ГЛАВА XV

ТЕОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ ПРИ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЯХ

§ 103. Теневое или дифракционное рассеяние

При некоторых значениях энергии (<50 *Мэв*) относительного движения нейтрона и ядра происходит поглощение нейтрона ядром. В этом случае взаимодействие нейтрона и ядра приближенно может быть описано моделью черного тела.

Поглощение нейтронов ядром вызывает возмущение падающей волны, приводящее к дополнительному упругому рассеянию, не связанному с образованием составного ядра. Это упругое рассеяние, обусловленное наличием поглощающего рассеивателя, в случае нейтронов с длиной волны, малой по сравнению с размерами ядра, аналогично дифракции света от черного шара и называется *дифракционным рассеянием* [1]. Элементарная теория этого явления была рассмотрена в § 55.

Для выяснения основных особенностей дифракционного рассеяния предположим, что поток нейтронов с волновым вектором $\boldsymbol{k}$ падает на абсолютно черное ядро радиуса R. Направим ось z координатной системы (в начале которой находится ядро) вдоль волнового вектора $\boldsymbol{k}$ падающей волны. Направление упругого рассеяния будет однозначно определено значениями проекций на оси x и y волнового вектора $\boldsymbol{k}'$ рассеянной волны. В частности, угол рассеяния ϑ определяется равенством

$$\sin\vartheta = \frac{\sqrt{(k'_x)^2 + (k'_y)^2}}{\sqrt{\boldsymbol{k}^2}}.$$

Поэтому, следуя Ахиезеру и Ситенко [2], для исследования рассеяния нейтронов будем рассматривать только значения волновых функций свободного движения нейтронов на плоскости $z=0$. Далее введем систему функций

$$\psi_q(\rho) = L^{-1} e^{iq\rho}, \tag{103,1}$$

где q, ρ — векторы на плоскости $z=0$, так что

$$q\rho = k'_x\rho_x + k'_y\rho_y.$$

Предполагается, что функции (103,1) ортонормированы в достаточно большой области, имеющей форму квадрата с ребром L, условием

$$\int\limits_L \psi_{q'}^*(\rho)\,\psi_q(\rho)\,d\rho=\delta_{q'q} \tag{103,2}$$

и распространены на всю остальную часть плоскости $z=0$ условием цикличности

$$\psi_q(\rho_x,\rho_y)=\psi_q(\rho_x+L,\rho_y)=\psi_q(\rho_x,\rho_y+L),$$

в силу которого вектор q пробегает дискретные значения $q_x=\frac{2\pi}{L}n_x$, $q_y=\frac{2\pi}{L}n_y$; n_x и n_y — любые целые числа.

Падающим нейтронам на плоскости $z=0$ соответствует волновая функция $\psi_0=L^{-1}$. Волновая функция рассеянных волн получится из ψ_0, если мы подействуем на ψ_0 оператором

$$\omega=\begin{cases}0, & \text{если } \rho\leqslant R,\\ 1, & \text{если } \rho>R,\end{cases}$$

так как наличие черного ядра приведет к обращению в нуль функции ψ_0 в круге с радиусом, равным радиусу ядра R. Разложим рассеянную волну $\omega\psi_0$ по волновым функциям $\psi_q(\rho)$:

$$\omega\psi_0=\sum_q a_q\psi_q(\rho); \tag{103,3}$$

тогда вероятность дифракционного рассеяния в направление, определяемое волновым вектором q в интервале q, $q+dq$, можно написать в виде

$$dw=|a_q|^2\frac{L^2\,dq}{(2\pi)^2},$$

а соответствующее дифференциальное сечение рассеяния в телесный угол $d\Omega$ будет равно

$$d\sigma=|a_q|^2\frac{L^4k^2d\Omega}{(2\pi)^2}. \tag{103,4}$$

Далее, из (103,3) в силу ортогональности функций (103,1) следует

$$a_{q\neq 0}=\int\omega\psi_0\psi_q^*\,d\rho=-\int(1-\omega)\,\psi_0\psi_q^*d\rho=$$
$$=-\frac{1}{L^2}\int\limits_0^R\int\limits_0^{2\pi}e^{-iq\rho\cos\varphi}\rho\,d\rho\,d\varphi=-\frac{2\pi}{L^2}\int\limits_0^R J_0(q\rho)\,\rho\,d\rho,$$

