этом сечение упругого рассеяния протонов примерно совпадает с сечением упругого рассеяния быстрых нейтронов.

При $\eta = \frac{Ze^2}{\hbar v} \gg 1$ и малых углах $\theta \ll \frac{2\eta}{l_0}$ рассеяние является чисто кулоновским, а в области углов $\frac{2\eta}{l_0} \ll \theta \ll 1$ в основном дифракционным. При $\theta \sim \frac{2\eta}{l_0}$ амплитуда кулоновского рассеяния примерно в $\sqrt{\eta}$ раз превосходит амплитуду дифракционного рассеяния.

Дифракционное рассеяние частиц ядром является необходимым следствием всех процессов, приводящих к частичному поглощению частиц в первоначальном пучке. Кроме уже упомянутых работ общая теория дифракционного рассеяния развивалась в работах Л. Ландау и И. Померанчука [5] и И. Померанчука и Е. Фейнберга [6].

Как показали Е. Л. Фейнберг [7], А. Ахиезер и А. Ситенко [8] и Глаубер [9], при дифракционном рассеянии быстрых дейтронов (30—300 *Мэв*) на тяжелых ядрах, помимо чисто упругого рассеяния дейтронов как целого, должно иметь место дифракционное расщепление дейтрона на протон и нейтрон. Этот своеобразный процесс происходит вне ядра. При дифракционном рассеянии дейтрон приобретает небольшой импульс. Этот дополнительный импульс, получаемый дейтроном вследствие отдачи, может вызвать развал дейтрона на протон и нейтрон.

Если предположить, что ядро является абсолютно черным, то сечение упругого дифракционного рассеяния дейтронов на ядрах, радиус которых R значительно превышает радиус дейтрона R_d выражается формулой

$$\sigma_{el} = \pi R^2 + \frac{2\pi}{3}(1 - \ln 2)\, RR_d, \quad R_d \ll R,$$

а сечение дифракционного расщепления дейтрона — формулой

$$\sigma_d = \frac{\pi}{3}\left(2\ln 2 - \frac{1}{2}\right) RR_d, \quad R_d \ll R.$$

Полное же сечение всех процессов, включая реакции поглощения, срыва и др., равно

$$\sigma_t = 2\pi R^2 + \pi RR_d, \quad R_d \ll R.$$

§ 104. Оптическая модель взаимодействия быстрых нуклонов с ядрами

Оптическая модель для исследования взаимодействия с ядрами нуклонов большой энергии была впервые введена Фернбахом, Сербером и Тейлором [10].

Большими энергиями мы будем называть такие энергии относительного движения нуклона и ядра, при которых длина волны $\lambda\!\!\!^{-}$, соответствующая их относительному движению, значительно меньше радиуса ядра R. Это условие выполняется для нейтронов с энергией в несколько сотен *Мэв*.

В оптической модели ядро рассматривается как непрерывная среда, характеризующаяся показателем преломления и коэффициентом поглощения. Вследствие того, что при больших энергиях длина волны нуклона меньше размеров ядра, его движение можно рассматривать квазиклассически. Таким образом, можно говорить о «месте» попадания нуклона в ядро, о «траектории» его движения внутри ядра и т. д. Волновые свойства в этом случае можно учитывать путем исследования дифракции соответствующих волн на ядре. Представление о движении нуклона в ядре по траектории позволяет вычислять изменение фазы падающей волны по каждому возможному пути и рассматривать общее изменение фазы как геометрическую сумму таких изменений. Это позволяет вычислить и сечение рассеяния.

Если ядерное вещество характеризовать комплексным показателем преломления

$$n = \mu + i\frac{\varkappa}{2k}, \tag{104,1}$$

то плоская волна $\exp(ikz)$, проходя слой вещества толщины Δz, примет вид

$$\Psi = S(\Delta z)\exp\{ik(z+\Delta z)\}, \tag{104,2}$$

где

$$S(\Delta z) = \exp\left\{ik(\mu-1) - \frac{\varkappa}{2}\right]\Delta z\Big\}. \tag{104,2a}$$

Здесь величина $\varkappa$ — коэффициент поглощения нуклонов ядерным веществом, определяющий расстояние $z_0 \equiv \frac{1}{\varkappa}$, на котором интенсивность нуклонных волн убывает в e раз.

