ГЛАВА XIII*

ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ПРИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЯХ

§ 91. Рассеяние нуклонов ядрами как многократное рассеяние

Теория взаимодействия нуклона со сложным ядром относится к задаче многих тел. Как хорошо известно, задача многих тел не решается точно ни в классической, ни в квантовой механике. В классической механике, астрономии, теории атомов и твердых тел были развиты приближенные методы решения таких задач, основанные на теории возмущений. В теории ядра эти методы оказались мало пригодными из-за большой величины ядерных взаимодействий; поэтому пришлось широко использовать различные модельные представления о ядре, чтобы описать те или иные его свойства. Одной из таких моделей является оптическая модель ядерных взаимодействий, предложенная в работах [9—12] для описания ядерных реакций с нейтронами, имеющими энергию, меньшую 3 *Мэв*. В дальнейшем эта модель с успехом применялась и для описания взаимодействия с ядрами нейтронов и протонов бо́льших энергий (20—30 *Мэв*).

В оптической модели ядерных взаимодействий задача многих тел заменяется более простой задачей изучения движения одного тела в некотором эффективном потенциальном поле, т. е. задача многих тел сводится к проблеме одного тела. Теоретическому обоснованию этой возможности посвящены работы [13—15].

В § 90 было показано, что взаимодействие кристалла с нейтроном, длина волны которого превышает расстояние между соседними атомами, можно приближенно описать, заменив кристалл непрерывной средой с комплексным показателем преломления. Такое описание позволяет исследовать прохождение когерентной части волны через кристалл.

В этой главе будет показано, что прохождение нуклона через ядерное вещество также можно исследовать с помощью введения комплексного показателя преломления ядерного вещества (комплексный потенциал). При таком описании взаимодействие нуклона с ядром естественно разделяется на упругое рассеяние без образования составного ядра (обусловленное вещественной частью потенциала) и все остальные процессы, протекающие через стадию составного ядра (обусловленные мнимой частью потенциала).

Предположим, что H_A есть оператор Гамильтона ядра, $\mathscr{E}_n$ и $\varphi_n(\xi)$ — его собственные значения и собственные функции, так что

$$H_A\varphi_n(\xi) = \mathscr{E}_n\varphi_n(\xi); \tag{91,1}$$

здесь индексом n отмечена совокупность всех квантовых чисел, определяющих внутренее состояние ядра. Пусть, далее,

$$\hat{K} \equiv -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_r \tag{91,1a}$$

— оператор кинетической энергии относительного движения ядра и внешнего нуклона; $\mu = M\frac{A}{A+1}$ — приведенная масса; A — массовое число ядра; M — масса нуклона.

Собственные функций и собственные значения оператора $\hat{K}$ определяются уравнением

$$\hat{K}\chi_{k\nu}(r) = \varepsilon_k\chi_{k\nu}(r), \tag{91,2}$$

где $\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$ — энергия относительного движения; $\boldsymbol{k}$ — волновой вектор; ν — совокупность квантовых чисел, характеризующих спин нуклона, полный спин ядра и т. д.

Уравнение Шредингера для стационарного состояния системы, состоящей из ядра и внешнего нуклона и имеющей полную энергию

$$E_a = \mathscr{E}_0 + \varepsilon_k, \tag{91,3}$$

будет

$$(H_0 + V)\Psi_a = E_a\Psi_a, \tag{91,4}$$

где $H_0 = H_A + \hat{K}$; $a \equiv \{0, \boldsymbol{k}, \nu\}$; V — энергия взаимодействия внешнего нуклона с ядром.

Предположим, что можно написать:

$$V = \sum_{\alpha=1}^{A} V_\alpha, \tag{91,5}$$

где V_α — энергия взаимодействия внешнего нуклона с одним из нуклонов ядра. Если падающим нуклоном является нейтрон, то его взаимодействие с нуклонами ядра не зависит от электрического заряда нуклонов (гипотеза зарядовой независимости ядерных сил). Если падающим нуклоном является протон, то наряду с зарядово-независимыми ядерными силами надо учесть кулоновское взаимодействие с ядром. Кулоновское взаимодействие медленно убывает с расстоянием, поэтому падающая и рассеянная волны искажаются кулоновским полем ядра даже на бесконечном расстоянии (если не учитывать экранировки кулоновского поля ядра атомными электронами). Рассеяние в кулоновском поле и влияние кулоновского поля на рассеяние, обусловленное ядерными силами, может быть учтено точно (см. § 64). Чтобы не усложнять вычислений в этой главе, будем учитывать только специфические ядерные взаимодействия между падающим нуклоном и ядром; поэтому полученные результаты будут непосредственно относиться к рассеянию нейтронов ядрами.

