его спин определяется с точностью до значений, допускаемых векторным сложением:

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{j}+\boldsymbol{L}+\boldsymbol{s} \quad \left(s=\frac{1}{2}\right).$$

В теории, не учитывающей кулоновских взаимодействий, реакции $A(d,\ p)B$ и $A(d,\ n)B$ описываются одинаковым образом.

§ 100*. Основные уравнения теории реакций срыва без учета кулоновского взаимодействия

В предыдущем параграфе мы рассмотрели элементарную теорию углового распределения протонов в реакциях типа $A(d,\ p)B$, считая, что ядра A и B столь тяжелы, что их движением можно пренебречь, и вводя очень грубые предположения о характере взаимодействия нуклонов с ядром. Здесь мы выведем основные уравнения теории реакций срыва, не прибегая к этим упрощениям.

Введем радиусы-векторы $\boldsymbol{x}_p$ и $\boldsymbol{x}_n$ протона и нейтрона в дейтроне и радиус-вектор $\boldsymbol{R}$, определяющий положение центра тяжести ядра A. Оператор кинетической энергии будет иметь вид

$$K=-\frac{\hbar^2}{2m}\left\{\frac{1}{A}\Delta_R+\Delta_{x_n}+\Delta_{x_p}\right\}, \tag{100,1}$$

где m — масса нуклона; mA — масса ядра; A — массовое число. Все дальнейшие рассуждения мы будем вести только в системе координат, связанной с центром инерции ядра A и дейтрона. Для перехода к системе центра инерции вводим новые координаты согласно соотношениям:

$$\boldsymbol{R},\boldsymbol{x}_n,\boldsymbol{x}_p\longrightarrow\begin{cases}\boldsymbol{\zeta}=\dfrac{A\boldsymbol{R}+\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{x}_p}{A+2}, & \boldsymbol{r}_n=\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{R},\ \boldsymbol{r}_p=\boldsymbol{x}_p-\boldsymbol{R}, \quad (100,2\text{а})\\[2mm] \boldsymbol{\zeta}=\dfrac{A\boldsymbol{R}+\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{x}_p}{A+2}, & \boldsymbol{r}=\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{x}_p)-\boldsymbol{R},\\ & \boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{x}_p-\boldsymbol{x}_n, \quad (100,2\text{б})\\[2mm] \boldsymbol{\zeta}=\dfrac{A\boldsymbol{R}+\boldsymbol{x}_n+\boldsymbol{x}_p}{A+2}, & \boldsymbol{r}_n=\boldsymbol{x}_n-\boldsymbol{R},\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}_p-\dfrac{\boldsymbol{x}_n+A\boldsymbol{R}}{A+1}. \quad (100,2\text{в})\end{cases}$$

Тогда для кинетической энергии (100,1) получим выражения:

$$K=\begin{cases}-\dfrac{\hbar^2}{2m}\left[\dfrac{1}{A+2}\Delta_\zeta+\dfrac{A+1}{A}\Delta_{r_n}+\dfrac{A+1}{A}\Delta_{r_p}\right], & (100,3\text{а})\\[2mm] -\dfrac{\hbar^2}{2m}\left[\dfrac{1}{A+2}\Delta_\zeta+\dfrac{A+2}{2A}\Delta_r+2\Delta_\rho\right], & (100,3\text{б})\\[2mm] -\dfrac{\hbar^2}{2m}\left[\dfrac{1}{A+2}\Delta_\zeta+\dfrac{A+1}{A}\Delta_{r_n}+\dfrac{A+2}{A+1}\Delta_y\right]. & (100,3\text{в})\end{cases}$$

Введем в рассмотрение операторы кинетической энергии относительного движения ядра A и соответственно нейтрона и протона, обозначив их K_n и K_p. Так как координаты $\boldsymbol{r}_n$ и $\boldsymbol{r}_p$ определяют положение нейтрона и протона относительно центра инерции ядра A, то $K_n = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{r_n}$, а $K_p = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{r_p}$, где $M = \frac{A}{A+1}m$. Обозначим далее оператор Гамильтона ядра A через $H_A(\xi)$, где $\xi = (\xi, \sigma)$ — совокупность пространственных и спиновых координат, определяющих внутреннее состояние ядра, энергию взаимодействия протона и нейтрона в дейтроне V_{np}, а энергии взаимодействия нейтрона и протона с ядром A соответственно $V_{n\xi}$ и $V_{p\xi}$.

