глощения от энергии. Для грубых суждений о ходе этой зависимости можно для коэффициента поглощения сохранить выражение (104,17) и учесть зависимость сечений рассеяния σ_{np} и σ_{nn} от энергии. Так как σ_{np} и σ_{nn} убывают с ростом энергии, а $f(\varepsilon)$ возрастает и стремится к единице, то можно ожидать, что значение коэффициента поглощения нейтронов в ядерном веществе с ростом энергии нейтронов проходит через пологий максимум. Согласно численным оценкам этот максимум лежит в области энергий между 20 и 50 *Мэв*. Длина свободного пробега нуклона в ядерном веществе в этой области энергий имеет наименьшее значение.

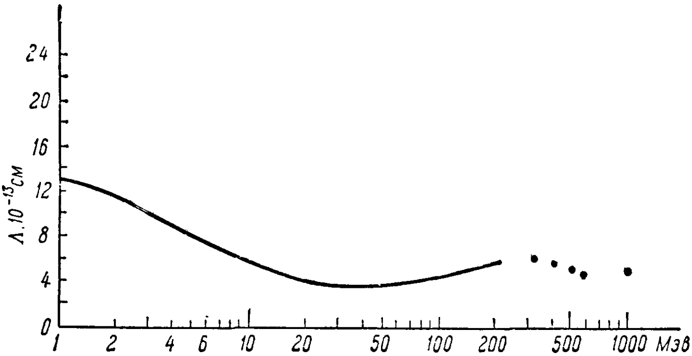

Рис. 70. Длина свободного пробега нейтронов в ядерном веществе.

На рис. 70 приведена зависимость длины свободного пробега нуклона в ядерном веществе от энергии ε, рассчитанная Ван-дер-Вегтом и Дженкером [12]. При расчете для радиуса ядра и максимальной энергии нуклона в ядре выбирались значения $R = 1{,}33A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ *см*, $E_F = 27{,}2$ *Мэв*, а энергия нейтронов внутри ядра представлялась в виде $E = \varepsilon + E_F + 8$ *Мэв*. Значения σ_{np} для энергии $\varepsilon < 200$ *Мэв* брались из работы Фоулера и Бролея [13], а для энергии $\varepsilon \geqslant 345$ — из работы В. П. Джелепова, В. Л. Сатарова и М. М. Головина [14].

§ 105. «Импульсное» приближение

Вследствие большого прогресса в строительстве ускорителей высокой энергии (сотни *Мэв*) появилась возможность широкого исследования ядерных реакций, вызываемых нуклонами, энергии которых велики по сравнению с энергией связи (6—7 *Мэв*) частиц в ядре. В этом случае рассеяние падающей частицы на ядре можно приближенно рассматривать как происходящее на отдельных нуклонах, так как энергия связи частиц в ядре играет второстепенную роль. Такое упрощенное рассмотрение задачи сводит проблему многих тел к проблеме двух частиц.

Одним из методов сведения задачи многих тел к проблеме двух тел является *метод импульсного приближения*, использованный Чу [15] при исследовании рассеяния быстрых нуклонов дейтронами. В дальнейшем метод импульсного приближения применялся в ряде других задач.

В методе импульсного приближения, развитом в работах Чу, Вика и Гольдбергера [16], амплитуда рассеяния нуклонов сложным ядром представляется в виде суммы амплитуд рассеяния свободными нуклонами, имеющими распределение импульсов, соответствующее в данный момент распределению импульсов нуклонов в ядре. При этом делаются предположения, что

1) падающая частица взаимодействует в каждый момент только с одним нуклоном ядра;

2) амплитуда падающей волны мало изменяется при прохождении ядра;

3) взаимодействие между нуклонами ядра не влияет существенно на взаимодействие падающего нуклона с данным нуклоном ядра.

Однако в отличие от борновского приближения при импульсном приближении не делается допущения о малости сил взаимодействия налетающей частицы с нуклоном, на котором она рассеивается.

Для иллюстрации метода импульсного приближения рассмотрим рассеяние нейтрона на одном протоне, находящемся в потенциальной яме $U(r_p)$ в состоянии $\varphi_a(r_p)$. Полный гамильтониан системы равен

$$H = K + V + U(r_p), \qquad (105,1)$$

где $V = V(r_n - r_p)$ — оператор взаимодействия нейтрона и протона; $K = \frac{\hbar^2}{2M}(\Delta_n^2 + \Delta_p^2)$ — оператор полной кинетической энергии протона и нейтрона.

