4 Динамика: законы Ньютона

До сих пор мы рассматривали движение на основе понятий скорости и ускорения. Теперь займемся следующими вопросами: *Почему* тела движутся именно таким образом, а не иначе? Что заставляет покоящееся тело начать движение? Что является причиной ускорения или торможения тела? Чем вызвано движение тела по окружности? Можно было бы сказать, что в каждом из этих случаев на тело действует сила. В этой главе мы изучим связь между силой и движением. Единственное ограничение, которое мы примем, заключается в том, что рассматриваемые скорости должны быть значительно меньше, чем скорость света ($3{,}00 \cdot 10^8$ м/с). Это позволит нам не учитывать релятивистские эффекты (гл. 39). Прежде чем серьезно углубиться в *динамику*, обсудим понятие *силы* на качественном уровне.

4.1. Сила

Интуитивно **силу** можно определить как любой вид толчка или натяжения. Когда вы толкаете перед собой тележку с продуктами, вы действуете на нее с некоторой силой. Дети, тянущие игрушечную тележку, также прилагают к ней силу. Когда двигатель поднимает лифт, или молоток бьет по гвоздю, или ветер дует на листья дерева,– во всех этих случаях действует сила. Мы говорим, что тела падают потому, что на них действует сила тяжести. Силы не всегда вызывают движение. Например, можно очень энергично толкать тяжелый стол или холодильник, а предметы при этом могут не сдвинуться.

Независимо от того, движется или нет тело под воздействием силы, его форма всегда изменяется. Это станет очевидно, если сжать надувной шарик или толкнуть матрац. Можно также заметить и небольшую деформацию металла, если надавить на стенку холодильника или на крыло автомобиля. За счет приложения силы всегда возникает некоторая деформация, хотя в случае очень твердых тел (например, массивной стальной плиты) обнаружить ее можно лишь с помощью очень чувствительных инструментов.

Один из способов количественного измерения величи-

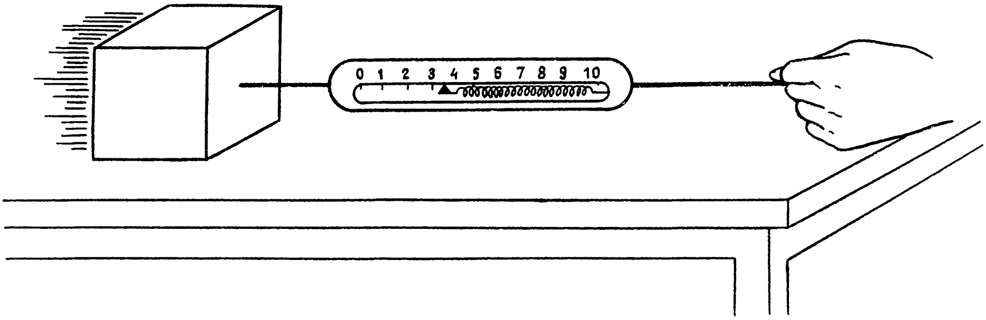


Рис. 4.1. Пружинный динамометр, используемый для измерения силы.

ны силы основан на применении пружинного динамометра (рис. 4.1). Обычно такой динамометр используют для определения действующей на тело силы тяжести (разд. 4.7). Однажды откалиброванный[1] пружинный динамометр можно использовать и для измерения других видов сил, например для измерения силы натяжения, как показано на рис. 4.1.

Сила имеет как величину, так и направление, т. е. она является вектором и подчиняется правилам сложения векторов, рассмотренным в гл. 3. На векторной диаграмме любую силу можно изобразить в виде стрелки, как это делалось в случае скорости. Направление стрелки совпадает, очевидно, с направлением толчка или натяжения, а длина стрелки изображается на рисунке пропорциональной величине силы. Ограничимся пока определением силы как толчка или натяжения; в разд. 4.5 мы дадим более точное определение.

4.2. Первый закон Ньютона

В чем состоит истинная связь силы и движения? Аристотель считал, что сила нужна для того, чтобы поддерживать движение тела по горизонтальной плоскости. Согласно

[1] Пружинный динамометр калибруют, подвешивая на нем несколько одинаковых тел равной массы (например, по одному килограмму). На шкале динамометра отмечают положение стрелки при подвешивании одной, двух, трех и т. д. единиц массы. Хотя величина растяжения пружины только приблизительно пропорциональна массе подвешенного груза (пока пружина не растянулась слишком сильно), эту особенность в нашем методе учитывать не следует. Мы лишь предполагаем, что стрелка устанавливается в одном и том же положении, когда на нее действует одна и та же сила (в данном случае сила тяжести пропорциональна массе тела). Это может служить операционным определением силы (разд. 1.5). [Об операционном методе определения физических величин см., например, в книге: *Матвеев А. Н.* Механика и теория относительности. Изд. 2-е.– М.: Высшая школа, 1986.– *Прим. ред.*]

его аргументам, чтобы заставить книгу двигаться по столу, вы постоянно должны прилагать к ней силу. По Аристотелю, естественное состояние тела – покой, а для поддержания состояния движения необходима сила. Кроме того, Аристотель доказал, что, чем больше сила, действующая на тело, тем больше его скорость.

Спустя приблизительно 2000 лет Галилей усомнился в подобных представлениях Аристотеля (равно как и в представлениях о падении тел) и пришел к совершенно иным выводам. Галилей утверждал, что для тела столь же естественно совершать горизонтальное движение с постоянной скоростью, как и пребывать в состоянии покоя. Чтобы понять точку зрения Галилея, понаблюдаем за движением в горизонтальной плоскости, в котором не участвует сила тяжести. Чтобы толкать с постоянной скоростью по плоскости стола предмет, имеющий шероховатую поверхность, требуется некоторое усилие. Однако, чтобы толкать с той же скоростью предмет той же массы, но по столу с очень гладкой поверхностью, потребуется меньшая сила. Наконец, если между поверхностями предмета и стола поместить слой масла или какой-нибудь другой смазки, то для передвижения предмета не потребуется почти никаких усилий. (Эти наблюдения вполне могут показаться вам совершенно очевидными; в противном случае вы можете сами проделать эти несложные эксперименты.) Заметим, что в каждом из примеров сила, необходимая для поддержания движения, становилась все меньше и меньше. Следующий шаг заключается в обобщении этих фактов на случай, когда предмет совсем не испытывает трения о поверхность стола (или между ними имеется идеальная смазка). Теоретически можно себе представить, что, если однажды привести предмет в состояние движения, он будет двигаться по столу с постоянной скоростью без приложения какой-либо силы. Ситуацию, очень близкую к описанной, можно наблюдать, когда стальной шарик из подшипника катится по твердой горизонтальной поверхности.

Потребовался гений Галилея, чтобы вообразить идеализированный мир (в данном случае – мир без трения) и осознать, что он может привести к более продуктивному взгляду на реальный мир. Именно эта идеализация привела Галилея к замечательному выводу о том, что если на предмет не действует никакая сила, то он будет продолжать двигаться по прямой с постоянной скоростью. Предмет станет двигаться медленнее только в том случае, когда на него действует сила. Таким образом, Галилей рассматривал трение как силу, родственную обычным толчкам и натяжениям.

Чтобы толкать предмет по столу с постоянной скоростью, усилие руки требуется только для преодоления силы трения; в этом случае внешняя сила, приложенная к предмету, равна по величине силе трения, однако дейст-

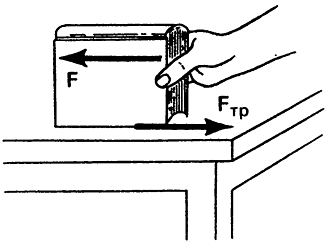


Рис. 4.2. **F** – сила со стороны человека, а $\mathbf{F}_{тр}$ – сила трения.