Тогда полный гамильтониан всей системы, состоящей из ядра и дейтрона, в системе центра инерции будет иметь вид

$$H = H_0 + V_{np} + V_{n\xi} + V_{p\xi}, \tag{100,4}$$

где H_0 в зависимости от выбора переменных (100,2) можно записать согласно (100,3) в следующем виде:

$$H_0 = \begin{cases} K_n + K_p + H_A(\xi), & (100,5а) \\ K_r + K_\rho + H_A(\xi), & (100,5б) \\ K_n + K_y + H_A(\xi), & (100,5в) \end{cases}$$

где K_n, K_p определены ранее; $K_r = -\frac{\hbar^2}{2M_d}\Delta_r$; $K_\rho = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_\rho$; $K_y = -\frac{\hbar^2}{2M_y}\Delta_y$; $M_d = \frac{2A}{A+2}m$; $\mu = \frac{m}{2}$; $M_y = \frac{A+1}{A+2}m$.

Начальное состояние a представляет собой состояние системы, в котором дейтрон и ядро A, удаленные на бесконечно большое расстояние, движутся навстречу друг другу с энергией относительного движения ε_0. Для описания начального состояния удобно пользоваться системой переменных (100,2б). При $r \to \infty$ $V_{n\xi} = V_{p\xi} = 0$ и гамильтониан (100,4) примет вид

$$H_a = H_0 + V_{np} \equiv H_A(\xi) + H(\rho) + K_r, \tag{100,6}$$

где $H(\rho) = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_\rho + V_{np}$ — оператор Гамильтона, определяющий внутреннее состояние дейтрона.

Волновая функция Φ_a начального состояния, удовлетворяющая уравнению

$$(H_a - E_a)\Phi_a = 0, \tag{100,7}$$

может быть записана в виде

$$\Phi_a = e^{i\boldsymbol{k}_d\boldsymbol{r}}\chi_{1m_d}f(\rho)\varphi_A(\xi), \tag{100,8}$$

где $\varphi_A(\xi)=\varphi_{jm}(\xi, \sigma_\xi)$ — волновая функция начального состояния ядра A, удовлетворяющая уравнению

$$H_A(\xi)\varphi_A(\xi)=E_A\varphi_A(\xi); \tag{100,9}$$

$f(\rho)$ — волновая функция основного состояния дейтрона, удовлетворяющая уравнению

$$H_\rho f(\rho)=-\varepsilon_d f(\rho), \quad \varepsilon_d>0; \tag{100,10}$$

χ_{1m_d} — спиновая функция дейтрона; $E_a=E_A-\varepsilon_d+\varepsilon_0$ — полная энергия начального состояния в системе центра инерции; $\varepsilon_0=\frac{\hbar^2}{2M_d}k_d^2$ — кинетическая энергия относительно движения дейтрона и ядра. В дальнейшем для краткого обозначения начального состояния будем применять один из способов

$$a\equiv\{\boldsymbol{k}_d, A\}\equiv\{\boldsymbol{k}_d, m_d, j, m\}. \tag{100,11}$$

Рассмотрим конечное состояние системы, соответствующее захвату ядром A нейтрона из дейтрона с образованием ядра B и удалением на бесконечное расстояние протона. Для описания конечного состояния удобно пользоваться системой переменных (100,2в), т. е. положение протона определять относительно центра инерции конечного ядра B радиусом-вектором $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{r}_p-\frac{1}{A+1}\boldsymbol{r}_n$. Для тяжелых ядер $\boldsymbol{y}\approx\boldsymbol{r}_p$.

При бесконечном удалении протона от ядра $V_{np}=V_{p\xi}=0$, и согласно (100,4) и (100,5в) в системе центра инерции оператор Гамильтона имеет вид

$$H_b=H_0'+V_{n\xi}\equiv H_B(\xi, r_n)+K_y, \tag{100,12}$$

где

$$H_B(\xi, r_n)\equiv H_A(\xi)+K_n+V_{n\xi} \tag{100,13}$$

— оператор Гамильтона конечного ядра B.

