— поправка на многократное рассеяние. Она равна нулю при наличии только одного рассеивателя, так как тогда $V = V_{n\alpha}$;

$$\Delta T^{(2)}_{ba} = \sum_{\alpha=1}^{A} (\Phi_b,\ V_{n\alpha}(E_a - H + i\eta)^{-1}[\varepsilon_\lambda - E_a + U] \times$$
$$\times (\varepsilon_\lambda - K - V_{n\alpha} + i\eta)^{-1} V_{n\alpha}\Phi_a) \qquad (105,29)$$

— поправка на эффект связи между нуклонами, на которых происходит рассеяние.

Учитывая (105,24) и используя равенство

$$(\varepsilon_\lambda - E_a)(\chi_\lambda,\ \Phi_a) = -(\chi_\lambda,\ U\Phi_a),$$

можно привести (105,29) к виду

$$\Delta T^{(2)}_{ba} = \sum_{\alpha=1}^{A} (\Phi_b,\ V_{n\alpha}(E_a - H + i\eta)^{-1} \int [U(\chi_\lambda, \Phi_a) - (\chi_\lambda, U\Phi_a)] \times$$
$$\times (\varepsilon_\lambda - K - V_{n\alpha} + i\eta)^{-1} V_{n\alpha}\Phi_a d\lambda). \quad (105,30)$$

Поправка на многократное рассеяние пропорциональна $\frac{1}{\rho}\sqrt{\frac{\sigma}{4\pi}\frac{1}{k_a\rho}}$, где ρ — среднее расстояние между рассеивателями; σ — эффективное сечение рассеяния на одном рассеивателе. При неупругом рассеянии из-за некогерентности рассеяния поправка на многократное рассеяние меньше, чем при упругом рассеянии.

По-видимому, импульсное приближение может успешно использоваться при исследовании взаимодействия нуклонов с легкими ядрами, если энергия их относительного движения превышает 50—100 *Мэв*.

В связи с тем, что матричный элемент (105,25), определяющий эффективное сечение рассеяния при больших энергиях (>50 *Мэв*), существенно зависит от распределения импульсов нуклонов в основном состоянии ядра (функция (χ_λ, Φ_a)), можно надеяться, что исследования процессов взаимодействия быстрых нуклонов с ядрами могут дать дополнительные сведения о волновых функциях основного состояния ядер и о распределении импульсов нуклонов в этом состоянии.

§ 106*. Элементарная теория ядерных реакций с распадом ядер более чем на две частицы

В ряде случаев в результате взаимодействия нейтрона с другим ядром происходит реакция с образованием трех, четырех и большего числа частиц. Примером таких реакций являются: $Be^9(n, 2n)Be^8$, $C^{12}(n, n')3He^4$ и др. Эти реакции характеризуются пороговой энергией порядка нескольких *Мэв* и обычно происходят с теми легкими ядрами, которые могут распадаться на некоторое число более легких ядер, обладающих большой энергией связи, например He.

При не очень больших энергиях падающих нейтронов такие реакции, по-видимому, происходят без образования составного ядра (когда энергия возбуждения распределяется по всем нуклонам составного ядра), а путем непосредственной передачи энергии группам сильно связанных нуклонов (например, α-частиц) без возбуждения их внутреннего состояния.

Для теоретического исследования таких реакций Закс [18] предложил использовать идею, высказанную Ферми [19] в теории множественного образования мезонов, о статистическом распределении энергии между разлетающимися частицами перед их разлетом. Законы распада в этом случае определяются условиями статистического распределения энергии и импульса между продуктами распада перед их вылетом из объема, в котором проявлялось взаимодействие между ними. Такой механизм ядерной реакции будем называть *прямым ядерным распадом.*

Для элементарного количественного рассмотрения прямого ядерного распада предположим, что в начальном состоянии Φ_a в объеме V имеется одно ядро и нейтрон, движущийся с относительной скоростью v_a. В конечном состоянии Φ_b имеется n разлетающихся частиц (нуклоны, α-частицы). Если вероятность перехода в единицу времени из состояния Φ_a в состояние Φ_b обозначить W_{ba}, то эффективное сечение реакции

$$\sigma_{ba} = W_{ba} \frac{V}{v_a}. \tag{106,1}$$

Предположим далее, что взаимодействие между частицами происходит в объеме Ω; тогда вероятность перехода W_{ba} может быть представлена в виде произведения вероятности $\left(\frac{\Omega}{V}\right)$ нахождения нуклона и ядра в объеме Ω на вероятность перехода частиц из объема Ω в состояние Φ_b:

$$W_{ba} = \frac{\Omega}{V} W_{b\Omega}. \tag{106,2}$$

Если состояние n частиц в объеме взаимодействия обозначить через Φ_Ω, то вероятность перехода $W_{t\Omega}$ в единицу времени определяется через квадрат матрицы взаимодействия $(\Phi_b, T\Phi_\Omega)$ (см. § 62) обычным соотношением:

$$W_{b\Omega} = \frac{2\pi}{\hbar} |(\Phi_b, T\Phi_\Omega)|^2 \rho_b, \tag{106,3}$$

где ρ_b — число конечных состояний на единицу энергии.