вуют они в противоположных направлениях, так что *результирующая сила*, действующая на предмет, равна нулю (рис. 4.2). Это согласуется с точкой зрения Галилея, поскольку предмет движется с постоянной скоростью, когда приложенная к нему результирующая сила равна нулю.

Разница между точками зрения Аристотеля и Галилея заключается не просто в том, что один прав, а другой нет. В сущности, взгляд Аристотеля не является ошибочным. Наш повседневный опыт показывает, что движущиеся предметы стремятся остановиться, если их все время не подталкивать. Важнейшее различие позиций Галилея и Аристотеля состоит в том, что взгляд Аристотеля на «естественное состояние» тел считался фактически окончательным и не оставлял возможности для дальнейшего развития. Напротив, анализ Галилея можно расширить для объяснения гораздо большего числа явлений. Совершив творческий скачок, т. е. вообразив недостижимую экспериментально ситуацию отсутствия трения и рассмотрев трение как силу, Галилей смог прийти к выводу о том, что если на предмет не действует никакая сила, то он продолжает двигаться с постоянной скоростью.

На этом фундаменте Ньютон возвел свою великую теорию движения. Ньютоновский анализ движения обобщен в его «трех законах движения». В своих знаменитых «Математических началах натуральной философии», которые были опубликованы в 1687 г. и содержали почти все его труды по вопросам движения, Ньютон прямо заявил о своей признательности Галилею. Действительно, **первый закон Ньютона** очень близок к выводам Галилея[1]. Он гласит

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока действующие на него силы не выведут его из этого состояния.

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**. В силу этого первый закон Ньютона часто называют **законом инерции**.

4.3. Масса

Во втором законе Ньютона (который мы рассмотрим в следующем разделе) используется понятие массы. Сам Ньютон использовал термин «масса» как синоним *коли-*

[1] Из работ Галилея не ясно, принимал ли он существование «линейной» или «сферической» инерции (т. е. естественного движения, происходящего по сферической поверхности, например по поверхности Земли). Ньютон, а до него Декарт принимали принцип инерции для движения по прямой линии.

чества вещества. Это интуитивное представление о массе тела не вполне корректно, так как понятие «количество вещества» само не вполне определено. Выражаясь точнее, можно сказать, что **масса** *является мерой инертности тела.* Чем больше масса тела, тем труднее изменить характер его движения, т. е. тем труднее заставить двигаться покоящееся тело, остановить его, если оно уже движется, или свернуть с прямолинейного пути. У пианино или трактора инертность значительно больше, чем у движущегося с той же скоростью бейсбольного мяча; движение первых предметов изменить значительно труднее. Следовательно, их масса значительно больше.

Чтобы ввести понятие массы, нужно определить для нее эталон и единицу измерения. В системе СИ единицей массы является килограмм (кг). Действующий эталон массы представляет собой цилиндр из платиноиридиевого сплава, хранящийся в Международном бюро мер и весов вблизи Парижа; по определению масса этого цилиндра точно равна одному килограмму. В системе СГС единицей массы является грамм (г), причем 1 г $= 10^{-3}$ кг. [В британской системе единицей массы является слаг.] При изучении атомов и молекул часто применяется *атомная единица массы* (а. е. м.). По определению масса атома углерода (^{12}C) точно равна 12 а. е. м. На сегодняшний день наилучшее измеренное значение а. е. м. равно

$$1 \text{ а. е. м.} = (1{,}6605655 \pm 0{,}0000086) \cdot 10^{-27} \text{ кг},$$

или округленно 1 а. е. м. $= 1{,}6606 \cdot 10^{-27}$ кг.

Имея единицу массы, можно построить шкалу масс (т. е. определить массу в 2 кг, 3 кг и т. д.) двояким образом. Первый метод в общем соответствует определению массы по Ньютону как «количества вещества». Он основан на использовании рычажных весов (рис. 4.3). Эталонную массу в 1 кг помещают на одну чашку весов. Утверждается, что величина любой массы, помещенной на другую чашку весов и уравновешивающей первую, точно равна 1 кг. Теперь у нас имеются две массы по 1 кг. Поместив их вместе, мы получим массу, равную 2 кг. Дробные массы можно получить, находя или изготовляя две одинаковые массы (при помещении на разные чашки весов они уравновешивают друг друга), которые вместе могут уравновесить одну массу в 1 кг. Этот процесс можно продолжать до тех пор, пока не получится полный набор известных масс. Любая неизвестная масса может быть измерена ее уравновешиванием комбинацией известных масс. Описанный выше метод основан на том факте, что равновесие чашек рычажных весов с одинаковыми плечами имеет место, когда сила тяжести на обе взвешиваемые массы действует одинаково. Поэтому масса, определяемая таким способом, часто именуется гравитационной массой.

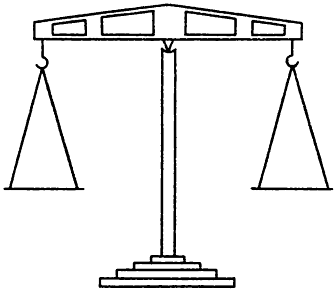


Рис. 4.3. Рычажные весы.

Второй метод определения шкалы масс основан на понятии инертности и втором законе Ньютона; мы опишем его в разд. 4.4, где представлению об инертной массе дается количественное обоснование. Эксперименты показывают, что оба метода полностью согласуются друг с другом[1].

Нередко путают понятие *массы* и *веса*, между которыми имеется существенное различие. Масса – это свойство самого тела (она является мерой инертности тела или его «количества вещества»). Вес же – это сила, с которой тело действует на опору или растягивает подвес (вес численно равен силе тяжести, если опора или подвес не имеют ускорения). Чтобы показать различие этих понятий, предположим, что тело помещено на Луну. При этом вес тела будет равен одной шестой веса, который тело имело бы на Земле, поскольку сила тяжести на Луне слабее. Масса же тела останется прежней; тело будет иметь то же количество вещества и ту же инертность, что и на Земле, так что в отсутствие трения будет столь же трудно привести его в движение или остановить, если оно уже движется.

4.4. Второй закон Ньютона

Первый закон Ньютона утверждает, что если на тело не действует результирующая сила, т.е. действие всех сил скомпенсировано, то оно продолжает пребывать в состоянии покоя, а если тело движется, то оно продолжает движение по прямой с постоянной скоростью. Но что происходит, если на тело все-таки действует сила? Ньютон понимал, что скорость тела изменится. Результирующая сила, или равнодействующая всех сил, приложенных к телу, может увеличить скорость тела. Если сила направлена против направления движения тела, то она уменьшит его скорость. Если равнодействующая сил направлена под углом к направлению движения тела, то и величина, и направление скорости тела будут меняться. Таким образом, *равнодействующая всех сил, приложенных к телу, приводит к ускорению*.

Каково точное соотношение между силой и ускорением? Ответ на этот вопрос дает простой житейский опыт. Рассмотрим силу, требующуюся для того, чтобы стронуть с места роликовый конек или тележку, обладающую очень малым трением с поверхностью. (Если трение все же существенно, рассмотрите равнодействующую силу, которая равна приложенной силе за вычетом силы трения.) Ес-

[1] Имеются в виду эксперименты ученых ряда стран (в том числе В. Б. Брагинского в СССР и Р. Дикке в США), с очень большой точностью (до 10^{-12}) показавшие равенство гравитационной и инертной масс, что составляет содержание так называемого принципа эквивалентности.– *Прим. ред.*

ли в течение определенного промежутка времени толкать тележку или конек с небольшим, но постоянным усилием, то можно разогнать их из состояния покоя до некоторой скорости (например, 3 км/ч). Если толкать в два раза сильнее, то выяснится, что тележка приобрела скорость 3 км/ч за время, которое вдвое меньше, чем в предыдущем случае. Это означает, что ускорение стало в два раза больше. При удвоении силы ускорение удваивается, при утроении – увеличивается в три раза и т. д. Следовательно, ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех приложенных сил. Однако ускорение зависит также и от массы тела. Если толкнуть пустую тележку с той же силой, что и нагруженную, то выяснится, что последняя разгоняется медленнее. Чем больше масса тела, тем меньше его ускорение при данной равнодействующей силе. Действительно, как установил Ньютон, ускорение тела обратно пропорционально его массе. Оказывается, что эти частные утверждения сохраняют силу и в общем случае, и их можно сформулировать следующим образом:

Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей приложенных к нему сил и обратно пропорционально его массе. Тело ускоряется в направлении, совпадающем с направлением равнодействующей приложенных сил.

