Полное сечение рассеяния получим из σ_τ после суммирования по всем допустимым значениям векторов обратной решетки

$$\sigma = \frac{2\pi^2}{Bk^2} |a|^2 \sum_{\tau \leqslant \frac{k}{\pi}} \frac{1}{\tau}. \tag{85,10}$$

Для простой кубической решетки ($B = d^3$) граничная длина волны нейтрона, начиная с которой происходит упругое когерентное рассеяние, определяется отражением от шести плоскостей $\{(100), (010), \ldots\}$, для каждой из которых $\frac{1}{\tau} = 2d$, следовательно, граничная длина волны $\lambda_{\text{гр}} = 2d$, а соответствующее сечение рассеяния получим из (85,10):

$$\sigma_{\text{гр}} = 6 \frac{2\pi^2 |a|^2}{k_{\text{гр}}^2 d^2} = \frac{3}{\pi} \sigma_0, \quad \text{где} \quad \sigma_0 = 4\pi |a|^2.$$

С уменьшением длины волны все большее число плоскостей начинает участвовать в отражении и наблюдаемое сечение при любой длине волны определяется суммой вкладов от всех отражающих плоскостей, причем согласно (85,10) вклад каждой группы плоскостей изменяется обратно пропорционально k^2 (т. е. энергии нейтрона). При энергиях порядка 0,1 *эв* отражает уже такое большое число групп плоскостей, что сечение становится плавно меняющейся функцией энергии. На рис. 69 приведен график изменения полного эффективного сечения рассеяния нейтронов на поликристаллическом серебре. На рисунке ясно видны вклады от отдельных групп кристаллических плоскостей.

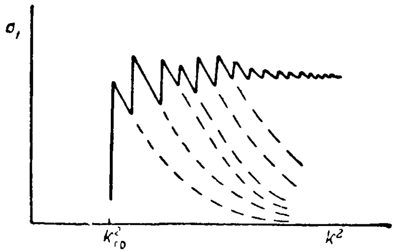

Рис. 69. Зависимость полного эффективного рассеяния нейтронов на поликристаллическом серебре от энергии.

§ 86. Изотопическая некогерентность рассеянных нейтронных волн

Согласно квантовой механике всякое рассеяние, сопровождающееся изменением внутреннего состояния (спин, энергия и т. д.) рассеивающего ядра, является некогерентным, так как изменение квантового состояния является причиной отсутствия интерференции. Это понятие когерентности относится уже к одному рассеивателю. К такому типу некогерентности относятся некогерентность, обусловленная неупругим рассеянием, и рассмотренная выше спиновая некогерентность (§ 85).

При исследовании рассеянных волн от системы рассеивателей, расположенных в узлах кристаллической решетки не возникает дополнительная некогерентность только при строго фиксированном расположении (идеальная решетка) и тождественности рассеивателей. Если эти условия не выполняются, то из-за непостоянства фазовых соотношений между волнами, рассеянными разными центрами, возникает дополнительная некогерентность, приводящая к диффузному рассеянию. Такая некогерентность может быть вызвана тепловым движением ядер в узлах кристаллической решетки, нерегулярным распределением изотопов, если они имеют различные длины рассеяния, неупорядоченным распределением компонент в сплавах и др.

В этом параграфе мы рассмотрим *изотопическую некогерентность*, т. е. некогерентность, возникающую из-за неупорядоченного пространственного распределения изотопов. Предположим, что кристалл состоит из ядер элемента, обладающего несколькими изотопами, распределенными по узлам решетки с вероятностями c_1, c_2, ..., так что $\sum\limits_j c_j = 1$. Допустим, что массы ядер бесконечно велики, спины равны нулю и свойства рассеяния нейтронов каждым изотопом определяются соответствующей длиной рассеяния a_1, a_2, ...

При беспорядочном пространственном распределении каждое ядро рассеивало бы независимо и среднее сечение рассеяния, приходящееся на одно ядро, равнялось бы

$$\sigma = 4\pi \sum_{j=1} c_j |a_j|^2. \tag{86,1}$$

При правильном пространственном распределении ядер надо учесть интерференцию. Сечение рассеяния (отнесенное к одному ядру) в единицу телесного угла в направлении $\boldsymbol{k}'$ при некотором определенном распределении изотопов по аналогии с (85,1) можно записать в виде

$$\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega} = \frac{1}{N} \left| \sum_n a_n \exp\{i\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\} \right|^2; \tag{86,2}$$

здесь a_n — длина рассеяния изотопа, занимающего место $\boldsymbol{n}$; $\boldsymbol{k}$ — волновой вектор падающих нейтронов; N — число рассеивающих ядер.