Начальное состояние системы определяется функцией

$$\Phi_a = (2\pi)^{-3/2}\varphi_a(\boldsymbol{r}_p)\exp(i\boldsymbol{k}_a\boldsymbol{r}_n), \qquad (105,2а)$$

а конечное состояние — функцией

$$\Phi_b = (2\pi)^{-3/2}\varphi_b(\boldsymbol{r}_p)\exp(i\boldsymbol{k}_b\boldsymbol{r}_n). \qquad (105,2б)$$

Согласно общей теории рассеяния (см. § 62) вероятность перехода из состояния Φ_a в состояние Φ_b в единицу времени выражается формулой

$$P_{ba} = \frac{2\pi}{\hbar}|T_{ba}|^2\,\delta(E_a - E_b), \qquad (105,3)$$

где матричный элемент

$$T_{ba} = (\Phi_b, V\Psi_a) \qquad (105,4)$$

легко вычисляется, если известна волновая функция Ψ_a, являющаяся решением интегрального уравнения

$$\Psi_a = \Phi_a + (E_a - K - U + i\eta)^{-1}\,V\Psi_a. \qquad (105,5)$$

Здесь $E_a = \frac{\hbar^2 k_a^2}{2M} - E_0$; E_0 — энергия связи протона.

Вводя оператор T с помощью соотношения

$$T\Phi_a = V\Psi_a, \tag{105,6}$$

можно переписать (105,4) в виде

$$T_{ba} = (\Phi_b,\ T\Phi_a), \tag{105,7}$$

где в силу (105,5) оператор T удовлетворяет операторному уравнению

$$T = V + V(E_a - K - U + i\eta)^{-1}\,T, \tag{105,8}$$

которое может быть записано и в другой эквивалентной форме:

$$T = V + V(E_a - K - U - V + i\eta)^{-1}\,V. \tag{105,8a}$$

Импульсное приближение заключается в замене в матричном элементе (105,7) оператора T оператором t свободных частиц, который удовлетворяет операторному уравнению

$$t = V + V(\varepsilon_{ak} - K + i\eta)^{-1}\,t \tag{105,9}$$

или эквивалентному уравнению

$$t = V + V(\varepsilon_{ak} - K - V + i\eta)^{-1}\,V \tag{105,9a}$$

и определяет рассеяние нейтрона на свободном протоне.

Здесь

$$\varepsilon_{ak} = \frac{\hbar^2}{2M}(k_a^2 + k^2) \tag{105,10}$$

— энергия свободного движения протона и нейтрона.

Таким образом, в импульсном приближении матричный элемент определяющий рассеяние, имеет вид

$$T_{ba}^{\text{имп}} = (\Phi_b,\ t\Phi_a). \tag{105,11}$$

Чтобы выяснить физический смысл импульсного приближения, перейдем к представлению с базисными функциями:

$$\chi_{k_a k} = (2\pi)^{-3}\exp\{i(\boldsymbol{k}_a\boldsymbol{r}_n + \boldsymbol{k}\boldsymbol{r}_p)\}, \tag{105,12}$$

являющимися собственными функциями оператора полной кинетической энергии протона и нейтрона:

$$\{K - \varepsilon_{ak}\}\,\chi_{k_a k} = 0. \tag{105,12a}$$

Тогда можно написать:

$$t\Phi_a = \int \chi_{k'_a k'}\,(\boldsymbol{k}'_a\boldsymbol{k}'\,|\,t\,|\,\boldsymbol{q}_a\boldsymbol{q})\,(\chi_{q_a q},\ \Phi_a)\,d\boldsymbol{k}'_a\,d\boldsymbol{k}'\,d\boldsymbol{q}_a\,d\boldsymbol{q}, \tag{105,13}$$

где

$$(\boldsymbol{k}'_a\boldsymbol{k}'\,|\,t\,|\,\boldsymbol{q}_a\boldsymbol{q}) \equiv \int \chi^*_{k'_a k'}\,t\,\chi_{q_a q}\,d\boldsymbol{r}_n\,d\boldsymbol{r}_p \tag{105,13a}$$

— матрица рассеяния нейтрона на свободном протоне. В теории импульсного приближения эта матрица предполагается известной.