В этом и состоит **второй закон Ньютона**, который можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{a} \sim \mathbf{F}/m,$$

где $\mathbf{a}$ – ускорение, m – масса, а $\mathbf{F}$ – равнодействующая сила. Под **равнодействующей силой** мы понимаем векторную сумму всех приложенных к телу сил. Чтобы перейти в этом выражении от знака пропорциональности к знаку равенства, необходимо ввести лишь коэффициент пропорциональности. В данном случае выбор коэффициентов произволен, поскольку мы связываем между собой величины с различными единицами измерения; поэтому можно выбрать единицу силы или массы таким образом, чтобы коэффициент пропорциональности равнялся единице. Тогда $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$. Преобразуя это выражение, мы получаем известное выражение второго закона Ньютона в форме равенства:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \tag{4.1}$$

Это – векторное равенство; его левая и правая части должны совпадать как по величине, так и по направлению. Второй закон Ньютона связывает движение с вызвавшей его причиной – силой. Этот закон является одним из наиболее фундаментальных законов физики[1]. Основы-

[1] Сам Ньютон сформулировал свой второй закон движения, используя понятие импульса $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, в виде $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$, что при постоянной массе дает $\mathbf{F} = m(d\mathbf{v}/dt) = m\mathbf{a}$. Эту формулировку мы рассмотрим в гл. 8.

ваясь на уравнении (4.1), можно дать более точное определение силы как действия, способного ускорять тело (более подробно об этом см. в следующем разделе).

Единица измерения *силы* выбирается таким образом, чтобы коэффициент пропорциональности во втором законе Ньютона ($\mathbf{F} \sim m\mathbf{a}$) был равен единице, и, таким образом, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. Если масса измеряется в килограммах, то сила измеряется в *ньютонах* (Н). Один ньютон – это сила, необходимая для того, чтобы сообщить массе 1 кг ускорение 1 м/с^2. Таким образом, 1 Н = 1 кг·(м/с^2).

Как было отмечено выше, в системе единиц СГС единицей массы является грамм (г), а единицей силы – *дина* (дин). По определению, она равна силе, необходимой для того, чтобы сообщить массе 1 г ускорение 1 см/с^2, т.е. 1 дин = 1 г·(см/с^2). Нетрудно показать, что 1 дин = 10^{-5} Н.

В британской системе единиц сила измеряется в фунтах. По определению фунт равен величине силы тяжести (весу), действующей на тело массой 0,453592437 кг в том месте Земли, где ускорение свободного падения g = 32,1734 фут/с^2. Единицей массы в этой системе является *слаг*, который определяется как масса, испытывающая ускорение 1 фут/с^2, когда к ней прикладывается сила, равная 1 фунту. Таким образом, 1 фунт = 1 слаг × (фут/с^2). Нетрудно показать, что 1 фунт = 4,45 Н[1].

Очень важно, чтобы в каждом конкретном расчете или при решении задач применялась только одна система единиц. Предпочтение следует отдавать системе СИ. Например, если сила задана в ньютонах, а масса – в граммах, то, прежде чем приступить к определению ускорения в единицах СИ, массу нужно перевести в килограммы. Например, если заданы сила 2,0 Н и масса 500 г, то последнюю нужно перевести в килограммы (получается 0,50 кг). При этом, если применить второй закон Ньютона, ускорение автоматически получится в единицах м/с^2:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2{,}0\ \text{Н}}{0{,}50\ \text{кг}} = 4{,}0\ \text{м/с}^2.$$

Пример 4.1. Вычислите среднюю силу, с которой игрок в бейсбол из примера 2.9 действует на мяч. Масса мяча равна 0,145 кг.

Решение. Выше мы нашли, что ускорение мяча равно 129 м/с^2, а масса его равна 0,145 кг. Таким образом,

$$F = ma = (0{,}145\ \text{кг})(129\ \text{м/с}^2) = 18{,}7\ \text{Н}.$$

---

[1] Другие системы единиц измерения применяются редко. Мы укажем их только для справки. В системе механических единиц МКС масса измеряется также в килограммах, но единицей силы является килограмм-сила (кгс, или кГ); она численно равна силе тяжести, действующей на массу 1 кг в том месте Земли, где g = 9,8066 м/с^2; иными словами, 1 кгс = 9,8066 Н.

Ниже в этой главе мы рассмотрим много примеров применения второго закона Ньютона, которые на самом деле нам будут встречаться по всей книге.

Как отмечалось в разд. 4.3, количественно понятие массы можно определить, основываясь на том, что масса является мерой инертности. Это с очевидностью следует из равенства (4.1), в котором ускорение тела обратно пропорционально его массе. Если на две массы m_1 и m_2 действует (и ускоряет их) одна и та же равнодействующая сил F, то отношение этих масс можно найти по обратному отношению их ускорений:

$$m_2/m_1 = a_1/a_2.$$

Если известна одна из масс (ею может быть эталонный килограмм) и оба ускорения измерены точно, то неизвестную массу можно вычислить, используя эту пропорцию. Например, если $m_1 = 1{,}00$ кг, а для данной силы $a_1 = 3{,}00$ м/с^2 и $a_2 = 2{,}00$ м/с^2, то $m_2 = 1{,}50$ кг. При таком определении шкалы масс во втором законе Ньютона имеет место обратная пропорциональность между a и m. Определяемая таким образом масса называется инертной *массой*; она полностью совпадает с массой, определяемой по методу, описанному в разд. 4.3 (для гравитационной массы). Это замечательный факт, и мы его подробно рассмотрим в разд. 5.5.

4.5. Законы или определения?

С точки зрения операционалиста (или, более широко,– философии позитивизма) определение силы как чего-то, что толкает или тянет, неудовлетворительно, поскольку это носит слишком туманный характер. Согласно операционному подходу, физические величины нужно определять с помощью одной или большего числа «операций»[1]. Один из способов такого определения, который мы обсуждали в разд. 4.1, заключается в применении пружинного динамометра (рис. 4.1). Многие считали такое определение силы (возможно, весьма примитивное) неадекватным отчасти потому, что оно зависит от калибровки пружинного динамометра, которая в свою очередь основана на использовании силы тяжести. Более корректным способом определения силы (динамическим, а не статическим) является сам второй закон Ньютона. Чтобы определить величину и направление действия данной силы $\mathbf{F}$, нужно дать ей подействовать на тело известной массы m и измерить полученное телом ускорение $\mathbf{a}$. Тогда по определению $\mathbf{F}$ равна произведению m на $\mathbf{a}$. Таким образом, согласно этой точке зрения, второй закон Ньютона следу-

[1] По поводу операционного подхода см. примечание на с. 95.– *Прим. ред.*

ет рассматривать не как закон, а как определение силы[1].