Сечение упругого рассеяния от части ядерного вещества толщиной Δz и площадью df будет

$$d\sigma_e = |1 - S(\Delta z)|^2\, df,$$

а сечение реакции

$$d\sigma_r = (1 - |S(\Delta z)|^2)\, df.$$

Полные сечения упругого рассеяния и реакции получаются из этих выражений при интегрировании по всему поставленному на пути волны препятствию. Если препятствием служит ядро радиуса R, то $df = 2\pi\rho d\rho$, $\Delta z = 2\xi$, где $\xi^2 = R^2 - \rho^2$. Тогда, пренебрегая небольшим эффектом отражения и преломления нейтронной волны при переходе через поверхность ядра, получим:

$$\sigma_r = 2\pi\int_0^R \{1 - \exp(-2\varkappa\xi)\}\rho d\rho = 2\pi\int_0^R \{1 - \exp(-2\varkappa\xi)\}\xi d\xi =$$

$$= \pi R^2\left\{1 - \frac{1-(1-2q)e^{-2q}}{2q^2}\right\}, \quad q \equiv \varkappa R. \tag{104,3}$$

Таким же образом можно вычислить и сечение упругого рассеяния:

$$\sigma_e = 2\pi \int_0^R |1 - \exp\{[2ik(\mu - 1) - \varkappa]\xi\}|^2 \rho d\rho = \pi R^2 \left\{1 + \right.$$
$$+ \frac{1-(1+2q)e^{-2q}}{2q^2} + \frac{4(p^2-q^2)}{(p^2+q^2)^2} - 4e^{-q}\left[\frac{p^2-q^2-q(p^2+q^2)}{(p^2+q^2)^2}\cos p + \right.$$
$$\left.\left. + \frac{p(p^2+q^2+2q)}{(p^2+q^2)^2}\sin p\right]\right\}, \quad q \equiv \varkappa R, \; p \equiv 2k(\mu - 1)R. \quad (104,4)$$

Для вычисления углового распределения можно определить амплитуду рассеяния

$$A(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{l+1/2 \leqslant kR} (2l+1)(1 - \exp\{[2ik(\mu-1)-\varkappa]\xi\}) P_l(\cos\theta). \quad (104,5)$$

Полагая $l + {}^1/_2 = k\rho$ и используя при малых θ и больших l соотношение $P_l(\cos\theta) = J_0(k\rho \sin\theta)$, можно перейти от суммы (104,5) к интегралу; тогда

$$A(\theta) = ik \int_0^R \{1 - \exp[2ik(\mu-1) - \varkappa]\xi\} J_0(k\rho\sin\theta)\rho d\rho.$$

В общем случае этот интеграл вычислить трудно, однако для рассеяния вперед амплитуда рассеяния будет

$$A(0) = \frac{ikR^2}{2}\left\{1 + \frac{2(p-iq)^2[1-(1+q-ip)\exp(-q+ip)]}{(q^2+p^2)^2}\right\},$$
$$q \equiv kR, \; p = 2k(\mu - 1)R.$$

Показатель преломления μ в работе [10] определялся из выражения

$$\mu = \sqrt{1 + \frac{V}{\varepsilon}}, \quad (104,6)$$

где V — глубина потенциальной ямы, равная сумме энергии связи нейтрона и энергии нуклона на поверхности сферы Ферми; $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ — энергия относительного движения нейтрона и ядра.

Джестровым [11] предложено связать показатель преломления μ с амплитудами рассеяния A_{nn} и A_{np} вперед с помощью формулы

$$\mu = 1 + \frac{4\pi}{k^2}\frac{N_1}{A}(ZA_{np} + (A - Z)A_{nn}). \quad (104,6а)$$

Формула (104,6а) может быть получена в результате простого обобщения формулы (90,5а).

Если считать поглощением любое столкновение падающего нуклона с одним из нуклонов ядра, то коэффициент поглощения нейтронов $\varkappa$

может быть рассчитан из эффективных сечений рассеяния нейтронов на нейтронах σ_{nn} и нейтронов на протонах σ_{np} с помощью простой формулы:

$$\varkappa = N_1 \frac{Z\sigma_{np} + (A-Z)\sigma_{nn}}{A}, \tag{104,7}$$

где N_1 — число нуклонов в единице объема ядра. Из-за влияния принципа Паули, ограничивающего число возможных состояний после рассеяния, значения σ_{np} и σ_{nn}, входящие в (104,7), должны быть уменьшены при энергии нейтронов ~ 100 *Мэв* на 15—30% по сравнению с сечениями рассеяния свободных нуклонов.

