Приравнивая энергию (ε) относительного движения нуклона и ядра энергии нуклона внутри ядра

$$\varepsilon = \frac{q^2}{2M^*} + U_0,$$

мы можем выразить волновой вектор q нуклона внутри ядра через энергию относительного движения ε, а именно:

$$q^2 = 2M^* (\varepsilon - U_0).$$

Подставляя это значение в (94,19) и используя (94,21), определим зависимость вещественной части оптического потенциала от энергии относительного движения:

$$U(\varepsilon) = U_0 \frac{M^*}{M} + \left(1 - \frac{M^*}{M}\right) \varepsilon. \tag{94,22}$$

Так как $M^* < M$ и $U_0 < 0$, то с ростом ε абсолютная величина $U(\varepsilon)$ уменьшается.

Зная зависимость действительной части оптического потенциала от энергии (94,22), можно определить значение эффективной массы нуклона. Если использовать экспериментальные данные, приведенные в таблице 32 в § 93, то получим:

$$M^* \approx (0{,}6 - 0{,}8)\, M,$$
$$U_0 \approx (70 - 100)\ \text{Мэв}.$$

В этом параграфе мы исследовали вопрос о вычислении эффективного потенциала, действующего на нуклон в ядерном веществе, не учитывая границы ядра. В случае реального ядра, имеющего конечный объем, вычисление эффективного потенциала усложняется, так как волновые функции, описывающие состояния отдельных нуклонов, не будут соответствовать плоским волнам, а сами определяются этим потенциалом. Вследствие этого задача отыскания самосогласованного потенциала, определяющего однонуклонные состояния в ядре, значительно усложняется (см., например, работу Бете [23]).

§ 95. Мнимая часть эффективного потенциала

Чтобы определить мнимую часть эффективного потенциала оптической модели ядерных взаимодействий, надо отказаться от использованной в предыдущем параграфе идеализации, согласно которой одночастичные состояния с положительной энергией рассматривались как стационарные состояния. Такие состояния на самом деле обладают конечным временем жизни, так как существует определенная вероятность вылета нуклона из системы (упругое рассеяние), кроме того, имеется определенная вероятность передачи энергии другим состояниям составного ядра (все неупругие процессы).

Для вычисления вклада в мнимую часть потенциала $\zeta_1 U$ от второго эффекта надо учесть некогерентное рассеяние. Для учета вклада в мнимую часть потенциала $\zeta_2 U$ от первого эффекта достаточно при вычислении t_α исходить из интегрального уравнения с граничными условиями, соответствующими уходящим, а не стоячим волнам. Тогда

$$\zeta_2 U = \operatorname{Im} \sum_{\alpha=1}^{A} \langle t_\alpha \rangle. \tag{95,1}$$

Полный мнимый потенциал, действующий на внешний нуклон, равен

$$\zeta U = (\zeta_1 + \zeta_2) U. \tag{95,2}$$

Мнимая часть потенциала $\zeta_1 U$ в оптической модели ядерных взаимодействий описывает все процессы, протекающие через стадию составного ядра. Для вычисления $\zeta_1 U$ достаточно определить вероятность перехода в единицу времени одночастичного возбуждения $\Phi_{0\varepsilon}$ в возбуждения составного ядра [16]. Если обозначить эту вероятность через Γ, то мнимая часть потенциала $(\zeta_1 U)$ оптической модели выразится через Γ соотношением

$$\hbar\Gamma = -2\overline{\zeta_1 U}, \tag{95,3}$$

где

$$\overline{\zeta_1 U} = (\chi_\varepsilon,\ \zeta_1 U \chi_\varepsilon), \tag{95,4}$$

а

$$U = \operatorname{Re} \sum_\alpha \langle t_\alpha \rangle. \tag{95,5}$$

Система, состоящая из ядра A и нейтрона, в оптической модели описывается гамильтонианом

$$H_0 = H_A + \hat{K} + U, \tag{95,6}$$

где H_A — гамильтониан ядра мишени, $\hat{K}$ — оператор кинетической энергии относительного движения ядра и нейтрона, U определено формулой (95,5).