Аналогичные замечания относятся к первому закону Ньютона. Обычно его рассматривают, чтобы определить конкретную систему отсчета, называемую **инерциальной системой отсчета**. Таким образом, инерциальная система отсчета – это такая система отсчета, в которой выполняется первый закон Ньютона. (Например, при решении большинства задач Земля может считаться инерциальной системой отсчета.) **Неинерциальная** же **система отсчета** та, в которой первый закон Ньютона не выполняется. Примером такой неинерциальной системы отсчета является свободно падающий лифт; если вы оказались в лифте, трос которого оборвался, то на вас будет действовать направленная вниз сила тяжести и вы будете свободно падать с ускорением g относительно Земли. Однако, если связать систему отсчета с самим лифтом, вы окажетесь в состоянии *покоя* относительно этой системы, несмотря на то что на вас будет действовать результирующая сила. Таким образом, в этой системе отсчета первый закон Ньютона выполняться не будет. Поскольку такие неинерциальные системы отсчета все же существуют, первый закон Ньютона следовало бы рассматривать как определение, а не как закон.

Заметим, что в неинерциальной системе отсчета второй закон Ньютона ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$) также не выполняется. Например, в падающем лифте ускорение человека равно $\mathbf{a} = 0$, хотя $\mathbf{F} \neq 0$, так как действует сила тяжести.

Независимо от того, какой вы будете придерживаться точки зрения, т. е. будете ли вы считать, что $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ является определением силы, или будете рассматривать это соотношение как закон, на решение практических задач при использовании данного соотношения это не окажет никакого влияния[2].

4.6. Третий закон Ньютона

Второй закон Ньютона количественно описывает то, как силы влияют на движение. Но возникает естественный вопрос о том, откуда появляются силы? Наблюдения

---

[1] См. примечание на с. 95.–*Прим. ред.*

[2] С этим утверждением автора согласиться полностью нельзя, так как в большинстве задач необходимо с помощью второго закона Ньютона определять ускорение $\mathbf{a}$ при данных значениях массы m и силы $\mathbf{F}$, т. е. сила должна определяться независимо. Обычно для этого используется связь силы с другой характеристикой взаимодействия тел (потенциальной энергией); подробное обсуждение этих вопросов можно найти в следующих учебных пособиях: *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 1.–М.: Наука, 1977, § 9; *Матвеев А. Н.* Механика и теория относительности.–М.: Высшая школа, 1986, § 19.–*Прим. ред.*

наводят на мысль, что сила, приложенная к любому телу, возникает в результате воздействия *другого тела*. Лошадь тянет повозку, человек толкает тележку с продуктами, молоток бьет по гвоздю, магнит притягивает железную иглу. В каждом из этих случаев одно тело (например, молоток) действует на другое (например, гвоздь) с определенной силой и второе тело испытывает воздействие этой силы. Однако Ньютон осознал, что ситуация не может быть столь односторонней. Действительно, хотя молоток действует на гвоздь, гвоздь в свою очередь тоже действует на молоток, потому что скорость молотка при контакте с гвоздем быстро уменьшается до нуля. Только весьма значительная сила может вызвать такое быстрое торможение. Поэтому Ньютон пришел к выводу, что оба тела нужно рассматривать на общих основаниях. Молоток действует на гвоздь, но и гвоздь в ответ тоже действует на молоток. В этом и состоит **третий закон Ньютона**[1]:

Всякий раз, когда одно тело действует с некоторой силой на другое, со стороны второго тела на первое действует сила противодействия, равная по величине и противоположная по направлению силе действия.

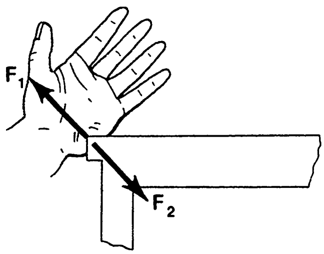


Рис. 4.4. Если вы надавите рукой на угол стола, стол в свою очередь будет давить на вашу руку. $\mathbf{F}_1$ – сила действия стола на руку, $\mathbf{F}_2$ – сила действия руки на стол.

Иногда этот закон сокращенно формулируют так: «Сила действия равна по величине и противоположна по направлению силе противодействия». Чтобы избежать путаницы, важно помнить, что силы «действия» и «противодействия» приложены к *различным* телам.

Чтобы убедиться в справедливости третьего закона Ньютона, посмотрите на свою ладонь, когда вы толкаете тележку с продуктами или нажимаете на край стола (рис. 4.4). Вы *увидите*, что край стола оставил вмятину на вашей ладони – явное свидетельство того, что она испытала действие силы. Вы можете даже *почувствовать* действие стола на ладонь – вам будет больно. Чем сильнее вы давите на стол, тем сильнее стол давит на вашу ладонь.

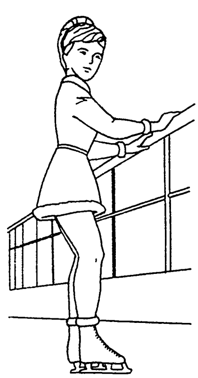


Рис. 4.5. Когда фигуристка отталкивается от стенки, стенка толкает ее назад и заставляет откатываться.

Теперь рассмотрим фигуристку, изображенную на рис. 4.5. Трение между ее коньками и льдом очень невелико. Поэтому, если на фигуристку подействует сила, она будет двигаться довольно свободно. Фигуристка отталкивается от стенки и начинает катиться назад. Ясно, что должна существовать сила, подействовавшая на фигуристку и заставившая ее двигаться. Сила, с которой фигуристка подействовала на стенку, не могла привести фигуристку в движение. Эта сила приложена к стенке и могла повлиять только на стенку. Чтобы фигуристка покатилась, на нее должно было что-то подействовать. Это действие могло

[1] Историки науки сегодня полагают, что самому Ньютону может быть приписано авторство только третьего закона. В работах Галилея и Декарта неявно уже содержались первые два закона движения.

исходить только от стенки. Сила, с которой стенка подействовала на фигуристку, равна по величине и противоположна по направлению силе действия фигуристки на стенку.

Если человек бросает груз из лодки, то лодка сдвигается (хотя бы ненамного) в противоположном направлении. Человек прилагает силу к грузу, а груз с равной и противоположно направленной силой действует на человека. Именно эта сила немного сдвигает лодку назад. На этом же принципе основывается и полет ракет. Наиболее распространенное заблуждение заключается в следующем: считается, что своим ускорением ракеты обязаны газам, вырывающимся из сопла двигателя и якобы отталкивающимся от земли или атмосферы. В действительности ракета ускоряется благодаря тому, что она действует на газы, с большой силой выталкивая их из своего сопла. Газы в свою очередь действуют *на ракету* равной и противоположно направленной силой. Именно эта сила и толкает ракету вперед; космический корабль может маневрировать в безвоздушном пространстве благодаря тому, что газы, образующиеся в результате сгорания топлива в его ракетных двигателях, выходят из сопел в направлении, противоположном направлению предполагаемого ускорения.

Рис. 4.6. Мы можем идти вперед благодаря тому, что земля толкает наши подошвы, когда мы отталкиваемся от земли. $\mathbf{F}_1$ – сила действия человека на землю; $\mathbf{F}_2$ – сила действия земли на человека.

Рассмотрим процесс ходьбы. Человек начинает идти, отталкиваясь ногой от земли. При этом земля действует на человека с равной и противоположно направленной силой (рис. 4.6). Именно эта сила, действующая *на* человека, и продвигает его вперед. Аналогично птица летит вперед благодаря воздействию крыльев на воздух. Однако воздух в свою очередь толкает крылья птицы, и именно это продвигает ее вперед. Автомобиль тоже движется вперед потому, что на него действует сила со стороны земли. Эта сила представляет собой силу противодействия по отношению к силе, с которой колеса действуют на землю.

Из приведенных выше примеров становится ясно, что очень важно всегда четко различать, *к* какому телу приложена данная сила и *со стороны* какого тела она действует. Основной вывод состоит в том, что сила влияет на характер движения тела только тогда, когда она приложена именно *к* этому телу. Сила, с которой данное тело действует на другое, не влияет на движение этого первого тела. Она влияет только на другое тело, а именно на то, к которому она приложена. Поэтому во избежание недоразумений важно всегда точно указать оба объекта: *действующий* с силой и *испытывающий* это *действие*. Насколько это полезно, мы увидим при разборе примеров как в этой главе, так и в последующих.

