение

$$j = \frac{e\hbar}{2M} \operatorname{rot} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{2} \hat{\mu}_\alpha \boldsymbol{\sigma}_\alpha \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\alpha) \right\}. \qquad (79,5)$$

Подставляя (79,5) в (79,4а) и производя интегрирование по частям с учетом того, что

$$\operatorname{rot}(r\hat{L} Y_{1m}) \approx 2i\nabla(rY_{1m}) = 2i \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \nabla r_m,$$

где

$$r_0 = z, \quad r_{\pm 1} = \frac{x \pm iy}{\sqrt{2}},$$

получим:

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} \sum_{m,\, m_b} \left| \left(\Phi_b \left| \frac{\hbar}{2Mc} (\mu_p \boldsymbol{\sigma}_p + \mu_n \boldsymbol{\sigma}_n) \nabla r_m \right| \Phi_a \right) \right|^2. \qquad (79,5а)$$

Входящее в эту формулу выражение магнитного момента представим в виде

$$\mu_p \boldsymbol{\sigma}_p + \mu_n \boldsymbol{\sigma}_n = \frac{1}{2} (\mu_p + \mu_n)(\boldsymbol{\sigma}_p + \boldsymbol{\sigma}_n) + \frac{1}{2} (\mu_n - \mu_p)(\boldsymbol{\sigma}_n - \boldsymbol{\sigma}_p).$$

Можно показать, что вклад в приведенную вероятность перехода будет давать только второе слагаемое. При этом разным квантовым числам $m=0, \pm 1$ соответствуют одинаковые квадраты матричных элементов; поэтому после подстановки в (79,5а) выражений для волновых функций (79,1) и (79,3) получим:

$$B(M1)=\frac{9\pi\hbar^2}{4M^2c^2}\frac{(\mu_n-\mu_p)^2}{k^2}\left|\int\limits_0^\infty R_tR_s dr\right|^2.$$

Для того чтобы вычислить сечение радиационного захвата нейтрона протоном, нужно разделить выражение для вероятности перехода (79,4) на плотность падающего потока нейтронов. При выбранной нормировке волновой функции (79,1) плотность потока равна скорости относительного движения $v=\frac{2\hbar k}{M}$; кроме того, надо учесть, что в потоке нейтронов из каждых четырех нейтронов только один обладает спином, противоположным спину протона. Поэтому

$$\sigma(M1)=\frac{P(M1)}{4v}=\frac{\pi e^2\hbar^3}{2M^4c^5}\left(\frac{k^2+\beta^2}{k}\right)^3(\mu_n-\mu_p)^2\left|\int\limits_0^\infty R_tR_s dr\right|^2. \qquad (79,6)$$

Пользуясь (79,1а), (79,3а) и (79,2), легко показать, что

$$\int\limits_0^\infty R_tR_s dr=\sqrt{2\beta}\,\frac{k\cos\delta+\beta\sin\delta}{k^2+\beta^2}=\frac{(\beta a_s-1)k\sqrt{2\beta}}{(k^2+\beta^2)\sqrt{a_s^2k^2+1}}.$$

Подставляя это значение в (79,6), получим:

$$\sigma_c(M1)=\frac{\pi e^2\hbar^3}{M^4c^5}\frac{(k^2+\beta^2)}{a_s^2k^2+1}\frac{(\mu_n-\mu_p)^2}{k}\beta(\beta a_s-1)^2. \qquad (79,7)$$

В пределе малых энергий (когда $\beta^2 \gg k^2$, $a_s^2k^2 \ll 1$) сечение радиационного захвата нейтрона протоном принимает простой вид

$$\sigma_c(M1)=2\pi\frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2\frac{Ed}{Mc^2}\frac{(\beta a_s-1)^2}{k}\beta(\mu_n-\mu_p)^2,\quad k^2\ll\beta^2. \qquad (79,7а)$$

Формула (79,7) показывает, что эффективное сечение радиационного захвата обратно пропорционально скорости нейтрона и прямо пропорционально квадрату разности магнитных моментов нейтрона и протона. Если бы эти моменты были одинаковыми, то сечение равнялось бы нулю. Далее величина сечения существенно зависит от знака синглетной длины рассеяния. Следует отметить, что измерение эффективного сечения захвата нейтрона протонами [29] исторически послужило первым указанием на отрицательное значение длины синглетного рассеяния.