Обозначим через $E_{n\varepsilon}$ и $\Phi_{n\varepsilon}$ соответственно собственные значения и собственные функции этого оператора. При этом

$$E_{n\varepsilon} = E_n + \varepsilon, \quad \Phi_{n\varepsilon} = \varphi_n \chi_\varepsilon,$$

$$H_A \varphi_n = E_n \varphi_n, \quad [\hat{K} + U] \chi_\varepsilon = \varepsilon \chi_\varepsilon.$$

С помощью (95,6) можно записать полный гамильтониан системы в виде

$$H = H_0 + H', \tag{95,7}$$

где

$$H' = \sum_\alpha \{ V_\alpha - \operatorname{Re} \langle t_\alpha \rangle \}. \tag{95,8}$$

Оператор (95,8), учитывающий отличие полного гамильтониана от гамильтониана оптической модели, является причиной образования составного ядра, в котором энергия возбуждения распределяется на большое число степеней свободы.

Для вычисления вероятности перехода Γ, будем искать решение временного уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=(H_0+H')\Psi \tag{95,9}$$

в виде

$$\Psi=a(t)\,\Phi_{0\varepsilon}e^{-iE'_{0\varepsilon}\frac{t}{\hbar}}+\sum_{n,\xi}b_{n\xi}(t)\,\Phi_{n\xi}e^{-iE'_{n\xi}\frac{t}{\hbar}} \tag{95,10}$$

с начальными условиями

$$a(0)=1,\quad b_{n\xi}(0)=0. \tag{95,11}$$

При этом

$$E'_{n\xi}=E_{n\xi}+(\Phi_{n\xi}, H'\,\Phi_{n\xi}). \tag{95,12}$$

Подставляя (95,10) в (95,9), получим (при $t<\Gamma^{-1}$) систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} i\hbar\frac{da}{dt}&=\sum_{n,\xi}{}'\,b_{n\xi}(\Phi_{0\varepsilon}, H'\Phi_{n\xi})\exp\left\{\frac{i}{\hbar}(E'_{0\varepsilon}-E'_{n\xi})t\right\},\\ i\hbar\frac{db_{n\xi}}{dt}&=a(\Phi_{n\xi}, H'\Phi_{0\varepsilon})\exp\left\{\frac{i}{\hbar}(E'_{n\xi}-E'_{0\varepsilon})t\right\}+\ldots\end{aligned}\right\} \tag{95,13}$$

Систему уравнений (95,13) с начальными условиями (95,11) решаем подстановкой

$$a(t)=\exp\left\{-\frac{\Gamma t}{2}\right\}.$$

Тогда обычным путем находим:

$$b_{n\xi}=(\Phi_{n\xi}, H'\,\Phi_{0\varepsilon})\frac{\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\left(E'_{0\varepsilon}-E'_{n\xi}-i\frac{\Gamma\hbar}{2}\right)t\right\}-1}{E'_{0\varepsilon}-E'_{n\xi}-\frac{i\Gamma\hbar}{2}},$$

$$\Gamma=\frac{2i}{\hbar}\sum_{n,\xi}{}'\,|(\Phi_{0\varepsilon}, H'\Phi_{n\xi})|^2\frac{1-\exp\left\{i\left(E'_{0\varepsilon}-E'_{n\xi}-\frac{i\Gamma\hbar}{2}\right)\right\}}{E'_{0\varepsilon}-E'_{n\xi}-\frac{i\Gamma\hbar}{2}}. \tag{95,14}$$

Вводя число состояний $\omega(E)\,dE$ в интервале энергий E, $E+dE$, можно в (95,14) перейти от суммы к интегралу; тогда

$$\Gamma=\frac{2\pi}{\hbar}|(\Phi_{0\varepsilon}, H'\Phi_{n\xi})|^2\,\omega(E_{n_0\xi_0}), \tag{95,15}$$