Интуитивно мы пытаемся обычно связать силы с «активными» объектами – людьми, животными, двигателями или же с движущимися предметами (например, с молотком). Часто бывает затруднительно понять, каким образом покоящееся неодушевленное тело (например, стенка или стол) может приводить к возникновению силы. Объяснить это явление можно тем, что каждый материал, любой степени твердости, все же обладает самой малой упругостью. Никто не станет отрицать, что натянутая резиновая лента может подействовать на комок бумаги и запустить его через всю комнату. Хотя другие материалы не могут растягиваться так же легко, как резина, однако, если к ним приложена сила, они все же деформируются. Подобно тому как растянутая резиновая лента приводит к появлению силы, аналогичные силы порождают и деформированные (растянутая или сжатая) стена или стол.

4.7. Сила тяжести

Галилей утверждал, что все тела, отпущенные с некоторой высоты вблизи поверхности Земли, будут падать с одинаковым ускорением g (если пренебречь сопротивлением воздуха). Сила, вызывающая это ускорение, называется силой тяжести. Применим к силе тяжести второй закон Ньютона, рассматривая в качестве ускорения **a** ускорение свободного падения **g**. Таким образом, действующую на тело силу тяжести можно записать как

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{w} = m\mathbf{g}. \tag{4.2}$$

Эта сила направлена вниз, к центру Земли.

В системе СИ $g = 9{,}80$ м/с^2; поэтому сила тяжести, действующая на тело массой 1 кг, составляет (1,00 кг) × × (9,80 м/с^2) = 9,80 Н. Как мы показали в гл. 2, значения g в различных точках на поверхности Земли несколько различаются, хотя и весьма незначительно. Как правило, мы этим различием интересоваться не будем. На Луне, на других планетах или в космическом пространстве сила тяжести, действующая на тело одинаковой массы, будет различна. Например, на Луне величина g составляет всего лишь одну шестую g на Земле и на тело массой 1 кг действует сила тяжести, равная всего лишь 1,7 Н.

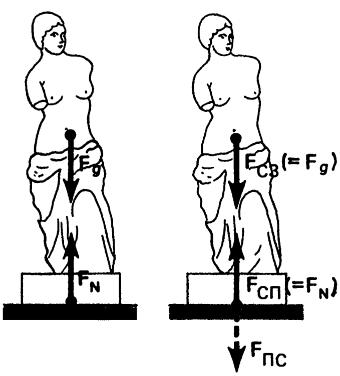


Рис. 4.7. *а* – равнодействующая сил, приложенных к телу, находящемуся в покое, равна нулю. Направленная вниз сила тяжести $\mathbf{F}_g$ уравновешивается силой реакции поверхности Земли (нормальной силой $\mathbf{F}_N$); *б* – $\mathbf{F}_{ПС}$ (сила действия статуи на поверхность Земли), согласно третьему закону Ньютона, является реакцией на силу $\mathbf{F}_{СП}$. Сила реакции $\mathbf{F}_{СЗ}$ не показана.

При свободном падении тел на них действует только гравитационная сила, или сила тяжести. Если же тело покоится на Земле, то сила тяжести, определяемая формулой (4.2), разумеется, продолжает действовать. Это становится очевидным, если тело взвешивать с помощью пружинного динамометра. Почему же в этом случае тело не движется? Очевидно, если тело находится в состоянии покоя, равнодействующая всех приложенных к нему сил равна нулю. Таким образом, должна существовать другая действующая на тело сила, которая уравновешивает силу тяжести. И действительно, такая сила возникает благодаря действию поверхности Земли (рис. 4.7, *а*). Поверхность земли под телом немного сжимается и за счет своей упругости толкает тело вверх, как показано на рисунке. Силу, действующую со стороны поверхности Земли, иногда называют *контактной силой*, поскольку она возникает, когда два тела находятся в контакте друг с другом. (Сила со стороны ладони, толкающей тележку, тоже контактная сила.) Если контактная сила действует нормально (перпендикулярно) общей для двух тел поверхности контакта, то ее называют силой нормального давления (или нормальной реакции); на рисунке мы ее обозначили как $\mathbf{F}_N$.

На рис. 4.7, *а* на статую действуют силы, а она остается в состоянии покоя, поскольку векторная сумма этих двух сил равна нулю. Хотя указанные две силы равны по величине и имеют противоположные направления, это *не те* «равные по величине и противоположно направленные силы», о которых говорит третий закон Ньютона. Этот вопрос является принципиальным, и ошибка здесь может привести к значительным затруднениям. Силы действия и противодействия, о которых идет речь в третьем законе Ньютона, приложены к *различным телам*. (Силы же, показанные на рис. 4.7, *а*, приложены к *одному* и тому же телу.) Для каждой из показанных на рис. 4.7, *а* сил уместно поставить вопрос: какова соответствующая ей сила противодействия? Действующая на статую направленная вверх сила $\mathbf{F}_N$ обусловлена поверхностью Земли. Противодействующей этой силе будет сила, с которой статуя действует на поверхность Земли (основание). Она показана на рис. 4.7, *б* как сила $\mathbf{F}_{\text{ПС}}$ (сила, действующая на поверхность Земли со стороны статуи)[1]. Силы, действующие на статую, также обозначены двойными индексами, показывающими, *на какое* тело действует сила и *каким* телом эта сила обусловлена: $\mathbf{F}_{\text{СЗ}} (= \mathbf{F}_g)$– сила тяжести, действующая на статую со стороны Земли; $\mathbf{F}_{\text{СП}} (= \mathbf{F}_N)$– сила действия поверхности Земли на статую. При этом силой противодействия для $\mathbf{F}_{\text{СП}}$, согласно третьему закону Ньютона, является сила $\mathbf{F}_{\text{ПС}}$. (Справедливо также и обратное: сила действия поверхности Земли на статую $\mathbf{F}_{\text{СП}}$, направленная вверх, является силой противодействия для силы $\mathbf{F}_{\text{ПС}}$, с которой статуя действует на поверхность Земли. Как вы считаете, что можно сказать о другой действующей на статую силе, а именно силе тяжести $\mathbf{F}_g$? Какая сила является для нее силой противодействия?[2]

---

[1] Эту силу иногда называют *весом* тела (в данном случае статуи).– *Прим. ред.*

[2] Это трудный вопрос, поскольку лишь в гл. 5 мы подробно рассмотрим силу тяжести. В действительности искомой силой противодействия будет сила $\mathbf{F}_{\text{ЗС}}$, действующая со стороны статуи на Землю. Она так же, как и $\mathbf{F}_{\text{СЗ}}$, является гравитационной силой, или силой тяжести; можно считать, что она приложена к центру Земли (подробности об этом см. в гл. 5): в настоящей главе нам это не понадобится.

4.8. Применение законов Ньютона; векторы сил

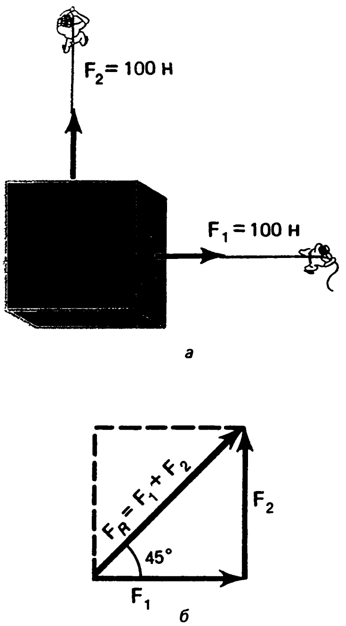


Рис. 4.8. *а*–на тело действуют две силы: $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$; *б*–суммарная, или результирующая, сил $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ равна $\mathbf{F}_R$.

