§ 96. Интерпретация широких резонансов во взаимодействии нейтронов с ядрами

Величина $\hbar\Gamma$, определяемая формулой (95,19), характеризует ширину одночастичных уровней ядра. Поэтому $\hbar\Gamma$ следует сопоставлять с экспериментально наблюдаемыми ширинами (~ 2 *Мэв*) широких максимумов в усредненных по резонансам сечениях рассеяния нейтронов малой энергии ядрами [11].

Для оценки величины $\hbar\Gamma$ в области тесно расположенных резонансов, используя (95,17), представим (95,19) в следующем виде:

$$\hbar\Gamma = 2\pi\omega(E_{n_0\xi_0}) \left| \sum_\lambda A_{\lambda,\,0\varepsilon} A_{\lambda,\,n_0\xi_0} (E_\lambda - E_{n_0\xi_0}) \right|^2.$$

Пренебрегая знакопеременными недиагональными членами, получим:

$$\hbar\Gamma \approx 2\pi\omega(E_{n_0\xi_0}) \sum_\lambda |A_{\lambda,\,0\varepsilon}|^2 |A_{\lambda,\,n_0\xi_0}|^2 (E_\lambda - E_{n_0\xi_0})^2.$$

Вводя плотность состояний $\omega(E_\lambda)$ составного ядра в интервале энергий E_λ, $E_\lambda + dE_\lambda$, можно заменить сумму по λ интегралом по энергии. Тогда

$$\hbar\Gamma = 2\pi\omega(E_{n_0\xi_0}) \int |A_{\lambda,\,0\varepsilon}|^2 |A_{\lambda,\,n_0\xi_0}|^2 (E_\lambda - E_{n_0\xi_0})^2 \omega(E_\lambda)\, dE_\lambda. \tag{96,1}$$

В этом приближении условие ортогональности (95,18) запишется в виде

$$\int A_{\lambda,\,n\xi} A^*_{\lambda,\,n'\xi'} \omega(E_\lambda)\, dE_\lambda = \delta_{nn'} \delta_{\xi\xi'}. \tag{96,2}$$

Предположим теперь, что энергетическая зависимость выражения $|A_{\lambda,\,0\varepsilon}|^2 \omega(E_\lambda)$ может быть представлена в виде

$$|A_{\lambda,\,0\varepsilon}|^2 \omega(E_\lambda) = \frac{B}{\Omega_{0\varepsilon}} \exp\left\{ -\frac{(E_\lambda - E_{0\varepsilon})^2}{\Omega_{0\varepsilon}^2} \right\}, \tag{96,3}$$

где B определяется из условия (96,2). При этом

$$B = 2\sqrt{\pi}\{1 + \Phi(x)\}^{-1}, \tag{96,4}$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad x = \frac{E_{0\varepsilon}}{\Omega_{0\varepsilon}}. \tag{96,5}$$

Величина $\Omega_{0\varepsilon}$ выражается через значение «второго момента» W^2, введенного в работе Лейна, Томаса и Вигнера [26]:

$$W^2 \equiv \sum_\lambda (E_\lambda - E_{0\varepsilon})^2 |A_{\lambda,\,0\varepsilon}|^2. \tag{96,6}$$

Переходя в этой формуле от суммы к интегралу и подставляя (96,3), получим:

$$W^2 = \frac{\Omega_{0\varepsilon}^2}{2[1+\Phi(x)]}\left\{1+\Phi(x) - \frac{2x}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2}\right\}. \tag{96,7}$$

Из (96,7) следует, что для $x < 1$ и для $x > 1$

$$\Omega_{0\varepsilon}^2 \approx 2W^2, \tag{96,8}$$

С другой стороны, подставляя (95,17) в (96,6), найдем:

$$W^2 = \sum_\lambda |(\Phi_{0\varepsilon}, H'X_\lambda)|^2 = (\Phi_{0\varepsilon}, H'^2\Phi_{0\varepsilon}), \tag{96,9}$$

где согласно (95,8)

$$H' = \sum_\alpha \{V_\alpha - \mathrm{Re} < t_\alpha >\}, \tag{96,10}$$

а

$$t_\alpha = V_\alpha + V_\alpha D^{-1} t_\alpha. \tag{96,11}$$

Это операторное уравнение имеет решение

$$t_\alpha = V_\alpha + V_\alpha (D - V_\alpha)^{-1} V_\alpha,$$

в чем можно убедиться непосредственной подстановкой с учетом операторного тождества

$$D^{-1} + D^{-1}V_\alpha(D - V_\alpha)^{-1} \equiv (D - V_\alpha)^{-1}.$$

Таким образом, можно написать:

$$H' = \sum_\alpha \{V_\alpha - < V_\alpha >\} - \mathrm{Re}\sum_\alpha < V_\alpha (D - V_\alpha)^{-1} V_\alpha >. \tag{96,12}$$