где

$$E_{n_0\xi_0}\approx E_{0\varepsilon}.$$

Чтобы определить зависимость Γ от энергии в области резонансов составного ядра, разложим функцию $\Phi_{0\varepsilon}$ по полной системе функций X_λ оператора (95,7):

$$\Phi_{0\varepsilon} = \sum_\lambda A_{\lambda,\,0\varepsilon} X_\lambda. \tag{95,16}$$

Легко убедиться, что коэффициенты разложения определяются формулой

$$A_{\lambda,\,0\varepsilon} = \frac{(\Phi_{0\varepsilon}, H'X_\lambda)}{E_\lambda - E_{0\varepsilon}}. \tag{95,17}$$

Вследствие нормировки функций X_λ и $\Phi_{n\xi}$ имеют место равенства:

$$\sum_{n,\,\xi} A_{\lambda,\,n\xi} A^*_{\lambda',\,n\xi} = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad \sum_\lambda A_{\lambda,\,n\xi} A_{\lambda,\,n'\xi'} = \delta_{nn'}\,\delta_{\xi\xi'}, \tag{95,18}$$

Подставляя (95,16) в (95,15) и учитывая (95,17), получим:

$$\hbar\Gamma = 2\pi \left| \sum_\lambda \frac{(\Phi_{0\varepsilon},\ H'X_\lambda)(X_\lambda,\ H'\Phi_{n_0\xi_0})}{E_\lambda - E_{0\varepsilon}} \right|^2 \omega(E_{n_0\xi_0}). \tag{95,19}$$

В области перекрывающихся резонансов сумму по λ можно заменить интегралом

$$\hbar\Gamma = 2\pi \left| \int \frac{(\Phi_{0\varepsilon},\ H'X_\lambda)(X_\lambda,\ H'\Phi_{n_0\xi_0})}{E_\lambda - E_{0\varepsilon}}\, \omega(E_\lambda)\, dE_\lambda \right|^2 \omega(E_{n_0\xi_0}). \tag{95,20}$$

Если же энергия $E_{0\varepsilon}$ попадает в область изолированных резонансов составного ядра, например $E_{0\varepsilon} \approx E_{\lambda_0}$, то в сумме по λ в (95,19) будет существен только один член; следовательно,

$$\hbar\Gamma = 2\pi \left| \frac{(\Phi_{0\varepsilon} H'X_\lambda)(X_\lambda, H'\Phi_{n_0\xi_0})}{E_\lambda - E_{0\varepsilon}} \right|^2 \omega(E_{n_0\xi_0}) + \Gamma_0, \tag{95,21}$$

где Γ_0 — часть Γ, слабо зависящая от энергии.

Выражения (95,20) и (95,21) позволяют сделать качественные заключения о зависимости Γ от энергии, когда $\varepsilon < 50$ *Мэв*. В области изолированных резонансов составного ядра зависимость Γ от энергии носит резонансный характер. Вне изолированных резонансов и в области перекрывающихся уровней, величина Γ возрастает с энергией главным образом за счет изменения плотности состояний $\omega(E)$. Экспериментальные значения $\hbar\Gamma$ для разных энергий нуклонов подтверждают плавное увеличение этой величины с ростом энергии. Если в интервале энергий 0—3 *Мэв* значение $\hbar\Gamma = 2\zeta U \approx 2{,}5$ *Мэв* [11], то для энергии 20 *Мэв* значение $\hbar\Gamma = 2\zeta U \approx 18$ *Мэв* [21]. В работе [25] приведены (на основе частных сообщений) значения ζU для промежуточных значений энергии (см. также таблицу 32 § 93).

Для вычисления Γ по формулам (95,19) и (95,21) необходимо знать волновые функции X_λ и $\Phi_{n\xi}$ и зависимость плотности состояний $\omega(E)$ от энергии. При некоторых упрощающих предположениях оценка величины Γ будет сделана в следующем параграфе.