Волновые функции $\varphi_B(\xi, r_n)$ и энергетические состояния E_B ядра B (включая и непрерывный спектр) будут определяться уравнением

$$H_B(\xi, r_n)\varphi_B(\xi, r_n)=E_B\varphi_B(\xi, r_n). \tag{100,14}$$

Волновая функция конечного состояния полной системы, соответствующая энергии $E_b=E_B+\varepsilon_{k_p}$, где $\varepsilon_{k_p}=\frac{\hbar^2k_p^2}{2M_y}$, должна удовлетворять уравнению

$$(H_b-E_b)\Phi_b=0 \tag{100,15}$$

и имеет вид

$$\Phi_b=e^{i\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{y}}\chi_{\frac{1}{2}m_p}(\sigma_p)\varphi_{JM}(\xi, r_n, \sigma_\xi, \sigma_n), \tag{100,16}$$

где $\chi_{\frac{1}{2}m_p}(\sigma_p)$ — спиновая функция протона.

Конечное состояние системы мы будем кратко обозначать следующим образом:

$$b \equiv \{\boldsymbol{k}_p,\ B\} \equiv \{\boldsymbol{k}_p,\ m_p,\ J,\ M\}.$$

Задача теории реакций срыва заключается в определении дифференциального эффективного сечения $\frac{d\sigma_{ba}}{d\Omega}$ ядерной реакции, соответствующей переходу из состояния Φ_a в состояние Φ_b в системе, описываемой гамильтонианом (100,4). Для вычисления этого сечения надо найти решение уравнения

$$(E - H_0 - V_{np} - V_{n\xi} - V_{p\xi})\,\Psi = 0 \qquad (100,17)$$

в виде суммы падающей волны Φ и расходящихся волн при условии $E = E_a = E_b$. Перепишем (100,17) следующим образом:

$$(E - H_0 - V_{n\xi})\,\Psi = (V_{np} + V_{p\xi})\,\Psi. \qquad (100,18)$$

Решение (100,18) можно записать в виде интегрального уравнения

$$\Psi = \Phi_b + D^{-1}(V_{np} + V_{p\xi})\,\Psi, \qquad (100,19)$$

где

$$D = E - H_b + i\eta \equiv E - H_0 - V_{n\xi} + i\eta; \qquad (100,20)$$

η — малая вещественная положительная величина, обеспечивающая наличие в (100,19) только расходящихся рассеянных волн. После вычисления соответствующих интегралов надо устремить η к нулю.

Выразим Φ_b в уравнении (100,19) через падающую волну Φ_a. Для этого перепишем уравнение (100,7), учтя (100,6), в следующем виде:

$$(E - H_0 - V_{n\xi})\,\Phi_a = (V_{np} - V_{n\xi})\,\Phi_a;$$

тогда

$$\Phi_a = \Phi_b + D^{-1}(V_{np} - V_{n\xi})\,\Phi_a, \qquad (100,21)$$

где Φ_b удовлетворяет уравнению $(E - H_0 - V_{n\xi})\,\Phi_b = 0$, совпадающему с (100,15). Подставляя Φ_b из (100,21) в (100,19), получим интегральное уравнение требуемого вида:

$$\Psi = \Phi_a + D^{-1}[W_1\Phi_a + V_b\Psi], \qquad (100,22)$$

где

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= V_{n\xi} - V_{np}, \\ V_b &= V_{p\xi} + V_{np}. \end{aligned}\right\} \qquad (100,23)$$

Уравнение (100,22) аналогично уравнению, полученному в [45] для бесспиновых частиц при условии замены ядра центром сил.

Если учесть, что $W_1 = V_a - V_b$, где $V_a = V_{p\xi} + V_{n\xi}$, то легко убедиться, что полученное здесь интегральное уравнение (100,22), определяющее точную волновую функцию реакции срыва, тождественно совпадает с интегральным уравнением § 65, полученным согласно формальной теории реакций с перераспределением нуклонов. Там же показано, что это уравнение эквивалентно интегральному уравнению

$$\Psi = \Phi_a + (E - H_a + i\eta)^{-1} V_a \Psi, \qquad (100{,}22a)$$

где

$$H_a = H_A(\xi) + H_p + K_r.$$

Вводя функцию Грина, представим интегральное уравнение (100,22) в следующем виде:

$$\Psi = \Phi_a + \int G(r_p, r_n, \xi; r_p', r_n', \xi')[W_1\Phi_a + V_a\Psi]'\, d\tau'. \qquad (100{,}24)$$