Второй закон Ньютона утверждает, что ускорение тела пропорционально действующей на тело *результирующей силе*, или равнодействующей. Как упоминалось выше, результирующая сила равна *векторной сумме* всех действующих на тело сил. То, что силы нужно складывать друг с другом как векторы, следует из множества экспериментов. Эти эксперименты показывают, что силы складываются согласно установленным в гл. 3 правилам сложения векторов. Например, на рис. 4.8 показаны две силы одинаковой величины, приложенные к телу под прямым углом друг к другу. Интуитивно ясно, что тело будет двигаться под углом 45°, т.е. результирующая сила направлена под углом 45°. Это же следует и из правил сложения векторов. Теорема Пифагора утверждает, что результирующая сила должна иметь величину $F_R = \sqrt{(100\ \text{Н})^2 + (100\ \text{Н})^2} = 141$ Н. Правильность этого ответа интуитивно уже не очевидна, хотя ясно, что результирующая сила будет меньше чем 200 Н (так как два человека, тянущие груз, стремятся сдвинуть его в различных направлениях); несомненно, однако, что эта сила больше нуля. Тщательно проведенные эксперименты показывают, что две силы величиной по 100 Н каждая, действующие под углом 90° друг к другу, создают тот же эффект, что и одна сила величиной 141 Н, действующая под углом 45°. Это полностью соответствует правилу сложения векторов.

Пример 4.2. Вычислите сумму двух векторов сил, действующих на корабль, как показано на рис. 4.9, *а*.

Решение. На рис. 4.9, *б* показано разложение этих векторов на составляющие по осям x и y. Значения составляющих вектора $\mathbf{F}_1$ равны соответственно

$$F_{1x} = F_1 \cos 45° = (40{,}0\ \text{Н})(0{,}707) = 28{,}3\ \text{Н},$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45° = (40{,}0\ \text{Н})(0{,}707) = 28{,}3\ \text{Н},$$

а вектора $\mathbf{F}_2$ –

$$F_{2x} = F_2 \cos 37° = (30{,}0\ \text{Н})(0{,}799) = 24{,}0\ \text{Н},$$

$$F_{2y} = -F_2 \sin 37° = -(30{,}0\ \text{Н})(0{,}602) = -18{,}1\ \text{Н}.$$

Проекция F_{2y} будет отрицательной, поскольку она направлена вдоль отрицательного направления оси y. Вычислим теперь проекции результирующей силы (рис. 4.9, *в*):

$$F_{Rx} = 28{,}3\ \text{Н} + 24{,}0\ \text{Н} = 52{,}3\ \text{Н},$$

$$F_{Ry} = 28{,}3\ \text{Н} - 18{,}1\ \text{Н} = 10{,}2\ \text{Н}.$$

Для определения величины результирующей силы воспользуемся теоремой Пифагора:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(52{,}3)^2 + (10{,}2)^2} = 53{,}3\ \text{Н}.$$

Единственный нерешенный вопрос состоит в том, какой угол θ образует результирующая сила $\mathbf{F}_R$ с осью x? Используя соотношение

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{f_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{10{,}2\ \text{Н}}{52{,}3\ \text{Н}} = 0{,}195,$$

находим $\theta = 11{,}0°$.

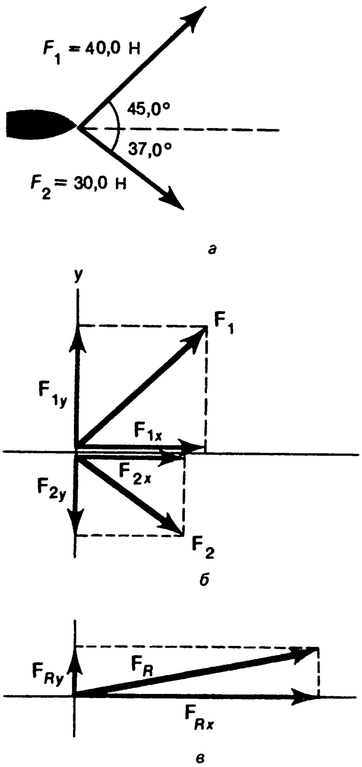


Рис. 4.9. На лодку действуют два вектора сил (пример 4.2).

Пример 4.3. Вычислите силу, необходимую для разгона показанной на рис. 4.10, *а* тележки из состояния покоя до скорости 0,50 м/с за время 2,0 с. Масса тележки 20 кг.

Решение. Если пренебречь трением, то на тележку действуют три силы (что и показано на рис. 4.10, *б*): сила $\mathbf{F}_p$, с которой человек толкает тележку вперед; сила тяжести $\mathbf{F}_g$, направленная вниз; сила реакции пола $\mathbf{F}_N$, направленная вверх (она представляет собой реакцию на силу давления тележки на пол). Действующие по вертикали силы $\mathbf{F}_g$ и $\mathbf{F}_N$ должны при сложении давать нуль – в противном случае тележка ускорялась бы в вертикальном направлении. Таким образом, результирующей действующих на тележку сил будет просто сила $\mathbf{F}_p$. Чтобы найти величину силы $\mathbf{F}_p$, вычислим сначала ускорение, необходимое для разгона: $a = (0{,}50\ \text{м/с} - 0)/(2{,}0\ \text{с}) = 0{,}25\ \text{м/с}^2$. Таким образом, $F_p = ma = (20\ \text{кг})(0{,}25\ \text{м/с}^2) = 5{,}0$ Н.

Этот пример иллюстрирует некоторые важные особенности применения законов Ньютона. Сначала следует изобразить на рисунке рассматриваемую ситуацию. Затем, если изучается движение только одного тела, нужно показать все действующие на него силы. При рассмотрении движения нескольких тел необходимо построить диаграмму сил для каждого тела, причем должны быть показаны все силы, действующие *на данное тело*; такую диаграмму назовем **диаграммой свободного тела**. Иллюстрацией служит рис. 4.11, *б*, который мы обсудим в примере 4.4. Второй закон Ньютона имеет дело с векторами, и часто возникает необходимость в разложении этих векторов на составляющие и нахождении проекций. Оси x и y следует выбирать таким образом, чтобы можно было упростить вычисления. Тогда второй закон Ньютона можно применять к каждой из x- и y-проекций векторов. Иными словами, x-проекция полной силы связана с x-проекцией ускорения следующим образом: $F_x = ma_x$; аналогичное соотношение имеет место и для проекции на ось y.

Пример 4.4. На рис. 4.11, *а* показан груз массой 10 кг, который тянут по полу с силой 40 Н. Сила приложена под углом 30° к полу. Нужно вычислить а) ускорение груза и б) величину силы F_N, приложенной к грузу со стороны пола и направленной вверх. Трением можно пренебречь.

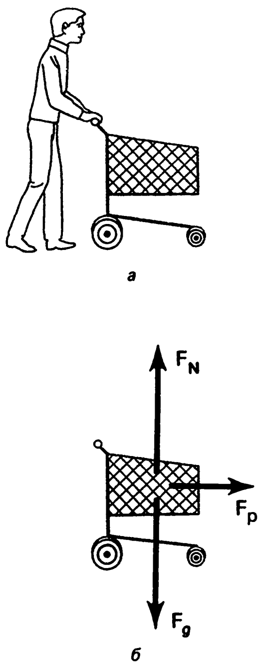


Рис. 4.10. Силы, действующие на тележку (пример 4.3).

Решение. На рис. 4.11, *б* изображены все силы, действующие на груз. Если ось y направлена вертикально, а x–горизонтально, то сила натяжения величиной 40 Н имеет следующие проекции:

$$F_x = (40\ \text{Н})(\cos 30°) = (40\ \text{Н})(0{,}866) = 35\ \text{Н},$$

$$F_y = (40\ \text{Н})(\sin 30°) = (40\ \text{Н})(0{,}50) = 20\ \text{Н}.$$

а) В горизонтальном направлении:

$$ma_x = F_x,$$

$$a_x = (35\ \text{Н})/(10\ \text{кг}) = 3{,}5\ \text{м/с}^2.$$

Таким образом, ускорение груза составляет 3,5 м/с^2.