В связи с тем, что начальное и конечное состояния при захвате нейтрона протоном являются S-состояниями, угловое распределение излучаемых γ-квантов должно быть сферически симметричным.

Перейдем теперь к рассмотрению обратной реакции — фоторасщеплению дейтрона, при поглощении γ-квантов, энергия которых превосходит энергию связи дейтрона. Основную роль в фоторасщеплении играют электрическое и магнитное дипольные излучения.

При поглощении дипольного магнитного излучения дейтрон из связанного состояния ^3S переходит в состояние ^1S, соответствующее непрерывному спектру. Этот процесс является обратным рассмотренному выше процессу излучения кванта типа $M1$, поэтому его эффективное сечение может быть определено на основе теоремы взаимности (см. § 51).

Угловое распределение продуктов фотомагнитного расщепления является сферически симметричным так же, как и распределение γ-квантов в прямой реакции. Поэтому можно использовать теорему взаимности для интегральных эффективных сечений. Взаимодействие с электромагнитным полем характеризуется малой постоянной $\frac{e^2}{\hbar c} \approx 137^{-1}$; поэтому теорема взаимности переходит в принцип детального равновесия и может быть записана в виде

$$v\rho_f\sigma_c = c\rho_c\sigma_f, \tag{79,8}$$

где v — относительная скорость разлетающихся нейтрона и протона; c — скорость света;

$$\rho_f = \frac{4\pi p^2}{(2\pi\hbar)^3\frac{d\varepsilon}{dp}} = \frac{k^2}{2\pi^2\hbar v}$$

— плотность конечных состояний (на единичный интервал энергии) в случае фоторасщепления дейтрона;

$$\rho_c = 2\frac{4\pi p^2}{(2\pi\hbar)^3\frac{d\varepsilon}{dp}} = \frac{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2}{\pi^2\hbar c}$$

— плотность конечных состояний (на единичный интервал энергии) в случае захвата нейтрона протоном с испусканием γ-кванта.

Подставляя эти значения, а также значение частоты $\omega = \frac{\hbar(k^2+\beta^2)}{M}$ в (79,8) и используя (79,7), находим:

$$\sigma_f(M1) = \frac{k^2}{2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2}\sigma_c = \frac{\pi}{2}\frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2\frac{\beta k(\beta a_s - 1)^2}{(k^2+\beta^2)(a_s^2k+1)}(\mu_n - \mu_p)^2. \tag{79,9}$$

Вблизи порога сечение σ_f пропорционально k, т. е. квадратному корню из энергии $(\hbar\omega - E_d)$ разлетающихся нейтрона и протона; затем при возрастании k сечение достигает максимума при $k^2 = \frac{1}{a_s^2}$, т. е. при энергии, соответствующей виртуальному уровню системы (n, p) в синглетном спиновом состоянии. При дальнейшем возрастании k сечение фоторасщепления быстро спадает, вначале как k^{-1}, а при $k^2 > \beta^2$ как k^{-3}.

Вычислим теперь эффективное сечение фоторасщепления дейтрона при поглощении дипольного электрического излучения. При таком поглощении спиновое состояние не меняется, а орбитальное квантовое число изменяется на единицу; поэтому конечным состоянием должно быть состояние ^3P. Если энергия поглощаемого γ-кванта не очень велика, так что длина волны, соответствующая относительному движению протона и нейтрона, значительно больше радиуса действия ядерных сил, то волновую функцию ^3P-состояния можно считать совпадающей с функцией свободного движения, а для волновой функции основного состояния дейтрона взять выражение

$$\Phi_a = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{R_t(r)}{r} \chi_1, \tag{79,10}$$

полученное в приближении нулевого радиуса действия ядерных сил.

Если ось z координатной системы совпадает с направлением распространения γ-квантов, то волновая функция P-состояния будет совпадать с членом разложения плоской волны, распространяющейся под углами (Θ, Φ) (направление разлета нейтрона и протона), содержащим сферическую функцию Y_{1m}. Поэтому, учитывая (А, 4а) (см. приложение I, § А), для волновой функции конечного состояния можно написать:

$$\Phi_b = 4\pi i j_1(kr) \sum_{m'} Y^*_{1m'}(\Theta, \Phi)\, Y_{1m'}(\vartheta, \varphi) =$$
$$= \frac{4\pi i}{kr}\left(\frac{\sin kr}{kr} - \cos kr\right) \sum_{m'} Y^*_{1m'}(\Theta, \Phi)\, Y_{1m'}(\vartheta, \varphi). \tag{79,11}$$