Знак интеграла включает и суммирование по спиновым переменным, штрих у квадратной скобки указывает, что стоящие в ней функции надо брать при штрихованных значениях переменных. Функция Грина G в (100,24) определяется равенством

$$G = \sum_{b'} \Phi_{b'}(r_n, r_p, \xi)\, D^{-1}\Phi_{b'}(r_n', r_p', \xi').$$

Принимая во внимание, что функции Φ_b являются собственными функциями оператора H_b, можно, используя (100,15) и (100,20), написать:

$$D^{-1}\Phi_{b'}^* = (E - E_{b'} + i\eta)^{-1}\Phi_{b'}^*.$$

Учитывая выражение для волновой функции (100,16) и подставляя значения E_a и E_b, преобразуем это равенство к виду

$$D^{-1}\Phi_{b'}^* = \frac{2M_y}{\hbar^2}(k_{B'}^2 - k_p^2 + i\eta')^{-1} e^{-ik_p y}\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}\varphi^*_{B'}(\xi, r_n),$$

где

$$k_B^2 = \frac{2M_y}{\hbar^2}(E_A - E_B + \varepsilon_d + \varepsilon_0), \quad \eta' = \frac{\hbar^2}{2M_y}\eta.$$

Теперь можно написать:

$$G = \frac{2M_y}{\hbar^2}\sum_{B'}\int \frac{d\boldsymbol{k}_p}{(2\pi)^3} e^{ik_p(y-y')}\frac{\chi_{\frac{1}{2}m_p}(\sigma_p)\varphi_{B'}(\xi, r_n)\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}(\sigma_p')\varphi^*_{B'}(\xi', \boldsymbol{r}\ )}{k_{B'}^2 - k_p^2 + i\eta'}.$$

Принимая во внимание известное равенство

$$(2\pi)^{-3}\int \frac{e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}}}{k_0^2 - k^2 + i\eta}\, d\boldsymbol{k} = -\frac{e^{ik_0|\boldsymbol{x}|}}{4\pi|\boldsymbol{x}|},$$

получим окончательное выражение для функции Грина:

$$G = -\frac{M_y}{2\pi\hbar^2}\sum_B \frac{\exp\{ik_B|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}'|\}}{|\boldsymbol{y} - \boldsymbol{y}'|}\chi_{\frac{1}{2}m_p}(\sigma_p)\varphi_B(\xi, r_n)\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}(\sigma_p')\varphi^*_B(\xi', r_n'),$$

где

$$k_B^2 \equiv \frac{2M_y}{\hbar^2}(E_A - E_B + \varepsilon_d + \varepsilon_0).$$

Это равенство выражает закон сохранения энергии в реакции $A(d, p)B$.

Подставляя найденную функцию Грина в (100,24), получим интегральное уравнение, определяющее волновую функцию системы

$$\Psi = \Phi_a - \frac{M_y}{2\pi\hbar^2}\sum_B \chi_{\frac{1}{2}m_p}\varphi_B(\xi, r_n)\int \frac{e^{ik_p|y-y'|}}{|y-y'|}\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}(\sigma'_p)\varphi^*_B(\xi', r'_n)\times$$
$$\times[W_1\Phi_a + V_b\Psi]'d\tau'. \quad (100,25)$$

Здесь Φ_a соответствует падающей волне, остальные слагаемые — расходящимся волнам.

Определим амплитуду $A_B(\boldsymbol{n})$ рассеяния протонов в направлении единичного вектора $\boldsymbol{n}$, когда конечное ядро переходит в состояние B, с помощью соотношения

$$A_B(\boldsymbol{n})\frac{e^{ik_p y}}{y} = \lim_{y\to\infty}\int \varphi^*_B(\xi, r_n)\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}\Psi d\boldsymbol{r}_n d\xi, \quad (100,26)$$

где Ψ — решение интегрального уравнения (100,25), Подставляя Ψ из (100,25) в (100,26) и принимая во внимание, что при $y\to\infty$, $k_p|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{y}'| \approx k_p y - \boldsymbol{k}_p\boldsymbol{y}'$, где $\boldsymbol{k}_p = \boldsymbol{n}k_p$, получим:

$$A_B(\boldsymbol{n}) = -\frac{M_y}{2\pi\hbar^2}(\boldsymbol{k}_p, B;|W|a), \quad (100,27)$$