б) В вертикальном направлении имеем

$$ma_y = F_\text{N} - F_g + F_y.$$

Учтем, что $F_g = mg = (10\ \text{кг})(9{,}8\ \text{м/с}^2) = 98$ Н, а $F_y = 20$ Н. Поскольку груз не движется в вертикальном направлении, $a_y = 0$. Тогда

$$0 = F_\text{N} - 98\ \text{Н} + 20\ \text{Н},$$

$$F_\text{N} = 78\ \text{Н}.$$

Заметим, что здесь сила реакции со стороны Земли F_N меньше, чем F_g; это объясняется тем, что часть тяги, создаваемой человеком, направлена вверх.

Рассмотрим теперь пример баллистического движения, или свободного падения тела, брошенного под углом к горизонту.

Пример 4.5. Саранча прыгает, отталкиваясь задними ногами от земли (рис. 4.12, *а*). Эксперименты показывают, что саранча массой 3,0 г давит на землю под углом 57° со средней силой 0,45 Н. За время ускорения тело саранчи проходит расстояние 4,0 см. Вычислите а) действующую на саранчу результирующую силу

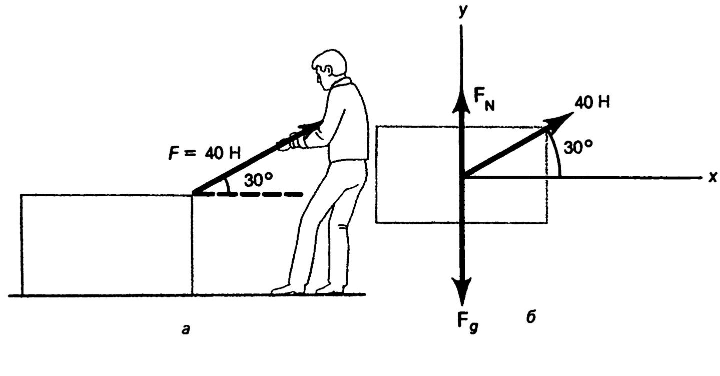


Рис. 4.11. *а*–человек, толкающий груз в примере 4.4; *б*–диаграмма сил в этом примере.

F; б) ускорение саранчи; в) ее «взлетную» скорость; г) расстояние, которое она может пролететь в ходе прыжка, если пренебречь действием сопротивления воздуха.

Решение. В пп. «а» – «в» мы имеем дело с движением на участке ускорения и лишь в п. «г» – с баллистическим движением. а) На рис. 4.12, *б* показаны две силы, действующие на саранчу: сила реакции земли, равная 0,45 Н, и сила тяжести $mg = (0{,}0030\ \text{кг})(9{,}8\ \text{м/с}^2) = 0{,}030$ Н. Используя метод сложения векторов по проекциям, получаем

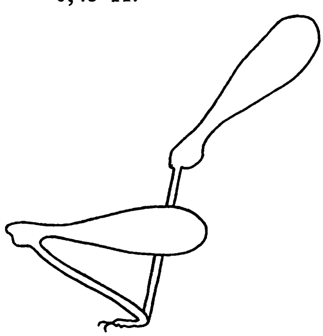
$$F_x = (0{,}45\ \text{Н})(\cos 57^\circ) = 0{,}25\ \text{Н},$$

$$F_y = (0{,}45\ \text{Н})(\sin 57^\circ) - 0{,}030\ \text{Н} = 0{,}35\ \text{Н}.$$

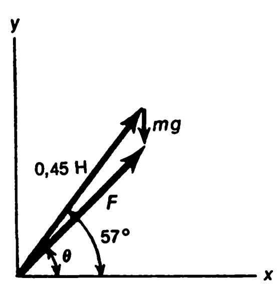
Тогда

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(0{,}25\ \text{Н})^2 + (0{,}35\ \text{Н})^2} =$$

$$= 0{,}43\ \text{Н}.$$



а



б

Рис. 4.12. *а* – иллюстрация к полету саранчи (пример 4.5); *б* – диаграмма сил.

Чтобы найти угол θ, учтем, что

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{F \sin\theta}{F \cos\theta} = \operatorname{tg}\theta.$$

Подставляя значения F_y и F_x, находим $\operatorname{tg}\theta = (0{,}35\ \text{Н})/(0{,}25\ \text{Н}) = 1{,}40$, откуда $\theta = 54^\circ$. Величина результирующей силы, действующей на саранчу, равна 0,43 Н, а угол, под которым она направлена (угол «взлета»), равен 54°.

б) Ускорение, приводящее к «взлету», равно

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0{,}43\ \text{Н}}{0{,}0030\ \text{кг}} = 143\ \text{м/с}^2.$$

в) Тело саранчи разгоняется на расстоянии 0,040 м с ускорением 143 м/с². Следовательно, скорость ее к концу этого периода (в точке, где ноги саранчи оторвутся от земли и она полетит) будет равна

$$v^2 = v_0^2 + 2aD =$$

$$= 0 + (2)(143\ \text{м/с}^2)(0{,}040\ \text{м}) \approx 11\ \text{м}^2/\text{с}^2,$$

$$v = 3{,}4\ \text{м/с};$$

здесь мы использовали выражение (2.9в), в котором $x - x_0$ заменили на D – расстояние, пройденное в направлении разгона.

г) В этой части задачи мы имеем дело с баллистическим движением. Предположим, что сопротивлением воздуха можно пренебречь (ниже мы увидим, что это предположение не вполне корректно). Саранча отрывается от земли под углом 54° со скоростью 3,4 м/с. Вычисления будем проводить в том же порядке, что и в примере 3.7. Найдем сначала время, необходимое для прохождения всего расстояния (считая, что полет происходит над уровнем земли):

$$y = v_{y0}\, t - (1/2) g t^2,$$

$$0 = (3{,}4\ \text{м/с})(\sin 54^\circ)\, t - (1/2)(9{,}8\ \text{м/с}^2)\, t^2,$$

$$t = \frac{2{,}8\ \text{м/с}}{4{,}9\ \text{м/с}^2} = 0{,}57\ \text{с}.$$

Затем найдем расстояние $x = v_{x0}\, t = (v_0 \cos 54^\circ)\, t = (3{,}4\ \text{м/с})(0{,}59)(0{,}57\ \text{с}) = 1{,}1$ м. В действительности так далеко саранча прыгнуть не может (по крайней мере, если она не пользуется крыльями, что и предполагалось в задаче). При движении такого легкого тела сопротивление воздуха будет весьма значительным. Оно и сократит полученную величину по крайней мере в три раза; при этом реальная траектория полета не будет параболической.

4.9. Силы трения и движение по наклонной плоскости

До сих пор мы пренебрегали трением, однако в большинстве практических случаев его приходится учитывать. Трение возникает между двумя поверхностями твердых тел, поскольку даже самая гладкая на вид поверхность в микроскопических масштабах является сильно шероховатой. Даже когда тело катится по поверхности, все же имеется некоторое трение, называемое *трением качения*; это трение, как правило, значительно меньше того, что возникает при скольжении одного тела по поверхности другого. В этом разделе мы в основном будем рассматривать трение *скольжения*, которое иногда называется кинетическим трением (кинетический по-гречески означает «движущийся»).

