## ГЛАВА XII

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ С ЯДРАМИ

## § 84. Понятие о длине когерентного и некогерентного рассеяния нейтронов на одном ядре

В этой главе мы рассмотрим взаимодействие «холодных» и «тепловых» нейтронов с ядрами. К области холодных и тепловых нейтронов относятся нейтроны, энергия относительного движения которых (по отношению к ядрам) не превышает 0,025 *эв*, т. е. нейтроны, длина волны которых $\lambda \geqslant 1{,}81 \cdot 10^{-8}$ *см*. При прохождении нейтронов таких энергий через рассеивающее вещество с упорядоченной структурой наблюдаются интерференционные эффекты, так как порядок расстояния между атомами в твердых и жидких телах ($10^{-8}$ *см*) совпадает с порядком длины волны нейтронов.

Возможность когерентного рассеяния нейтронов кристаллическими телами была указана Эльзассером [1] и Виком [2], однако экспериментальное изучение этих явлений долгое время было затруднено отсутствием достаточно интенсивных источников монохроматических нейтронов. В последнее время экспериментаторы получили мощные источники нейтронов — ядерные реакторы, которые позволяют проводить широкие исследования в области изучения взаимодействия медленных нейтронов с веществом и, в частности, использовать дифракцию нейтронов для изучения строения самого вещества.

Прежде чем исследовать интерференционные явления, возникающие при прохождении нейтронов через вещество, рассмотрим особенности рассеяния тепловых нейтронов на свободных ядрах. Как мы видели в § 46, рассеяние тепловых нейтронов на свободных ядрах с нулевым спином (четно-четные ядра) полностью определяется *длиной рассеяния* $a$. Длина рассеяния для большинства ядер имеет порядок величины радиуса ядра ($\sim 10^{-12}$ *см*). Обычно длина рассеяния является комплексным числом $a = \alpha + i\beta$, где $\beta < 0$, и по абсолютной величине значительно меньше $\alpha$.

Рассеяние тепловых нейтронов на свободных ядрах сферически симметрично, поэтому вне области действия ядерных сил ($r > b$) волновая функция относительного движения нейтрона и ядра (нормированная на единицу потока) может быть представлена в виде

$$\psi = v^{-\frac{1}{2}}\left(e^{ikz} - a\frac{\exp(ikr)}{r}\right), \tag{84,1}$$

где $k = \hbar^{-1}\sqrt{2\mu\varepsilon}$; $\varepsilon$ — энергия относительного движения; $\mu$ — приведенная масса; $v$ — скорость относительного движения.

Поскольку при тепловых энергиях в рассеянии участвуют только волны с орбитальным моментом, равным нулю ($s$-волна), то иногда удобно вместо полной функции (84,1) рассматривать только $s$-волну, которую мы обозначим $\psi_0$. Легко показать, что

$$\psi_0 = i\left(2kr\sqrt{v}\right)^{-1}\{e^{-ikr} - (1-2ika)\,e^{ikr}\}. \tag{84,2}$$

Вспоминая определение диагонального элемента матрицы рассеяния $S_0$ (§ 50), мы убедимся, что в нашем случае

$$S_0 = (1-2ika). \tag{84,3}$$

Согласно (50,10) и (50,12) сечение упругого рассеяния $s$-волны равно

$$\sigma_e = \frac{\pi}{k^2}\,|\,1 - S_0\,|^2 = 4\pi\,|\,a\,|^2 = 4\pi(\alpha^2 + \beta^2), \tag{84,4}$$

а сечение поглощения (сечение реакции)

$$\sigma_r = \frac{\pi}{k^2}(1 - |\,S_0\,|^2) = -\frac{4\pi\beta}{k} - 4\pi(\alpha^2+\beta^2) = -\frac{4\pi\beta}{k} - \sigma_e. \tag{84,5}$$

Из (84,4) и (84,5) непосредственно следует, что полное сечение рассеяния и реакции для $s$-волны

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_r = -\frac{4\pi\beta}{k}, \quad \beta < 0. \tag{84,6}$$

Этот же результат получим, применяя непосредственно формулу (50,15)

Если известны сечение упругого рассеяния ($\sigma_e$) и полное сечение ($\sigma_t$), то формулами (84,4) и (84,6) длина рассеяния определяется с точностью до знака вещественной части:

$$a = \pm\left[\frac{\sigma_e}{4\pi} - \left(\frac{k\sigma_t}{4\pi}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - i\,\frac{k\sigma_t}{4\pi}\,.$$

Знак мнимой части длины рассеяния определяется однозначно.