Подставляя (96,3) в (96,1) и используя приближенные равенства $E_{0\varepsilon} \approx E_{n_0\xi_0}$, $\Omega_{0\varepsilon} \approx \Omega_{n_0\xi_0}$, имеем:

$$\hbar\Gamma = \frac{8\omega(E_{n_0\xi_0})}{\Omega_{0\varepsilon}^2[1+\Phi(x)]^2}\int_0^\infty \omega^{-1}(E)(E - E_{0\varepsilon})^2 e^{-\frac{2(E-E_{0\varepsilon})^2}{\Omega_{0\varepsilon}^2}}\,dE. \tag{96,13}$$

Эта формула определяет ширину «большого резонанса» в сечениях рассеяния нейтронов (в области перекрывающихся уровней составного ядра) и ее зависимость от энергии.

Для оценки величины $\hbar\Gamma$ и ее зависимости от энергии $E_{0\varepsilon}$ необходимо знать зависимость плотности состояний $\omega(E)$ и $\Omega_{0\varepsilon}^2$ от энергии.

Согласно статистической теории атомного ядра (§ 25)

$$\omega(E) = a\exp\sqrt{bE}, \tag{96,14}$$

где параметры a и b являются функциями массового числа. Как уже отмечалось в § 25, согласно [27] для ядер с массовыми числами $15 < A < 70$ можно принять

$$b = 0{,}14\,(A - 12)\ Мэв^{-1}.$$

Формула (96,14) неудобна для аналитического вычисления интеграла (96,13), поэтому для простоты положим

$$\omega(E) = c\exp\{\beta E\} \tag{96,15}$$

и выберем коэффициент β так, чтобы в интервале энергий $7 < E < 30$ *Мэв*, наиболее существенном в интеграле (96,13), формула (95,15), давала примерно такое же возрастание плотности уровней, как и (96,14). Для ядер с массовыми числами, близкими к 60, надо взять $\beta \approx 0{,}3$. Если учесть, что при взаимодействии нейтронов энергии, меньшей 3 *Мэв*, с ядрами возбуждаются только состояния составного ядра со спином, отличающимся от спина исходного ядра на $\pm {}^1/_2$, а (96,14) относится ко всем возможным уровням энергии составного ядра, то для β надо взять значение, меньшее 0,3.

С помощью (96,15) можно выразить значение $\hbar\Gamma$ через значение $\Omega_{0\varepsilon}$ при данном β. Так, подставляя (96,15) в (96,13), после несложных вычислений находим:

$$\hbar\Gamma = \frac{2\sqrt{2}\,\Omega_{0\varepsilon}}{[1+\Phi(x)]^2}\int\limits_{-x\sqrt{2}}^{\infty} y^2\exp\{-y(y+2z)\}\,dy, \tag{96,16}$$

где

$$z \equiv \frac{\beta\Omega_{0\varepsilon}}{2\sqrt{2}}. \tag{96,17}$$

При $\beta = 0$ и $x < 1$ имеем:

$$\hbar\Gamma = \frac{\sqrt{\pi}\,\Omega_{0\varepsilon}}{\sqrt{2}\,[1+\Phi(x)]^2};$$

если учесть (96,8), то получим $\hbar\Gamma \approx W_{0\varepsilon}$. Этот результат совпадает с предположением Лейна, Томаса и Вигнера [26] о равенстве

$$\hbar\Gamma = W. \tag{96,18}$$

Величина W была рассчитана в работе [26] при значении

$$H' = \sum_\alpha \{V_\alpha - \langle V_\alpha\rangle\}.$$

Для основного состояния ядра было получено значение $W = 23$ *Мэв*, поэтому ширина $\hbar\Gamma$ примерно на порядок превышала экспериментальное значение.

Если принять для W значение ≈ 23 *Мэв*, то согласно (96,8) $\Omega_{0\varepsilon} \approx 32$ *Мэв*. При выполнении неравенства $x \equiv \frac{E_{0\varepsilon}}{32} < 1$ выражение (96,16) переходит в

$$\hbar\Gamma \approx 2\sqrt{2}\,\Omega_{0\varepsilon}\int\limits_0^\infty y^2 \exp\{-y(y+2z)\}\,dy. \qquad (96,19)$$

Экспериментальное значение $\hbar\Gamma = 2{,}5$ *Мэв* получается отсюда, если положить $\beta = 0{,}13$. Если же $\Omega_{0\varepsilon} \approx 20$ *Мэв*, то экспериментально найденное значение $\hbar\Gamma$ получится при $\beta = 0{,}2$.