где

$$(\boldsymbol{k}_p, B;|W|a) \equiv \int e^{-i\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{y}}\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}\varphi^*_B(\xi, r_n)[W_1\Phi_a + V_b\Psi]d\tau. \quad (100,28)$$

Покажем, что матричный элемент

$$\int e^{-i\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{y}}\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}\varphi^*_B(\xi, r_n)W_1\Phi_a d\tau \equiv \int \Phi^*_b(V_{n\xi} - V_{np})\Phi_a d\tau = 0. \quad (100,29)$$

Действительно, согласно (100,7) и (100,15) функции Φ_a и Φ^*_b удовлетворяют уравнениям

$$(H_0 + V_{np} - E_a)\Phi_a = 0 \quad \text{и} \quad (H_0 + V_{n\xi} - E_b)\Phi^*_b = 0.$$

Умножая первое из этих уравнений на Φ^*_b, второе на Φ_a, интегрируя по всем переменным, от которых они зависят, и вычитая одно из другого, получим

$$(\Phi_b, V_{n\xi}\Phi_a) = (\Phi_b, V_{np}\Phi_a), \quad (100,30)$$

что и доказывает (100,29).

Итак, матричный элемент

$$(\boldsymbol{k}_p, B; | W | a) = (\Phi_b, V_b\Psi) \equiv \int e^{-i\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{y}} \chi^*_{\frac{1}{2} m_p} \varphi^*_B (V_{p\xi} + V_{pn}) \Psi d\tau. \quad (100,31)$$

На опыте определяется поток рассеянных протонов, энергия которых соответствует захвату нейтронов в одно из состояний конечного ядра. Поток протонов в единицу телесного угла в направлении $\boldsymbol{n}$ выражается через амплитуду рассеяния и равен $\frac{\hbar k_p}{M_y} | A_B(\boldsymbol{n}) |^2$. Разделив этот поток на плотность потока падающих дейтронов $\left(\frac{\hbar k_d}{M_d}\right)$, получим эффективное сечение соответствующей реакции при определенных ориентациях спинов дейтрона, вылетающего протона и ядер:

$$\frac{d\sigma_{ba}}{d\Omega} = \frac{M_d k_p}{M_y k_d} | A(\boldsymbol{n}) |^2 = \frac{M_y M_d k_r}{(2\pi)^2 \hbar^4 k_d} | (\boldsymbol{k}_p, B; | W | a) |^2. \quad (100,32)$$

Обычно имеют дело с неполяризованными пучками дейтронов и регистрируются протоны без учета их поляризации. Для вычисления измеряемого на опыте эффективного сечения надо просуммировать (100,32) по поляризациям протонов и проекциям спина конечного ядра и усреднить по начальным поляризациям пучка дейтронов и проекциям спина начального ядра. Обозначая для краткости эту операцию знаком

$$\sum_S \equiv \frac{1}{3(2j+1)} \sum_{m_d, m, m_p, M},$$

получим эффективное сечение реакции срыва:

$$\frac{d\sigma_{ba}}{d\Omega} = \frac{M_y M_d k_p}{(2\pi)^2 \hbar^4 k_d} \sum_S | (\Phi_b, V_b\Psi) |^2, \quad (100,33)$$

где

$$(\Phi_b, V_b\Psi) \equiv \int e^{-i\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{y}} \chi^*_{\frac{1}{2} m_p} \varphi^*_B (V_{p\xi} + V_{pn}) \Psi d\tau. \quad (100,34)$$

Волновая функция Ψ, входящая в (100,34), должна быть решением интегрального уравнения (100,25), которое содержит потенциальные энергии взаимодействия $V_{n\xi}$, V_{np}, $V_{p\xi}$. Для решения этого уравнения надо знать аналитический вид потенциальных энергий взаимодействия и волновые функции основных состояний дейтрона, ядра A и различных состояний ядра B.

Формула (100,33), определяющая дифференциальное сечение реакции срыва, является точной, если не учитывать кулоновское взаимодействие протона с ядром или если предполагать, что $V_{p\xi}$ содержит кулоновское взаимодействие, которое на расстоянии, превышающем размеры атома, экранируется атомными электронами.