где

$$J_0(q\rho)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\exp(iq\rho\cos\varphi)\,d\varphi$$

— функция Бесселя нулевого порядка. Пользуясь известным соотношением из теории функций Бесселя

$$\int\limits_0^R J_0(q\rho)\,\rho d\rho = \frac{RJ_1(Rq)}{q},$$

где $J_1(Rq)$ — функция Бесселя первого порядка, получим:

$$a_q = -\frac{2\pi}{L^2} R \frac{J_1(qR)}{q}.$$

Подставляя это значение a_q в (103,4) и вспоминая, что $q = k\sin\theta$, определим эффективное сечение дифракционного или теневого рассеяния:

$$d\sigma = R^2 \frac{J_1(kR\sin\theta)}{\sin^2\theta}\,d\Omega. \tag{103,5}$$

Эффективное сечение (103,5) максимально при $kR\sin\theta = 0$, а затем с ростом аргумента $kR\sin\theta$, осциллируя, быстро стремится к нулю. Уже при $kR\sin\theta = 1,22\pi$ сечение $d\sigma$ первый раз обращается в нуль, поэтому при $kR \equiv \frac{R}{\lambda} > 1$ эффективное сечение (103,5) теневого рассеяния характеризуется резкой направленностью вперед. Теневое рассеяние существенно отлично от нуля только в области малых углов $\theta < \frac{1,22\pi}{kR}$, поэтому можно положить $\sin\theta \approx \theta$ и написать:

$$d\sigma = R^2 \frac{J_1^2(kR\theta)}{\theta^2}\,d\Omega. \tag{103,5a}$$

Определим полное эффективное сечение теневого рассеяния. Для этого надо проинтегрировать (103,5) по всем углам:

$$\sigma = R^2 \int \frac{J_1^2(kR\sin\theta)}{\sin^2\theta}\,d\Omega.$$

Поскольку при $kR \gg 1$ существенный вклад в рассеяние вносят только углы $\theta \sim 0$, то, заменяя $\sin\theta$ аргументом θ и расширяя верхний предел интегрирования до ∞, получим:

$$\sigma = 2\pi R^2 \int\limits_0^\infty \frac{J_1^2(x)}{x}\,dx = \pi R^2, \quad kR \gg 1.$$

Таким образом, при поглощении ядром нейтронов, длина волны которых значительно меньше радиуса ядра, происходит дополнительное упругое рассеяние на малые углы. Интегральное сечение этого дифракционного рассеяния равно площади поперечного сечения ядра.

При поглощении ядром быстрых заряженных частиц (протонов и др.) также наблюдается дифракционное рассеяние. Теория этого явления рассмотрена А. Ахиезером и И. Померанчуком [3]. Из-за необходимости учета кулоновского взаимодействия теория дифракционного рассеяния заряженных частиц на ядрах очень сложна. Мы изложим здесь только основные результаты, отсылая читателя к упомянутой выше оригинальной работе Ахиезера и Померанчука или к их обзорной работе [4].

Вследствие большого радиуса действия кулоновских сил кулоновское рассеяние происходит и при прохождении заряженной частицы на большом расстоянии от ядра, когда она не может быть захвачена ядром. Следовательно, при очень малых углах, соответствующих прохождению частицы на далеких расстояниях от ядра, рассеяние должно быть только кулоновским.

При рассеянии быстрых заряженных частиц, длина волны которых мала по сравнению с радиусом ядра, можно применять квазиклассическое приближение, т. е. рассматривать движение по траекториям. Для поглощения частицы необходимо, чтобы кратчайшее расстояние r_0 между ядром и частицей было меньше радиуса ядра R. Кратчайшее расстояние r_0 связано с параметром столкновения b соотношением

$$r_0 = \frac{b}{\sqrt{1 - \frac{Ze^2}{r_0 E}}},$$

где E — энергия падающей частицы. Поэтому необходимое условие поглощения: $r_0 < R$, примет вид

$$b \leqslant R\sqrt{1 - \frac{Ze^2}{RE}}. \qquad (103,6)$$

Параметр столкновения для частицы, обладающей орбитальным моментом l, в квазиклассическом приближении определяется равенством $b = l/k = l\lambda\!\!\!^{-}$. Тогда из (103,6) можно сделать заключение, что поглощение протонов с определенным орбитальным моментом ядрами возможно лишь при условии, когда

$$l \leqslant l_0, \quad \text{где} \quad l_0 = \frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}}\sqrt{1 - \frac{Ze^2}{RE}}.$$