Обозначим $\Phi_a = \varphi_0 \chi_{k\nu}$ — волновую функцию начального состояния, соответствующую бесконечному удалению нуклона и ядра, обладающего энергией E_a. Вероятность перехода (рассеяния) в единицу времени из состояния Φ_a в конечное состояние $\Phi_b = \varphi_0 \chi_{k'\nu'}$ определяется согласно общей теории рассеяния (см. главу IX) формулой

$$P_{ba} = \frac{2\pi}{\hbar} \delta(E_a - E_b) \, |T_{ba}|^2, \tag{91,6}$$

где амплитуда вероятности перехода под влиянием взаимодействия V выражается матричным элементом

$$T_{ba} = (\Phi_b, \; V\Psi_a). \tag{91,7}$$

Входящая в (91,7) волновая функция Ψ_a является решением уравнения (91,4), асимптотический вид которого при больших r представляет суперпозицию падающей Φ_a и уходящей (рассеянной) волн. Такое решение можно записать в виде интегрального уравнения (см. § 62)

$$\Psi_a = \Phi_a + D^{-1} V \Psi_a, \tag{91,8}$$

где D^{-1} — интегральный оператор с ядром, являющимся функцией Грина оператора $E_a - H_0$;

$$D = (E_a + i\eta - H_0). \tag{91,9}$$

Малое положительное число η вводится в (91,9) для того, чтобы во втором слагаемом в (91,8) присутствовали только уходящие волны. После вычисления соответствующих интегралов надо перейти к пределу $\eta \to 0$.

Если ввести оператор Ω с помощью соотношения

$$\Psi_a = \Omega \Phi_a \tag{91,10}$$

и положить

$$T \equiv V\Omega, \tag{91,11}$$

то матричный элемент (91,7) примет вид

$$T_{ba} = (\Phi_b, \; T\Phi_a), \tag{91,12}$$

а уравнение (91,8)

$$\Psi_a = \Phi_a + D^{-1} T \Phi_a. \tag{91,13}$$

Это уравнение показывает, что Ψ_a можно представить в виде суммы падающей волны Φ_a и рассеянной волны

$$(\Psi_a)_{\text{расс}} = D^{-1}T\Phi_a.$$

Таким образом, оператор $D^{-1}T$ «превращает» падающую волну Φ_a в рассеянную.

Подставляя (91,10) в (91,8), мы убедимся, что оператор Ω должен удовлетворять операторному уравнению

$$\Omega = 1 + D^{-1}V\Omega, \tag{91,14}$$

а оператор T — уравнению

$$T = V + VD^{-1}T. \tag{91,15}$$

Введем теперь по аналогии с (91,15) новый вспомогательный оператор t_α, определяющий эффективное рассеяние падающего нейтрона на одном нуклоне ядра, с помощью интегрального уравнения

$$t_\alpha = V_\alpha + V_\alpha D^{-1}t_\alpha, \tag{91,16}$$

из которого следует, что

$$V_\alpha = t_\alpha(1 + D^{-1}t_\alpha)^{-1}. \tag{91,17}$$

Пользуясь (91,5) и подставляя (91,17), преобразуем операторное уравнение (91,14) к эквивалентной системе операторных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 1 + D^{-1}\sum_\alpha t_\alpha\Omega_\alpha, \\ \Omega_\alpha &= 1 + D^{-1}\sum_\beta{}' t_\beta\Omega_\beta; \end{aligned}\right\} \tag{91,18}$$

здесь знак штрих у суммы указывает, что в сумме отсутствует член с $\beta = \alpha$.