Сложность решения интегрального уравнения (100,25) заставляет прибегать к ряду упрощающих предположений. Наиболее простым и в то же время наиболее грубым приближением в теории реакций срыва является борновское приближение. В борновском приближении точная волновая функция системы Ψ заменяется падающей волной Φ_a. Согласно (100,25) эта замена возможна только вне области действия потенциалов $V_{n\xi}$, $V_{p\xi}$, V_{pn}, внутри же этой области такая замена является грубым приближением, хотя, как показывает опыт, и дает качественно правильное описание углового распределения нуклонов, освобожденных в реакциях срыва.

В борновском приближении (100,33) принимает вид

$$\left(\frac{d\sigma_{ba}}{d\Omega}\right)_б=\frac{M_yM_dk_p}{(2\pi)^2\hbar^4k_d}\sum_S|(\Phi_b,\ V_b\Phi_a)|^2, \qquad (100,35)$$

где, пользуясь (100,30), можно записать:

$$(\Phi_b,\ V_b\Phi_a)\equiv\int\Phi_b^*(V_{p\xi}+V_{pn})\Phi_a d\tau=\int\Phi_b^*(V_{p\xi}+V_{n\xi})\Phi_a d\tau. \qquad (100,36)$$

Последнее равенство является частным случаем равенства $(\Phi_b, V_b\Phi_a)=$ $=(\Phi_b, V_a\Phi_a)$, доказанного в § 65. Подставляя в (100,36) явные выражения для функций конечного (100,16) и начального состояния (100,8), имеем:

$$(\Phi_b, V_b\Phi_a)=\int e^{-i\boldsymbol{k}_l\boldsymbol{y}}\chi^*_{\frac{1}{2}m_p}\varphi^*_{JM}[V_{p\xi}+V_{n\xi}]e^{i\boldsymbol{k}_d\boldsymbol{r}}f(\rho)\chi_{1m_d}\varphi_{jm}\,d\tau. \qquad (100,36а)$$

В (100,36а) знак интеграла включает и суммирование по спиновым переменным. Используя (100,2), можно написать:

$$\boldsymbol{k}_q\boldsymbol{r}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\rho}+\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}_n+\boldsymbol{k}_p\boldsymbol{y}, \qquad (100,37)$$

где

$$|\boldsymbol{Q}|=\left|\frac{\boldsymbol{k}_d}{2}-\boldsymbol{k}_p\right|=\sqrt{\left(\frac{k_d}{2}-k_p\right)^2+2k_pk_d\sin^2\frac{\theta}{2}}, \qquad (100,38)$$

$$|\boldsymbol{q}|=\left|\boldsymbol{k}_d-\frac{A}{A+1}\boldsymbol{k}_p\right|=\sqrt{\left(\boldsymbol{k}_d-\frac{A}{A+1}\boldsymbol{k}_p\right)^2+\frac{4A}{A+1}k_pk_d\sin^2\frac{\theta}{2}}. \qquad (100,39)$$

Разлагая плоскую волну $e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}_n}$ по сферическим функциям

$$e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}_n}=\sum_{L=0}^{\infty}\sqrt{4\pi(2L+1)}\,i^L j_L(qr_n)\,Y_{L0}(\theta_n),$$

можно переписать (100,36а) в виде

$$(\Phi_b,V_b\Phi_a)=\sum_L i^L\sqrt{4\pi(2L+1)}\,g(Q)\,(\chi_{\frac{1}{2}m_p}\varphi_{JM}|F_{L0}|\chi_{\frac{1}{2}m_d}\varphi_{jm}) \qquad (100,40)$$

где

$$F_{L0} \equiv j_L(qr_n)(V_{p\xi} + V_{n\xi})\, Y_{L0}(\theta_n),$$
$$g(Q) = \int e^{iQ\rho} f(\rho)\, d\rho.$$

Подставляя спиновую функцию дейтрона в виде

$$\chi_{1m_d} = \sum_{m'} \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\, m', m_d - m' \mid 1\, m_d\right) \chi_{\frac{1}{2} m'}(\sigma_p)\, \chi_{\frac{1}{2},\, m_d - m'}(\sigma_n)$$