Если энергия рассеиваемых нейтронов попадает в область изолированного резонанса составного ядра, то согласно § 54 сечение рассеяния определяется формулой

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\left|\frac{\frac{1}{2}\Gamma_e}{\varepsilon - \varepsilon_r + \frac{i}{2}\Gamma} + e^{ikb}\sin kb\right|^2, \tag{84,7}$$

где $\Gamma_e$ — ширина упругого рассеяния нейтронов; $\Gamma$ — полная ширина резонансного уровня; $\varepsilon_r$ — энергия резонанса; $b$ — радиус сферы действия ядерных сил между ядром и нейтроном. Сравнивая (84,7) и (84,4), получим с точностью до несущественного фазового множителя выражение для длины рассеяния в области изолированного резонанса (при $kb \ll 1$):

$$a = \frac{1}{2k} \frac{\Gamma_e}{\varepsilon - \varepsilon_r + \frac{i}{2}\Gamma} + b. \tag{84,8}$$

Таким образом, длина рассеяния в области изолированного резонанса равна сумме положительной длины потенциального рассеяния, определяемого «размерами» ядра, и длины резонансного рассеяния. В большинстве случаев в области тепловых энергий $|\varepsilon - \varepsilon_r| \gg \Gamma$, поэтому длина резонансного рассеяния положительна, если энергия нейтрона больше резонансной энергии, и отрицательна, если энергия нейтрона меньше резонансной энергии. Абсолютная величина $a$ сильно зависит от разности $\varepsilon - \varepsilon_r$.

Если ядро-мишень имеет спин, равный $i$, то соответственно двум возможным спиновым состояниям системы $j = i + \frac{1}{2}$, $i - \frac{1}{2}$ рассеяние тепловых нейтронов будет определяться двумя длинами рассеяния: $a_+$ и $a_-$. Введем проекционные операторы:

$$\eta_+ = \frac{i + 1 + 2\hat{i}\hat{s}}{2i+1}, \tag{84,9}$$

$$\eta_- = \frac{i - 2\hat{i}\hat{s}}{2i+1}, \tag{84,10}$$

действие которых на спиновую функцию $\chi_{jm}$ системы выражается следующими соотношениями:

$$\eta_+ \chi_{jm} = \begin{cases} \chi_{jm}, & j = i + \frac{1}{2}, \\ 0, & j = i - \frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$\eta_- \chi_{jm} = \begin{cases} 0, & j = i + \frac{1}{2}, \\ \chi_{jm}, & j = i - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Теперь волновая функция относительного движения нейтрона и ядра, обладающего спином $i$, может быть записана в виде

$$\psi = v^{-\frac{1}{2}} \left\{ e^{ikz} - (\eta_+ a_+ + \eta_- a_-) \frac{e^{ikr}}{r} \right\} \chi_{jm}.$$

Подставляя значение проекционных операторов (84,9) и (84,10), получим

$$\psi = v^{-\frac{1}{2}} \left\{ e^{ikz} - a_{эфф} \frac{e^{ikr}}{r} \right\} \chi_{jm}, \tag{84,11}$$

где эффективная длина рассеяния является оператором

$$a_{эфф} \equiv (2i+1)^{-1} \{(i+1) a_+ + i a_- + 2\hat{i}\hat{s}(a_+ - a_-)\}. \tag{84,12}$$