Введем среднее значение длины рассеяния

$$a = \frac{1}{N}\sum_n a_n = \sum_j c_j a_j; \tag{86,3}$$

тогда

$$a_n = a + \Delta a_n, \tag{86,4}$$

где

$$\sum_n \Delta a_n = \sum_j c_j \Delta a_j = 0.$$

Подставляя (86,4) в (86,2), получим:

$$\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega}\right)_{\text{ког}} + \left(\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega}\right)_{\text{диф}}, \tag{86,5}$$

где

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{ког}} = \frac{|a|^2}{N}\left|\sum_n \exp\{i\boldsymbol{n}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\}\right|^2$$

— сечение когерентного рассеяния, совпадающее с сечением (85,1).

Оно сильно зависит от угла рассеяния, имея резкие максимумы для направлений, удовлетворяющих условиям Брегга $\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}'=2\pi\boldsymbol{\tau}$ (см. § 85).

Таким образом, средняя длина рассеяния (86,3) является длиной когерентного рассеяния:

$$a_{\text{ког}} \equiv a = \sum_{j=1} c_j a_j.$$

Второе слагаемое в (86,5)

$$\left(\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega}\right)_{\text{диф}} = \frac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{n}}\sum_{\boldsymbol{n}'} \Delta a_{\boldsymbol{n}} \Delta a_{\boldsymbol{n}}^{*} \exp\{i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{n}')\} = \frac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{m}} \exp\{i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\boldsymbol{m}\}\sum_{\boldsymbol{n}} \Delta a_{\boldsymbol{n}+\boldsymbol{m}} \Delta a_{\boldsymbol{n}}^{*}.$$

При беспорядочном распределении изотопов по узлам решетки для каждого значения $\boldsymbol{m}\neq 0$, $\Delta a_{\boldsymbol{n}}^{*}$ и $\Delta a_{\boldsymbol{n}+\boldsymbol{m}}$ независимы, поэтому

$$\sum_{\boldsymbol{n}} \Delta a_{\boldsymbol{n}+\boldsymbol{m}} \Delta a_{\boldsymbol{n}}^{*} = 0,$$

и сечение рассеяния

$$\left(\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega}\right)_{\text{диф}} = \frac{\sigma_{\text{диф}}}{4\pi} = \frac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{n}} |\Delta a_{\boldsymbol{n}}|^2 = \sum_{j} c_j |\Delta a_j|^2 \qquad (86,6)$$

не зависит от угла рассеяния и может быть названо *диффузным изотопным рассеянием*, обусловленным изотопической некогерентностью. Если все изотопы, входящие в состав кристалла, имеют одинаковую длину рассеяния, то изотопическая некогерентность отсутствует, так как $\Delta a_j = 0$.

В частном случае двух изотопов в решетке $a = c_1 a_1 + c_2 a_2$, $\Delta a_1 = a_1 - a = c_2(a_1 - a_2)$, $\Delta a_2 = c_1(a_2 - a_1)$; поэтому

$$\sigma_{\text{диф}} = 4\pi\{c_1|\Delta a_1|^2 + c_2|\Delta a_2|^2\} = 4\pi c_1 c_2 |a_1 - a_2|^2.$$

Подставляя $\Delta a_j = a_j - a$ в уравнение (86,6), легко показать, что сечение диффузного рассеяния можно записать в виде

$$\sigma_{\text{диф}} = 4\pi\{\sum_j c_j |a_j|^2 - |a|^2\}.$$

Изотопическая некогерентность приводит к диффузному рассеянию нейтронов и, следовательно, вызывает экспоненциальное убывание когерентной волны.

Если бы пространственное распределение изотопов было каким-либо образом коррелировано (что обычно не имеет места), то при $\boldsymbol{m}\neq 0$ $\sum_{\boldsymbol{n}} \Delta a_{\boldsymbol{n}+\boldsymbol{m}} \Delta a_{\boldsymbol{n}} = f_{\boldsymbol{m}}$ и

$$\left(\frac{d\sigma(\boldsymbol{k}')}{d\Omega}\right)_{\text{диф}} = \frac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{n}} |\Delta a_{\boldsymbol{n}}|^2 + \frac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{m}} f_{\boldsymbol{m}} e^{i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\boldsymbol{m}}. \qquad (86,7)$$

Второе слагаемое (86,7) зависит от угла рассеяния и определяет анизотропное диффузное рассеяние. В случае изотопической некогерентности эта часть рассеяния обычно равна нулю.