Для объяснения экспериментальных значений эффективных сечений для рассеяния нейтронов энергии 84 *Мэв* в формулах (104,3) и (104,4) можно положить $R = 1{,}37\cdot 10^{-13}A^{1/3}$ *см*, $(\mu - 1)k = 3{,}3\cdot 10^{12}$ *см*$^{-1}$ и $\varkappa = 2{,}2\cdot 10^{12}$ *см*$^{-1}$, что соответствует средней длине свободного пробега нейтрона в ядерном веществе $\Lambda = 4{,}5\cdot 10^{-13}$ *см*. Значение $(\mu - 1)k = 3{,}3\cdot 10^{-12}$ *см*$^{-1}$ соответствует согласно (104,6) глубине потенциальной ямы $V = 30{,}8$ *Мэв*.

Вычислим средний свободный пробег нейтрона в ядерном веществе, предполагая, что нуклоны можно рассматривать как газ Ферми при температуре абсолютного нуля, т. е. когда распределение абсолютных значений импульсов нуклонов p_A таково, что

$$0 \leqslant p_A \leqslant p_F, \tag{104,8}$$

где p_F — максимально возможный импульс. Пусть импульс падающего нуклона равен $\boldsymbol{p}_a$, импульс нуклона в ядре $\boldsymbol{p}_A$; после столкновения их импульсы изменятся и станут равны $\boldsymbol{p}_1$ и $\boldsymbol{p}_2$ соответственно. Абсолютное значение начального импульса нуклона $\boldsymbol{p}_A$ удовлетворяет неравенству (104,8). В силу принципа Паули столкновение возможно, если импульсы после столкновения удовлетворяют неравенствам

$$|\boldsymbol{p}_1| \geqslant p_F \quad \text{и} \quad |\boldsymbol{p}_2| \geqslant p_F. \tag{104,8a}$$

Поскольку из закона сохранения энергии следует $p_a^2 + p_A^2 = p_1^2 + p_2^2$, то неравенства (104,8а) можно записать в виде

$$p_a^2 + p_A^2 - 2p_F^2 \geqslant 0. \tag{104,9}$$

Неравенства (104,8) и (104,9) ограничивают возможные значения импульсов нуклонов в ядре, приводящих к рассеянию, следующими значениями:

$$0 \leqslant p_A^2 \leqslant p_F^2, \qquad \text{если } p_a^2 \geqslant 2p_F^2, \tag{104,10}$$

$$2p_F^2 - p_a^2 \leqslant p_A^2 \leqslant p_F^2, \qquad \text{если } p_a^2 \leqslant 2p_F^2. \tag{104,11}$$

Обозначим через $\boldsymbol{p}$ и $\boldsymbol{q}$ относительные импульсы нуклонов соответственно до и после столкновения: $2\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_A - \boldsymbol{p}_a$, $2\boldsymbol{q} = \boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_2$, при этом $|\boldsymbol{p}| = |\boldsymbol{q}|$.

В системе центра инерции дифференциальное эффективное сечение рассеяния нейтрона на нуклонах ядра определяется выражением

$$\langle\sigma\rangle = \frac{3}{4\pi p_F^3}\int d\boldsymbol{p}_A \int \frac{|\boldsymbol{p}_A - \boldsymbol{p}_a|}{p_a}\frac{d\sigma(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q})}{d\Omega}\,\delta(p-q)\frac{d\boldsymbol{q}}{q^2}, \qquad (104,12)$$

где интегрирование ведется по всем значениям импульсов нуклонов ядра, участвующих в рассеянии, и по всем углам рассеяния; дельта-функция $\delta(p-q)$ учитывает закон сохранения энергии.