Используя (105,12) и (105,2а), получим:

$$(\chi_{q_a q}, \Phi) = \delta(\boldsymbol{k}_a - \boldsymbol{q}_a) G(\boldsymbol{q}), \tag{105,14}$$

где

$$G(\boldsymbol{q}) \equiv (2\pi)^{-3/2} \int e^{-i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}_p} \varphi_a(\boldsymbol{r}_p)\, d\boldsymbol{r}_p. \tag{105,15}$$

Функция $|G(\boldsymbol{q})|^2 d\boldsymbol{q}$ определяет вероятность того, что импульс протона в состоянии φ_a заключен в интервале $\hbar\boldsymbol{q}$, $\hbar(\boldsymbol{q}+d\boldsymbol{q})$.

Если волновая функция основного состояния известна, то функция $G(\boldsymbol{q})$, определяющая распределение импульсов нуклонов в основном состоянии ядра, может быть вычислена с помощью формулы (105,15). Согласно экспериментальным данным [17] функция $G(\boldsymbol{q})$ может быть представлена в виде

$$G(\boldsymbol{q}) = \alpha^{-3}\pi^{-3/2} \exp\left(-\frac{q^2}{\alpha^2}\right),$$

где α — константа, имеющая порядок величины, определяемый равенством $\alpha^2(2M)^{-1} \approx 14$ *Мэв*.

Подставляя (105,14) в (105,13), имеем:

$$t\Phi_a = \int \chi_{k'_a k'} (\boldsymbol{k}'_a \boldsymbol{k}' \,|\, t \,|\, \boldsymbol{k}_a \boldsymbol{q})\, G(\boldsymbol{q})\, d\boldsymbol{k}'_a d\boldsymbol{k}' d\boldsymbol{q}. \tag{105,16}$$

Введем волновую функцию $\Psi_{k_a q}$, определяющую рассеяние нейтрона с импульсом $\hbar\boldsymbol{k}_a$ на протоне с импульсом $\hbar\boldsymbol{q}$ с помощью соотношения

$$V\Psi_{k_a q} = \int \chi_{k'_a k'} (\boldsymbol{k}'_a \boldsymbol{k}' \,|\, t \,|\, \boldsymbol{k}_a \boldsymbol{q})\, d\boldsymbol{k}'_a d\boldsymbol{k}'. \tag{105,17}$$

Тогда (105,16) примет вид

$$t\Phi_a = V \int \Psi_{k_a q} G(\boldsymbol{q})\, d\boldsymbol{q}.$$

Подставляя это выражение в (105,11), получим матричный элемент T_{ba} в импульсном приближении:

$$T_{ba}^{\text{имп}} = (\Phi_b, V\Psi_a^{\text{имп}}), \tag{105,18}$$

где

$$\Psi_a^{\text{имп}} = \int \Psi_{k_a q} G(\boldsymbol{q})\, d\boldsymbol{q}. \tag{105,18a}$$

Сравнивая (105,18) с точным выражением (105,4), мы видим, что переход к импульсному приближению сводится к замене точной волновой функции Ψ_a функцией $\Psi_a^{\text{имп}}$, характеризующей рассеяние налетающего нейтрона волновым пакетом свободных протонов, содержащим такое же распределение импульсов, как и распределение импульсов в состоянии $\varphi_a(\boldsymbol{r}_p)$.

Чтобы выяснить условия применимости импульсного приближения, рассмотрим поправочный член к импульсному приближению:

$$\Delta T_{ba} = T_{ba} - T_{ba}^{\text{имп}} = (\Phi_b, [T - t]\Phi_a). \tag{105,19}$$