Для тяжелых ядер и протонов с энергией 15 *Мэв* $l_0 \sim 4$, а для протонов энергией 25 *Мэв* $l_0 \sim 5$.

Из-за наличия теневого рассеяния упругое рассеяние быстрых заряженных частиц поглощающими ядрами отличается от чисто кулоновского (резерфордовского) рассеяния.

При $\eta = \frac{Ze^2}{\hbar v} \ll 1$ чисто кулоновское рассеяние происходит при очень малых углах по сравнению с $\frac{\sqrt{2\eta}}{l_0}$. При $\theta = \frac{\sqrt{2\eta}}{l_0}$ амплитуды кулоновского и дифракционного рассеяний совпадают по порядку величины. При $1 \gg \theta \gg \frac{\sqrt{2\eta}}{l_0}$ преобладает упругое дифракционное рассеяние, при этом сечение упругого рассеяния протонов примерно совпадает с сечением упругого рассеяния быстрых нейтронов.

При $\eta = \frac{Ze^2}{\hbar v} \gg 1$ и малых углах $\theta \ll \frac{2\eta}{l_0}$ рассеяние является чисто кулоновским, а в области углов $\frac{2\eta}{l_0} \ll \theta \ll 1$ в основном дифракционным. При $\theta \sim \frac{2\eta}{l_0}$ амплитуда кулоновского рассеяния примерно в $\sqrt{\eta}$ раз превосходит амплитуду дифракционного рассеяния.

Дифракционное рассеяние частиц ядром является необходимым следствием всех процессов, приводящих к частичному поглощению частиц в первоначальном пучке. Кроме уже упомянутых работ общая теория дифракционного рассеяния развивалась в работах Л. Ландау и И. Померанчука [5] и И. Померанчука и Е. Фейнберга [6].

Как показали Е. Л. Фейнберг [7], А. Ахиезер и А. Ситенко [8] и Глаубер [9], при дифракционном рассеянии быстрых дейтронов (30—300 *Мэв*) на тяжелых ядрах, помимо чисто упругого рассеяния дейтронов как целого, должно иметь место дифракционное расщепление дейтрона на протон и нейтрон. Этот своеобразный процесс происходит вне ядра. При дифракционном рассеянии дейтрон приобретает небольшой импульс. Этот дополнительный импульс, получаемый дейтроном вследствие отдачи, может вызвать развал дейтрона на протон и нейтрон.

Если предположить, что ядро является абсолютно черным, то сечение упругого дифракционного рассеяния дейтронов на ядрах, радиус которых R значительно превышает радиус дейтрона R_d выражается формулой

$$\sigma_{el} = \pi R^2 + \frac{2\pi}{3}(1 - \ln 2)\, RR_d, \quad R_d \ll R,$$

а сечение дифракционного расщепления дейтрона — формулой

$$\sigma_d = \frac{\pi}{3}\left(2\ln 2 - \frac{1}{2}\right) RR_d, \quad R_d \ll R.$$

Полное же сечение всех процессов, включая реакции поглощения, срыва и др., равно

$$\sigma_t = 2\pi R^2 + \pi RR_d, \quad R_d \ll R.$$

§ 104. Оптическая модель взаимодействия быстрых нуклонов с ядрами

Оптическая модель для исследования взаимодействия с ядрами нуклонов большой энергии была впервые введена Фернбахом, Сербером и Тейлором [10].

Большими энергиями мы будем называть такие энергии относительного движения нуклона и ядра, при которых длина волны $\lambdabar$, соответствующая их относительному движению, значительно меньше радиуса ядра R. Это условие выполняется для нейтронов с энергией в несколько сотен *Мэв*.