Из-за принципа Паули рассеяние нуклонов не очень большой энергии на малые углы, соответствующие малым передачам импульса нуклонам ядра, маловероятно, поэтому можно пренебречь зависимостью сечения $\frac{d\sigma(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q})}{d\Omega}$ от угла между векторами $\boldsymbol{p}$ и $\boldsymbol{q}$ и принять $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma(p)}{4\pi}$, где $\sigma(p)$ — полное сечение рассеяния с относительным импульсом p. В этом приближении при данном начальном состоянии, характеризуемом значениями $\boldsymbol{p}_a$ и $\boldsymbol{p}_A$, можно в (104,12) выполнить интегрирование по $\boldsymbol{q}$. Интеграл $\int \delta(p-q)\frac{d\boldsymbol{q}}{q^2}$ определяет телесный угол для возможных направлений относительного импульса после столкновения. Выбирая полярную ось вдоль направления $\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_a$ и используя соотношение $\boldsymbol{p}_1 = \frac{1}{2}(\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_a) + \boldsymbol{q}$, получим:

$$\int \delta(p-q)\frac{d\boldsymbol{q}}{q^2} = \frac{4\pi}{|\boldsymbol{p}_A - \boldsymbol{p}_a||\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_a|}\int d(\boldsymbol{p}_1^2). \qquad (104,13)$$

Интеграл (104,13) легко вычисляется, если мы учтем, что верхний предел интегрирования определяется из условия $p_1^2 = p_A^2 + p_a^2 - p_2^2$, а нижний предел интегрирования определяется из принципа Паули:

$$(p_1^2)_{\min} = 2p_F^2 - p_2^2.$$

Таким образом, имеем:

$$\int \delta(p-q)\frac{d\boldsymbol{q}}{q^2} = 4\pi\frac{p_A^2 + p_a^2 - 2p_F^2}{|\boldsymbol{p}_A - \boldsymbol{p}_a||\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_a|}. \qquad (104,14)$$

Подставляя (104,14) в (104,12), получим:

$$\langle\sigma\rangle = \frac{3}{2p_F^3 p_a}\int \frac{p_A^2 + p_a^2 - 2p_F^2}{|\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_a|}\,\sigma(p)\sin\theta\, d\theta\, p_A^2\, dp_A. \qquad (104,15)$$

В (104,15) может быть выполнено интегрирование по углам

$$\int \frac{\sin\theta\, d\theta}{|\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_a|} = \frac{2}{p_a},$$

поэтому

$$\langle\sigma\rangle = \frac{3}{p_F^3 p_a^2}\int \sigma(p)\,(p_A^2 + p_a^2 - 2p_F^2)\,p_A^2\, dp_A. \qquad (104,15a)$$

Интегрирование по p_A выполняется в пределах, определяемых условиями (104,10) и (104,11).

Если можно пренебречь зависимостью $\sigma(p)$ от p, то интегрирование в (104,15а) выполняется сразу и дает

$$\langle\sigma\rangle=\sigma\left(1-\frac{7}{5}\frac{p_F^2}{p_a^2}\right), \quad \text{если}, \quad p_a^2\geqslant 2p_F^2, \qquad (104,16)$$

$$\langle\sigma\rangle=\sigma\left\{1-\frac{7}{5}\frac{p_F^2}{p_a^2}+\frac{2}{5}\frac{p_F^2}{p_a^2}\left(2-\frac{p_a^2}{p_F^2}\right)^{5/2}\right\}, \quad \text{если} \quad p_a^2\leqslant 2p_F^2. \qquad (104,16а)$$

Вводя плотность ядерного вещества ρ, мы можем определить среднюю длину свободного пробега нуклона в ядерном веществе Λ формулой

$$\Lambda=\frac{1}{\langle\sigma\rangle\rho}.$$

Если положить $\sigma=\frac{Z\sigma_{np}+(A-Z)\sigma_{nn}}{A}$, где σ_{np} и σ_{nn} — эффективные сечения рассеяния нейтрона на свободных протоне и нейтроне, то для коэффициента поглощения нейтронов в ядерном веществе получим:

$$\varkappa=N_1\frac{Z\sigma_{nn}+(A-Z)\sigma_{nn}}{A}f(E), \qquad (104,17)$$

где $f(E)$ — множитель (меньший единицы), учитывающий влияние принципа Паули. Согласно (104,16) и (104,16а) можно написать:

$$f(E)=\begin{cases} 1-\frac{7}{5}\frac{E_F}{\varepsilon}, & \text{если } \varepsilon\geqslant 2E_F, \\ 1-\frac{7}{5}\frac{E_F}{\varepsilon}+\frac{2}{5}\left(\frac{E_F}{\varepsilon}\right)\left(2-\frac{\varepsilon}{E_F}\right)^{5/2}, & \text{если } \varepsilon\leqslant 2E_F, \end{cases} \qquad (104,18)$$

где E_F и ε — соответственно максимальная энергия нуклона в ядре и энергия относительного движения нейтрона в ядре. Если положить $R=1{,}2A^{1/3}\cdot 10^{-13}$ *см*, то $E_F=33$ *Мэв*. Для $R=1{,}48A^{1/3}\cdot 10^{-13}$, *см*. $E_F=22$ *Мэв*.