Используя (105,8а), (105,9а) и операторное тождество

$$A^{-1}-B^{-1}=A^{-1}(B-A)B^{-1},$$

можно написать:

$$T-t=V(E_a-H+i\eta)^{-1}[\varepsilon_{aq}-E_a+U]D_q^{-1}V,$$

где

$$D_q=(\varepsilon_{aq}-K-V+i\eta).$$

Представим функцию Φ_a в виде

$$\Phi_a=\int \chi_{k_aq}(\chi_{k_aq},\Phi_a)\,d\boldsymbol{q};$$

тогда

$$(T-t)\Phi_a=V(E_a-H+i\eta)^{-1}\int\{U(\chi_{k_aq},\Phi_a)-\\ -(\chi_{k_aq},U\Phi_a)\}D_q^{-1}V\chi_{k_aq}d\boldsymbol{q}. \quad (105,20)$$

При получении (105,20) было использовано равенство

$$(\varepsilon_{aq}-E_a)(\chi_{k_aq},\Phi_a)=-(\chi_{k_aq},U\Phi_a).$$

С помощью (105,12) и (105,2а) находим:

$$(\chi_{k_aq},\Phi_a)=(2\pi)^{-3}G(\boldsymbol{q})=(2\pi)^{-9/2}\int\varphi_a(\boldsymbol{r}_p)e^{-i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}_p}d\boldsymbol{r}_p,$$

$$(\chi_{k_aq},U\Phi_a)=(2\pi)^{-9/2}\int U(\boldsymbol{r}_p)\varphi_a(\boldsymbol{r}_p)e^{-i\boldsymbol{q}\boldsymbol{r}_p}d\boldsymbol{r}_p=(2\pi)^{-3}g(\boldsymbol{q}).$$

Подставляя (105,20) в (105,19), получим следующее выражение для поправки к импульсному приближению:

$$\Delta T_{ba}=\\ =(2\pi)^{-3}(\Phi_b,V(E_a-H+i\eta)^{-1}\int[UG(\boldsymbol{q})-g(\boldsymbol{q})]D_q^{-1}V\chi_{k_aq}d\boldsymbol{q}). \quad (105,21)$$

Значение поправки к импульсному приближению зависит от конкретного вида потенциалов U и V. В общем случае такие вычисления выполнить трудно.

Если падающий нейтрон взаимодействует с ядром, содержащим A нуклонов, то оператор Гамильтона системы можно представить в виде

$$H=K+V+U, \quad (105,22)$$

где $K=-\frac{\hbar^2}{2M}\sum_{\alpha=1}^{A+1}\nabla_\alpha^2$ — оператор кинетической энергии всех нуклонов системы; $V=\sum_{\alpha=1}^{A}V_{n\alpha}$ — энергия взаимодействия внешнего нуклона со всеми нуклонами ядра; $U=\sum_{\alpha<\beta}U_{\alpha\beta}$ — энергия взаимодействия нуклонов ядра между собой. В этом случае переход к импульсному приближению сводится к замене точного матричного элемента $T_{ba} = (\Phi_b, T\Phi_a)$ приближенным:

$$T_{ba}^{\text{имп}} = (\Phi_b, \sum_{\alpha=1}^{A} t_{n\alpha}\Phi_a),$$

где $t_{n\alpha}$ — операторы, определяемые операторным уравнением

$$t_{n\alpha} = V_{n\alpha} + V_{n\alpha}(\varepsilon_\lambda - K - V_{n\alpha} + i\eta)^{-1} V_{n\alpha}. \qquad (105{,}23)$$

В (105,23) ε_λ — собственные значения оператора кинетической энергии всех частиц

$$(K - \varepsilon_\lambda)\chi_\lambda = 0.$$

Полагая

$$\Phi_a = \int (\chi_\lambda, \Phi_a)\chi_\lambda d\lambda, \qquad (105{,}24)$$

перепишем $T_{ba}^{\text{имп}}$ в следующем виде:

$$T_{ba}^{\text{имп}} = \sum_\alpha \int (\chi_\lambda, \Phi_a)(\Phi_b, t_{n\alpha}\chi_\lambda)\, d\lambda. \qquad (105{,}25)$$

Операторы $t_{n\alpha}$ могут быть найдены при исследовании рассеяния на свободных нуклонах. Если считать операторы $t_{n\alpha}$ известными величинами, то выражение (105,25) вычисляется легко. Величина $T_{ba}^{\text{имп}}$ существенно зависит как от матричных элементов операторов $t_{n\alpha}$ рассеяния на свободных нуклонах, так и от распределения импульсов (χ_λ, Φ_a) нуклонов в основном состоянии ядра.