Используя далее общие формулы для электрического мультипольного излучения (73,22), (73,25), можно записать дифференциальное эффективное сечение радиационного захвата с испусканием $E1$ в виде

$$d\sigma_c = \sigma_c(E1)\frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{e^2}{9\hbar v}\left(\frac{\omega}{c}\right)^3 \sum_{m,\, m_b} \left| \left(\Phi_b \middle| rY_{1m}(\vartheta,\varphi) \middle| \Phi_a\right) \right|^2 d\Omega.$$

Тогда сечение распада дейтрона, при поглощении дипольного электрического излучения определится с помощью (79,8), где $v = \frac{2\hbar k}{M}$:

$$d\sigma_f(E1) = \frac{1}{2}\frac{k^2}{2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2} d\sigma_c(E1) = \frac{1}{36}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)\frac{M\omega k}{\hbar} \sum_{m,\, m_b} |(\Phi_b \mid rY_{1m} \mid \Phi_a)|^2\, d\Omega. \tag{79,12}$$

Для получения окончательной величины дифференциального эффективного сечения $d\sigma_f$ надо вычислить матричный элемент, входящий в (79,12). Учитывая, что для падающего γ-излучения $m = \pm 1$, получим, используя (79,10) и (79,11):

$$\sum_{m,\, m_b} |(\Phi_b \mid rY_{1m} \mid \Phi_a)|^2 = \frac{24k^2\beta}{(\beta^2 + k^2)^4} \sin^2 \Theta.$$

Итак, дифференциальное эффективное сечение электрического дипольного фоторасщепления дейтрона в приближении нулевого радиуса действия ядерных сил определяется окончательно выражением

$$d\sigma_f(E1) = \frac{2}{3}\frac{e^2}{\hbar c}\beta\left(\frac{k}{\beta^2+k^2}\right)^3 \sin^2\theta\, d\Omega. \qquad (79,12а)$$

Вблизи порога ($k \ll \beta$) дифференциальное сечение (79,12а) растет с энергией как $k^3 \sim (\hbar\omega - E_d)^{3/2}$ и достигает максимума при $k = \beta$, т. е. при $\hbar\omega = \frac{2\hbar^2\beta^2}{M} = 2E_d$, а затем снова уменьшается.

В отличие от сферически симметричного распределения продуктов фотомагнитного расщепления эффективное сечение (79,12а) характеризуется анизотропией, определяемой $\sin^2\theta$, где θ — угол между направлением разлета нейтрона и протона и направлением падения γ-квантов.

Максимум в сечении при энергии фотонов, в 2 раза превышающей энергию порога, не является резонансным, а соответствует тому, что значение $k = \beta$ есть наиболее вероятное значение относительного импульса нейтрона и протона в дейтроне в состоянии, описываемом волновой функцией (79,10).

Электрическое и магнитное фоторасщепления можно экспериментально различить по угловому распределению продуктов реакции. При энергиях $\hbar\omega$, близких к порогу, преобладает магнитное дипольное расщепление; при энергиях, соответствующих $k^2 \gg \beta^2$, наоборот, преобладает электрическое дипольное расщепление; при этом

$$\frac{\sigma_f(M1)}{\sigma_f(E1)} \sim \left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2 \frac{\beta a_s - 1}{a_s^2}(\mu_n - \mu_p)^2.$$

Следует, конечно, заметить, что при энергиях $\hbar\omega$, превышающих примерно 10 *Мэв*, становится существенным поведение волновых функций в области действия ядерных сил, растет роль квадрупольного электрического излучения, а при расчете поглощения магнитного излучения, могут проявиться поправки, связанные с мезонными токами. Многочисленные попытки распространения теории на эту область энергии опираются на конкретные предположения о силах, действующих между протоном и нейтроном.

§ 80. Захват нуклона ядром и испускание гамма-лучей

Возбуждение ядра с последующим испусканием γ-лучей может осуществляться при резонансном захвате ядром нейтронов, протонов и α-частиц. Реакции (n, γ) наиболее эффективны при малых энергиях нейтронов. Реакции (p, γ) и (α, γ) наблюдаются в энергетической области, которая ограничена со стороны малых энергий условием, чтобы частица могла проникнуть через кулоновский барьер; со стороны больших энергий ограничение сводится к требованию, чтобы энергия