Полученные выше формулы применимы к нейтронам, так как они учитывают только ядерное взаимодействие. Для вычисления оптического потенциала, определяющего взаимодействие протона с ядром, в простейшем случае можно добавить к оптическому потенциалу нейтрона кулоновский потенциал взаимодействия протона с ядром. Предполагая, что нуклоны внутри ядра распределены с равномерной плотностью, можно записать эту добавку к потенциалу в виде

$$\Delta V=\begin{cases} \frac{Ze^2}{r}, & \text{если } r>R; \\ (3R^2-r^2)\frac{Ze^2}{2R^3}, & \text{если } r<R. \end{cases} \qquad (104,19)$$

Если учесть зависимость эффективных сечений от энергии, то с помощью (104, 15а) можно вычислить зависимость коэффициента поглощения от энергии. Для грубых суждений о ходе этой зависимости можно для коэффициента поглощения сохранить выражение (104,17) и учесть зависимость сечений рассеяния σ_{np} и σ_{nn} от энергии. Так как σ_{np} и σ_{nn} убывают с ростом энергии, а $f(\varepsilon)$ возрастает и стремится к единице, то можно ожидать, что значение коэффициента поглощения нейтронов в ядерном веществе с ростом энергии нейтронов проходит через пологий максимум. Согласно численным оценкам этот максимум лежит в области энергий между 20 и 50 *Мэв*. Длина свободного пробега нуклона в ядерном веществе в этой области энергий имеет наименьшее значение.

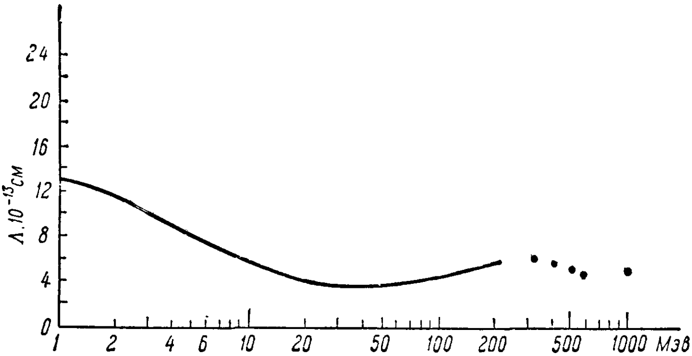

Рис. 70. Длина свободного пробега нейтронов в ядерном веществе.

На рис. 70 приведена зависимость длины свободного пробега нуклона в ядерном веществе от энергии ε, рассчитанная Ван-дер-Вегтом и Дженкером [12]. При расчете для радиуса ядра и максимальной энергии нуклона в ядре выбирались значения $R = 1{,}33A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ *см*, $E_F = 27{,}2$ *Мэв*, а энергия нейтронов внутри ядра представлялась в виде $E = \varepsilon + E_F + 8$ *Мэв*. Значения σ_{np} для энергии $\varepsilon < 200$ *Мэв* брались из работы Фоулера и Бролея [13], а для энергии $\varepsilon \geqslant 345$ — из работы В. П. Джелепова, В. Л. Сатарова и М. М. Головина [14].

§ 105. «Импульсное» приближение

Вследствие большого прогресса в строительстве ускорителей высокой энергии (сотни *Мэв*) появилась возможность широкого исследования ядерных реакций, вызываемых нуклонами, энергии которых велики по сравнению с энергией связи (6—7 *Мэв*) частиц в ядре. В этом случае рассеяние падающей частицы на ядре можно приближенно рассматривать как происходящее на отдельных нуклонах, так как энергия связи частиц в ядре играет второстепенную роль. Такое упрощенное рассмотрение задачи сводит проблему многих тел к проблеме двух частиц.