Среднее сечение рассеяния неполяризованных нейтронов выражается через квадрат эффективной длины рассеяния, усредненный по спиновым состояниям:

$$\sigma = 4\pi \langle a^2_{эфф} \rangle. \tag{84,13}$$

При отсутствии корреляции спинов нейтрона и ядра $\langle \hat{i}\hat{s} \rangle = 0$, а

$$\langle (\hat{i}\hat{s})^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle \hat{i}^2 \hat{s}^2 \rangle = \frac{i(i+1)}{4},$$

и сечение рассеяния, усредненное по спиновым состояниям, может быть представлено в виде суммы

$$\sigma = \sigma_к + \sigma_{нк}, \tag{84,14}$$

где

$$\sigma_к = 4\pi \left| \frac{i+1}{2i+1} a_+ + \frac{i}{2i+1} a_- \right|^2 \tag{84,15}$$

— сечение когерентного рассеяния, а

$$\sigma_{нк} = 4\pi \frac{i(i+1)}{(2i+1)^2} |a_+ - a_-|^2 \tag{84,16}$$

— сечение некогерентного рассеяния.

Следовательно, среднее значение сечения рассеяния на одном ядре равно

$$\sigma = \sigma_к + \sigma_{нк} = 4\pi \left\{ \frac{i+1}{2i+1} |a_+|^2 + \frac{i}{2i+1} |a_-|^2 \right\}. \tag{84,17}$$

Понятие когерентности или некогерентности рассеянных нейтронных волн на одном ядре определяется возможностью интерференции рассеянной волны с падающей. Обычно эксперименты осуществляются с образцами, содержащими большое число ядер. Если длина волны нейтронов сравнима или больше расстояния между ядрами, то разделение полного сечения (84,14) на сечение когерентного и некогерентного рассеяний очень существенно для вычисления рассеяния нейтронов на многих ядрах. Так, например, если два тождественных ядра с некоррелированными спинами находятся на расстоянии, значительно меньшем длины волны нейтрона, то сечение рассеяния, усредненное по спиновым состояниям, будет определяться выражением

$$\sigma_{1,2} = 4\pi \langle |a_{эфф}(1) + a_{эфф}(2)|^2 \rangle.$$

Пользуясь формулой (84,12) и обозначая операторы спинов ядер $\hat{i}_1$ и $\hat{i}_2$, можно написать:

$$\sigma_{1,2}=\frac{4\pi}{(2i+1)^2}\langle 2[(i+1)a_+ + ia_-]+2[\hat{i}_1\hat{s}+\hat{i}_2\hat{s}](a_+ - a_-)|^2\rangle.$$

При некоррелированных спинах ядер $\langle(\hat{i}_1\hat{s})(\hat{i}_2\hat{s})\rangle=0$, поэтому, принимая во внимание обозначения (84,15) и (84,16), имеем:

$$\sigma_{1,2}=4\sigma_к+2\sigma_{нк}.$$

Итак, сечение рассеяния нейтронов системой двух ядер является суммой сечений некогерентного рассеяния от каждого ядра и сечения когерентного рассеяния. Для получения сечения когерентного рассеяния надо складывать не сечения, а длины когерентных рассеяний, так как интерференционные явления определяются только длиной когерентного рассеяния на каждом ядре:

$$a_к=\frac{i-1}{2i+1}a_+ + \frac{i}{2i+1}a_-. \tag{84,18}$$

В общем случае $|a_к|\leqslant\sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}}$, где $\sigma$ — полное сечение рассеяния. Знак равенства соответствует случаю, когда длина рассеяния не зависит от спинового состояния системы, т. е. когда $a_+=a_-$, при этом все рассеяние является только когерентным. Если длины рассеяний $a_+$ и $a_-$ имеют противоположные знаки, то длина когерентного рассеяния может быть очень малой. Так, например, для ядра водорода сечение когерентного рассеяния примерно в 40 раз меньше сечения полного рассеяния. (Когерентное сечение равно 1,79 *барн*, полное сечение 81,4 *барн*.) У бериллия длина рассеяния мало зависит от спина, и следовательно, для него $\sigma_к$ должно приближенно совпадать с сечением полного рассеяния. Натрий имеет $\sigma_к=1{,}55$ *барн*, значительно меньшее полного сечения рассеяния, равного 3,6 *барн*. Следовательно, рассеяние на натрии примерно наполовину является некогерентным рассеянием, зависящим от спина. Аналогичная водороду картина наблюдается для ванадия, так как $\sigma_к$ составляет всего 0,03 *барн*, в то время как полное сечение рассеяния равно 5 *барн*. Наоборот, у всех четно-четных ядер, обладающих нулевым спином, полное и когерентное сечения рассеяния совпадают.

Рассмотренная выше некогерентность рассеяния может быть названа *спиновой некогерентностью*, так как она определяется зависимостью рассеяния от спина системы. Когерентное рассеяние обусловливается столкновениями без изменения направления спина нейтрона.

Интерференционные явления наблюдаются только для нейтронов с большой длиной волны, при этом их энергия значительно меньше энергии связи рассеивающих ядер в молекулах и кристаллах. Поэтому при исследовании когерентного рассеяния нейтронов кристаллами следует пользоваться длиной рассеяния на ядре, входящем в состав молекулы с очень большой массой. Поскольку длина рассеяния пропорциональна приведенной массе нейтрона и рассеивающего центра, то между длинами рассеяния на свободном и связанном ядре имеется простое соотношение (см. § 48):

$$(\mu a)_{\text{связ}} = (\mu a)_{\text{своб}}.$$

В случае кристалла $\mu_{\text{связ}} = M$, $\mu_{\text{своб}} = \frac{MA}{A+1}$, следовательно,

$$a_{\text{связ}} = \frac{A+1}{A} a_{\text{своб}}.$$

В дальнейшем в этой главе под длиной когерентного рассеяния $a$ мы будем всегда понимать длину рассеяния $a_{\text{связ}}$, если не будет делаться специальных оговорок.

## § 85. Когерентное рассеяние медленных нейтронов поликристаллическим веществом с бесконечно тяжелыми ядрами

Как показано в предыдущем параграфе, когерентное рассеяние обусловлено только когерентной частью амплитуды рассеяния. Рассмотрим теперь, как можно учесть влияние пространственного распределения ядер на рассеяние тепловых нейтронов. Для простоты предположим, что ядра не имеют спина и обладают бесконечно большой массой. В этом случае все столкновения будут происходить без изменения энергии движения нейтронов (упругое рассеяние).

Предположим, что положения ядер в монокристалле определяются радиусами-векторами

$$\boldsymbol{n} = \sum_{i=1}^{3} n_i \boldsymbol{d}_i,$$

где $\boldsymbol{d}_1$, $\boldsymbol{d}_2$, $\boldsymbol{d}_3$ — базисные векторы единичной ячейки кристалла; $n_i$ — пробегают целочисленные значения: $0, 1, \ldots, N_i$; $(N_1+1)(N_2+1)\times$ $\times(N_3+1) = N$ — полное число ядер в кристалле.

Обозначив волновые векторы нейтрона перед рассеянием $\boldsymbol{k}$, а после рассеяния $\boldsymbol{k}'$, мы можем записать его волновую функцию на большом расстоянии от монокристалла в виде

$$\psi = e^{ikz} - \frac{a}{r} e^{ikr} \sum_{\boldsymbol{n}} \exp\{i\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\},$$

где $a$ соответствует когерентной части длины рассеяния ($a \equiv a_{\text{k}}$), суммирование по $\boldsymbol{n}$ обозначает суммирование по $n_1$, $n_2$, $n_3$.

Сечение рассеяния в единицу телесного угла в направлении $\boldsymbol{k}'$, отнесенное к одному ядру, будет

$$\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega} = \frac{|a|^2}{N} \left| \sum_{\boldsymbol{n}} \exp\{i\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\} \right|^2. \tag{85,1}$$