Поправку к импульсному приближению в общем случае можно вычислить методом, аналогичным методу, использованному при исследовании поправки к импульсному приближению в случае взаимодействия нуклона с одним связанным протоном. При этом получим:

$$\Delta T_{ba} = T_{ba} - T_{ba}^{\text{имп}} = (\Phi_b, [T - \sum_{\alpha=1}^{A} t_{n\alpha}]\Phi_a). \qquad (105{,}26)$$

Используя (105,8а) и (105,23), можно написать:

$$T - \sum_\alpha t_{n\alpha} =$$
$$= \sum_\alpha V_{n\alpha}(E - H + i\eta)^{-1}\{[\varepsilon_\lambda - E_a + U](\varepsilon_\lambda - K - V_{n\alpha} + i\eta)^{-1} V_{n\alpha} + (V - V_{n\alpha})\}.$$

Подставляя это выражение в (105,26), можно представить поправку к импульсному приближению в виде суммы двух членов:

$$\Delta T_{ba} = \Delta T_{ba}^{(1)} + \Delta T_{ba}^{(2)}, \qquad (105{,}27)$$

где

$$\Delta T_{ba}^{(1)} = \sum_{\alpha=1}^{A} (\Phi_b, V_{n\alpha}(E_a - H + i\eta)^{-1}[V - V_{n\alpha}]) \qquad (105{,}28)$$

— поправка на многократное рассеяние. Она равна нулю при наличии только одного рассеивателя, так как тогда $V = V_{n\alpha}$;

$$\Delta T_{ba}^{(2)} = \sum_{\alpha=1}^{A} (\Phi_b, V_{n\alpha}(E_a - H + i\eta)^{-1} [\varepsilon_\lambda - E_a + U] \times \\ \times (\varepsilon_\lambda - K - V_{n\alpha} + i\eta)^{-1} V_{n\alpha}\Phi_a) \quad (105{,}29)$$

— поправка на эффект связи между нуклонами, на которых происходит рассеяние.

Учитывая (105,24) и используя равенство

$$(\varepsilon_\lambda - E_a)(\chi_\lambda, \Phi_a) = -(\chi_\lambda, U\Phi_a),$$

можно привести (105,29) к виду

$$\Delta T_{ba}^{(2)} = \sum_{\alpha=1}^{A} (\Phi_b, V_{n\alpha}(E_a - H + i\eta)^{-1} \int [U(\chi_\lambda, \Phi_a) - (\chi_\lambda, U\Phi_a)] \times \\ \times (\varepsilon_\lambda - K - V_{n\alpha} + i\eta)^{-1} V_{n\alpha}\Phi_a d\lambda). \quad (105{,}30)$$

Поправка на многократное рассеяние пропорциональна $\frac{1}{\rho}\sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}\frac{1}{k_a\rho}}$, где ρ — среднее расстояние между рассеивателями; σ — эффективное сечение рассеяния на одном рассеивателе. При неупругом рассеянии из-за некогерентности рассеяния поправка на многократное рассеяние меньше, чем при упругом рассеянии.

По-видимому, импульсное приближение может успешно использоваться при исследовании взаимодействия нуклонов с легкими ядрами, если энергия их относительного движения превышает 50—100 *Мэв*.

В связи с тем, что матричный элемент (105,25), определяющий эффективное сечение рассеяния при больших энергиях (>50 *Мэв*), существенно зависит от распределения импульсов нуклонов в основном состоянии ядра (функция (χ_λ, Φ_a)), можно надеяться, что исследования процессов взаимодействия быстрых нуклонов с ядрами могут дать дополнительные сведения о волновых функциях основного состояния ядер и о распределении импульсов нуклонов в этом состоянии.

§ 106*. Элементарная теория ядерных реакций с распадом ядер более чем на две частицы

В ряде случаев в результате взаимодействия нейтрона с другим ядром происходит реакция с образованием трех, четырех и большего числа частиц. Примером таких реакций являются: $Be^9(n, 2n)Be^8$, $C^{12}(n, n')3He^4$ и др. Эти реакции характеризуются пороговой энергией порядка нескольких *Мэв* и обычно происходят с теми легкими ядрами, которые могут распадаться на некоторое число более легких ядер, обладающих большой энергией связи, например He.