Согласно Ферми квадрат матричного элемента взаимодействия, входящий в (106,3), пропорционален вероятности того, что все частицы, отвечающие данному состоянию, одновременно находятся в объеме Ω. Если в объеме Ω находятся n частиц, состояния которых характеризуются в системе центра инерции импульсами (плоскими волнами), то при нормировке волновых функций на объем V имеем:

$$|(\Phi_b, T\Phi_a)|^2 = D^2 \left(\frac{\Omega}{V}\right)^{n-1}, \tag{106,4}$$

где D — постоянная размерности энергии, по порядку величины равная глубине потенциальной энергии нуклона в ядре.

Подставляя (106,4), (106,3) и (106,2) в (106,1), получим:

$$\sigma_{ba}(n) = \frac{2\pi}{\hbar v_a} \frac{D^2 \Omega^n}{V^{n-1}} \rho_b. \tag{106,5}$$

Для вычисления явной зависимости сечения (106,5) от начальной энергии относительного движения нейтрона и ядра необходимо определить эффективный объем Ω, в котором происходит перераспределение энергии и импульса, и определить число состояний ρ_b, приходящихся на единичный интервал энергии конечного состояния.

Определим согласно Заксу объем Ω с помощью соотношения

$$\Omega = \frac{4\pi}{3}(R + a\lambda\!\!\!^-)^2 \lambda\!\!\!^-, \tag{106,6}$$

где R и a — параметры, характеризующие определенный тип реакции прямого распада.

Число конечных состояний на единичный интервал энергии выражается формулой

$$\rho_b = \left[\frac{V}{(2\pi\hbar)^3}\right]^{n-1} \prod_{i=1}^{n}(2J_i + 1) \times$$
$$\times \frac{d}{d\varepsilon}\left\{\int \prod_{i=1}^{n} dp_i \delta\left(\sum p_i\right) \delta\left(\varepsilon - \sum \frac{p_i^2}{2M_i}\right)\right\}, \tag{106,7}$$

где J_i — спин частицы i. Произведение двух дельта-функций в (106,7) учитывает закон сохранения импульса и энергии. $\varepsilon = \varepsilon_a + Q$ — полная кинетическая энергия конечного состояния, равная сумме кинетической энергии относительного движения в начальном состоянии ε_a и энергии Q, выделяемой $(Q > 0)$ или поглощаемой $(Q < 0)$ при данной реакции.

Интеграл, входящий в (106,7) вычислялся Мальбарном [20]. Используя полученные им значения, находим:

$$\rho_b = \frac{V^{n-1} \prod_{i=1}^{n}(2J_i + 1)(2\pi)^{\frac{3(n-1)}{2}} \prod_i M_i^{3/2}}{(2\pi\hbar)^{3(n-1)} \Gamma\left(\frac{3}{2}(n-1)\right)\left(\sum_{i=1}^{n} M_i\right)^{3/2}} \varepsilon^{\frac{3n-5}{2}}. \tag{106,7a}$$

Подставляя (106,7а), (106,6) в (106,5) и выражая начальную относительную скорость через энергию $\left(v_a = \sqrt{\frac{2\varepsilon_a}{\mu}}\right)$, получим выражение для эффективного сечения реакции прямого распада.

В частном случае распада на три частицы ($n=3$):

$$\sigma(3)=\prod_{i=1}^{3}(2J_i+1)\frac{2\pi}{27\hbar^4}\frac{\prod\limits_{i=1}^{3}M_i^{3/2}}{\mu\left(\sum\limits_{i=1}^{3}M_i\right)^3}D^2\left(1+\frac{Q}{\varepsilon_a}\right)^2\times$$
$$\times\left(R+\frac{a\hbar}{\sqrt{2\mu\varepsilon_a}}\right)^6 \text{см.}^2 \quad (106,8)$$

В применении к реакции Be^9 $(n, 2n)$ Be^8, полагая $Q=-1,656$ *Мэв*, $D=40$ *Мэв*, $\prod(2J_i+1)=2\cdot2\cdot1=4$ и выражая $\left(R+\frac{a\hbar}{\sqrt{2\mu\varepsilon_a}}\right)$ в единицах 10^{-13} *см*, Закс получил

$$\sigma(3)=6,78\left(1-\frac{1,84}{\varepsilon_a}\right)^2\left(R+\frac{5,08a}{\sqrt{\varepsilon_a}}\right) \text{мбарн.} \quad (106,9)$$

При выборе $R=1,39$, $a=0,463$ получилось удовлетворительное согласие с измеренным сечением при 4,07 *Мэв*.

В реакции с распадом на четыре частицы ($n=4$):

$$\sigma(4)=\left(\frac{2}{3\hbar}\right)^6\frac{\prod\limits_{i=1}^{4}(2J_i+1)\prod\limits_{i=1}^{4}M_i^{3/2}D^2}{35\mu^{3/2}\left(\sum\limits_{i=1}^{4}M_i\right)_i^{3/2}}\varepsilon_a\left(1+\frac{Q}{\varepsilon_a}\right)^{7/2}\times$$
$$\times\left(R+\frac{a\hbar}{\sqrt{2\mu\varepsilon_a}}\right)^8 \text{см}^2. \quad (106,10)$$

Для реакции C^{12} $(n, n')\,3He^4$ $Q=-7,278$ *Мэв*. Формула (106,10) дает удовлетворительное согласие (в интервале до 14 *Мэв*) с измеренным сечением этой реакции при 4,07 *Мэв* [21], когда $D=40$ *Мэв*, $R=0,77$ и $a=1,17$.