Умножая правую и левую части (91,18) справа на Φ_a и вводя обозначение $\Psi_{\alpha a} = \Omega_\alpha\Phi_a$, получим систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \Psi_a &= \Phi_a + \sum_\alpha D^{-1}t_\alpha\Psi_{\alpha a}, \\ \Psi_{\alpha a} &= \Phi_a + \sum_\beta{}' D^{-1}t_\beta\Psi_{\beta a}. \end{aligned}\right\} \tag{91,19}$$

Первое из уравнений (91,19) указывает, что волна Ψ_a является суперпозицией падающей волны и волн $D^{-1}t_\alpha\Psi_{\alpha a}$, рассеянных каждым нуклоном ядра; при этом волна $\Psi_{\alpha a}$, рассеиваемая нуклоном α, в свою очередь, как следует из второго уравнения (91,19), равна сумме падающей волны и волн, рассеянных всеми остальными (кроме α) нуклонами. Следовательно, это уравнение определяет эффективное волновое поле, действующее на каждый нуклон в ядре. Уравнения (91,19) позволяют выразить полное рассеяние через свойства отдельных рассеивателей и структуру всей системы.

При выводе (91,19) существенно использовалось предположение, что взаимодействие падающего нейтрона с ядром можно представить в виде суммы (91,5) потенциальных энергий взаимодействий с каждым нуклоном ядра. Такое упрощение возможно только в нерелятивистском приближении и при условии малой роли многочастичных сил.

§ 92. Когерентное и некогерентное упругое рассеяние нейтронов ядрами

При упругом рассеянии нуклонов ядрами внутреннее состояние ядра не меняется. Поэтому упругое рассеяние согласно (91,7) определяется матричным элементом

$$T_{ba} = (\Phi_b, T\Phi_a) = (\chi_{k'\nu'}, \langle T\rangle \chi_{k\nu}), \qquad (92,1)$$

здесь и в дальнейшем скобки $\langle\ldots\rangle$ обозначают диагональный матричный элемент по начальному состоянию φ_0 ядра от величины, стоящей внутри скобок, т. е. $\langle T\rangle \equiv (\varphi_0, T\varphi_0)$. Для вычисления (92,1) надо знать $\langle T\rangle$. Оператор $\langle T\rangle$ определяет полное упругое рассеяние, которое равно сумме упругого рассеяния, проходящего через стадию составного ядра, и упругого рассеяния без образования составного ядра. Для выделения упругого рассеяния без образования составного ядра вычислим матричный элемент $\langle\Omega\rangle$.

Для вычисления $\langle\Omega\rangle$ усредним по начальному состоянию ядра систему уравнений (91,18); тогда получим:

$$\left.\begin{aligned} \langle\Omega\rangle &= 1 + B^{-1} \sum_\alpha \langle t_\alpha \Omega_\alpha\rangle, \\ \langle\Omega_\alpha\rangle &= 1 + B^{-1} \sum_\beta{}' \langle t_\beta \Omega_\beta\rangle, \end{aligned}\right\} \qquad (92,2)$$

где

$$B \equiv \varepsilon_k + i\eta - \hat{K}_r. \qquad (92,3)$$

Операторы $\langle\Omega\rangle$ и $\langle\Omega_\alpha\rangle$ действуют только на переменные r и ν и не зависят от переменных, характеризующих внутреннее состояние ядра. Следует, конечно, отметить, что сами операторы t_α, Ω_α зависят от координат нуклона α в ядре. При усреднении же по начальному состоянию получаются, однако, величины $\langle t_\alpha\rangle$, $\langle\Omega_\alpha\rangle$ и $\langle t_\alpha\Omega_\alpha\rangle$, которые не зависят от индекса α, так как функция φ_0 антисимметрична относительно одновременной перестановки пространственных, спиновых и зарядовых координат любой пары нуклонов ядра.

Разобьем $\langle t_\alpha\Omega_\alpha\rangle$ на две части следующим образом:

$$\langle t_\alpha\Omega_\alpha\rangle = \langle t_\alpha\rangle \langle\Omega_\alpha\rangle + \delta, \qquad (92,4)$$

где

$$\delta \equiv \sum_n{}' (0 \,|\, t_\alpha \,|\, n)(n \,|\, \Omega_\alpha \,|\, 0), \qquad (92,4а)$$

здесь знак штрих у суммы обозначает, что в сумме опущен член с $n = 0$.