и учитывая ортогональность спиновых функций протона, можно написать:

$$\left(\chi_{\frac{1}{2} m_p} \varphi_{JM} \mid F_{L0} \mid \chi_{1m_d} \varphi_{jm}\right) =$$
$$= \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\, m_p, m_d - m_p \mid 1 m_d\right)\left(\varphi_{JM} \mid F_{L0} \mid \chi_{\frac{1}{2}\, m_d - m_p} \varphi_{jm}\right) =$$
$$= \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\, m_p, m_d - m_p \mid 1 m_d\right) \times$$
$$\times \sum_{\lambda = j - \frac{1}{2}}^{j + \frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} j, m_d - m_p, m \mid \lambda, m + m_d - m_p\right) \times$$
$$\times \left(J M \mid F_{L0} \mid \lambda, m + m_d - m_p\right) = \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\, m_p,\ m_d - m_p \mid 1 m_d\right) \times$$
$$\times \sum_{\lambda = j - \frac{1}{2}}^{j + \frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} j, m_d - m_p, m \mid \lambda, m + m_d - m_p\right) \times$$
$$\times \left(L\lambda, 0, m + m_d - m_p \mid JM\right) A_L, \tag{100,41}$$

где в силу свойств коэффициентов векторного сложения должны выполняться соотношения $M = m + m_d - m_p$, $\left|\,|J - j| - \frac{1}{2}\right| \leqslant L \leqslant \leqslant J + j + \frac{1}{2}$.

При получении (100,41) мы использовали равенство

$$\chi_{\frac{1}{2}\, m_d - m_p} \varphi_{jm} =$$
$$= \sum_{\lambda = j - \frac{1}{2}}^{j + \frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} j, m_d - m_p, m \mid \lambda, m_d - m_p + m\right) \varphi_{\lambda,\, m_d + m - m_p}$$

и теорему Вигнера — Рака (см. приложение I, § Ж)

$$(J\,M\,|\,F_{L0}\,|\,\lambda\,m) = (L\lambda o\,m\,|\,J\,M)\,A_L,$$

где A_L — матричный элемент от оператора $j_L(q\,r_n)[V_{p\xi}+V_{n\xi}]$, не зависящий от квантовых чисел m и M. Если не учитывать кулоновского взаимодействия протона с ядром, то $V_{p\xi}$ и $V_{n\xi}$ равны нулю вне ядра, поэтому можно написать:

$$A_L = a_L j_L(q\,R), \tag{100,42}$$

где a_L — некоторая постоянная, а R — величина, по порядку равная радиусу ядра*).

Подставляя (100,40) в (100,35), и учитывая (100,41), получим:

$$\left(\frac{d\,\sigma_{ba}}{d\,\Omega}\right)_б = \frac{M_y\,M_d\,k_p\;(2J+1)}{\pi\,\hbar^4\,k_d\,(2\,j+1)} \sum_L g^2\,(Q)\,|\,A_L\,|^2. \tag{100,43}$$

Если для оценки величины A_L использовать (100,42), то формула (100,43) будет давать угловое распределение протонов, полученных в реакции $A\,(d,p)\,B$, такое же, как и формула (99,9).

§ 101. Учет кулоновского взаимодействия в реакциях срыва

Строгий учет кулоновского взаимодействия в ядерных реакциях с дейтронами связан с математическими трудностями, возникающими из-за несовпадения центра инерции и центра заряда. Несовпадение центра заряда и центра инерции в дейтроне приводит к «поляризации» дейтрона при его движении в кулоновском поле.

Приближенно можно учесть несовпадение центра заряда и центра инерции адиабатическим методом в двух предельных случаях:

а) случай «медленных» дейтронов, т. е. дейтронов, скорость движения которых в кулоновском поле значительно меньше скорости внутреннего движения нуклонов в дейтроне;

б) случай «быстрых» дейтронов, т. е. дейтронов, скорости движения которых в кулоновском поле значительно больше скоростей внутреннего движения в дейтроне.

В первом случае волновую функцию дейтрона можно записать в виде

$$\psi_d(\boldsymbol{r}_p, \boldsymbol{r}_n) = F\,(\boldsymbol{r})\,f\,(\boldsymbol{r},\ \rho), \tag{101,1}$$

где

$$\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{r}_p + \boldsymbol{r}_n}{2}, \quad \rho = \boldsymbol{r}_p - \boldsymbol{r}_n;$$

*) Строго говоря, в (100,42) следует считать R зависящим от L и q, так как по теореме о среднем матричный элемент оператора $j_L\,(q\,r_n)\,[V_{p\xi}+V_{n\xi}]$ может быть представлен в виде (100,42) при условии, что каждому значению L будет сопоставлено свое значение $q\,R$. Обычно предполагают, что зависимостью R от q и L можно пренебречь.