Когда тело движется, сила трения скольжения действует всегда в направлении, противоположном направлению движения. Величина этой силы зависит от свойств двух скользящих поверхностей. Для данной поверхности она пропорциональна действующей между двумя поверхностями *нормальной силе*, которая представляет собой силу воздействия одного тела на другое, перпендикулярную их общей поверхности контакта[1]. Она не зависит сколько-нибудь заметно от полной площади поверхности контакта. Так, сила трения, действующая на кирпич, будет одной и той же независимо от того, скользит ли он своей плоской частью или ребром. Вводя коэффициент пропорциональности μ_k, пропорциональную зависимость можно записать в виде

$$F_{тр} = \mu_k F_N \qquad \text{[трение скольжения]}.$$

Это приближенное, но достаточно точное и полезное соотношение. Оно не является законом, а представляет собой взаимосвязь между величиной силы трения $F_{тр}$, которая действует параллельно поверхности контакта, и величиной нормальной силы F_N, действующей перпендикулярно этой поверхности. Это соотношение не является векторным, так как две силы перпендикулярны друг другу. Множитель μ_k называется *коэффициентом трения скольжения*; он зависит от вида скользящих поверхностей. В табл. 4.1 приведены значения измеренных на опыте

[1] Заметим, что как нормальная сила, так и сила трения являются силами воздействия одной поверхности на другую. Одна из них перпендикулярна поверхности контакта, другая параллельна ей.

Таблица 4.1. Коэффициенты трения*

Поверхности	Коэффициент трения покоя μ_s	Коэффициент трения скольжения μ_k
Дерево по дереву	0,4	0,2
Дерево (просмоленное) по влажному снегу	0,14	0,1
Лед по льду	0,1	0,03
Металл по металлу (со смазкой)	0,15	0,07
Сталь по стали (без смазки)	0,6	0,3
Резина по твердому телу	1–4	1
Смазанные шарикоподшипники	< 0,01	< 0,01
Соединения в суставах человека	0,01	0,01

* Представленные здесь значения приблизительные и приводятся лишь для ориентировки.

коэффициентов трения скольжения для различных поверхностей. Однако эти значения весьма приближенны, так как μ зависит от того, сухие эти поверхности или влажные, насколько они зачищены или отполированы, остались ли на них какие-нибудь неровности и т. п.

Выше мы рассматривали *трение скольжения*, возникающее при движении одного тела по поверхности другого. Есть также трение покоя, которое характеризует силу сопротивления при любых попытках сдвинуть тело. Предположим, что тело, например стол, покоится на горизонтальном полу. Когда на стол в горизонтальном направлении никакого действия не оказывают, отсутствует и сила трения. Предположим теперь, что вы пытаетесь сдвинуть стол, но он не двигается. Раз вы прилагаете горизонтальную силу, а стол не двигается, то должна существовать другая действующая на стол сила, препятствующая его движению ($F_{\text{равн}} = 0$). Это сила *трения покоя*, действующая на стол со стороны пола. Если вы толкаете стол с еще большей силой, а он так и не сдвинулся, то это означает, что сила трения покоя также увеличилась. Наконец, вы приложили достаточно большое усилие, и стол сдвинулся. В это время приложенная вами сила стала больше максимальной силы трения покоя, определяемой выражением $F_{\text{тр}} = \mu_s F_N$, где μ_s – *коэффициент трения покоя* (табл. 4.1). Поскольку сила трения покоя изменяется от нуля до этого максимального значения, можно написать

$$F_{\text{тр}} \leqslant \mu_s F_N \qquad \text{[трение покоя].}$$

Возможно, вы замечали, что зачастую легче поддерживать состояние движения тяжелого тела, чем впервые сдвинуть его с места. В этом наблюдении отражается тот факт, что μ_s почти всегда превосходит μ_k (и уж во всяком случае никогда не может быть меньше).

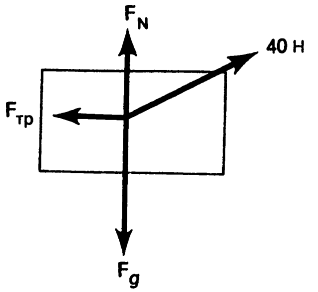


Рис. 4.13. Диаграмма сил, действующих в примере 4.6.

Пример 4.6. Вычислите вновь ускорение груза в примере 4.4, считая, что коэффициент трения скольжения равен 0,30. Соответствующая диаграмма сил показана на рис. 4.13.

Решение. Сила трения скольжения всегда направлена противоположно направлению движения, параллельно поверхности контакта двух тел. Расчет для движения вдоль оси y проводится в этом случае так же, как и в примере 4.4. Следовательно, нормальная сила, с которой пол действует вверх на груз, по-прежнему равна 78 Н. В уравнении движения для составляющей вдоль оси x появится новое слагаемое – сила трения, равная $\mu_k F_N = 0{,}30 \cdot (78\ \text{Н}) = 23\ \text{Н}$. Таким образом,

$$ma_x = F_x - \mu_k F_N = 35\ \text{Н} - 23\ \text{Н} = 12\ \text{Н},$$

$$a_x = \frac{12\ \text{Н}}{10\ \text{кг}} = 1{,}2\ \text{м/с}^2.$$

Пример 4.7. Два тела, изображенные на рис. 4.14, *а*, соединены веревкой, проходящей через блок. Коэффициент трения скольжения между телом I и столом равен 0,20. (Мы пренебрегаем массами веревки и блока, а также любым трением в блоке.) Требуется найти ускорение системы, которое для обоих тел будет одинаковым (в предположении, что веревка не растягивается).

Решение. Все силы, действующие на каждое из тел, показаны на диаграммах рис. 4.14, *б* и *в*. Тело I по вертикали не перемещается, так что нормальная сила полностью уравновешивает силу тяжести $F_N = m_I g = (5{,}0\ \text{кг})(9{,}8\ \text{м/с}^2) = 49\ \text{Н}$. В горизонтальном направлении на тело I действуют две силы: F_R – натяжение веревки (значения которого мы не знаем) и сила трения скольжения $\mu_k F_N = (0{,}20)(49\ \text{Н}) = 9{,}8\ \text{Н}$. Требуется найти ускорение в горизонтальном направлении. Используя второй закон Ньютона, имеем

$$F_R - F_{тр} = m_I a.$$

Рассмотрим теперь тело II. Сила тяжести $F_g = m_{II} g = 19{,}6\ \text{Н}$ прижимает его вниз, а веревка тянет его верх с силой F_R, равной натяжению веревки. Точно с такой же силой веревка действует на тело I, поскольку, согласно третьему закону Ньютона, когда веревка тянет тело I с силой F_R, тело I тоже тянет веревку с силой F_R; эта сила F_R передается вдоль веревки целиком телу II точно так же, как если бы кто-то тянул за ее конец[1]. Теперь для

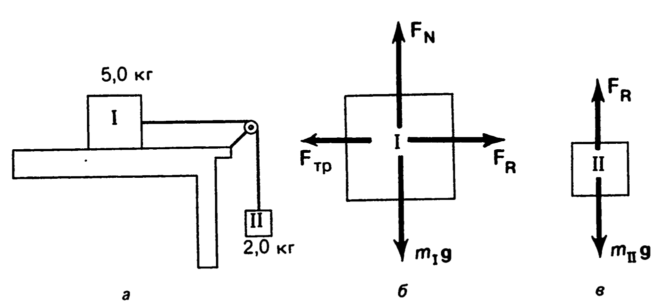


Рис. 4.14. Пример 4.7.

[1] Это утверждение в точности справедливо только в том случае, когда блок не имеет массы и в нем отсутствует трение (что и предполагается здесь); см. рассуждения в конце примера.

тела II можно записать второй закон Ньютона:

$$m_{II}g - F_R = m_{II}a.$$

Здесь имеются две неизвестные величины: a и F_R, но у нас уже есть два уравнения. Решим первое из них относительно F_R:

$$F_R = F_{тр} + m_I a$$

и подставим полученное значение во второе уравнение:

$$m_{II}g - F_{тр} - m_I a = m_{II}a.$$

Найдем отсюда a и подставим численные значения:

$$a = \frac{m_{II}g - F_{тр}}{m_I + m_{II}} = \frac{19{,}6\ \text{Н} - 9{,}8\ \text{Н}}{5{,}0\ \text{кг} + 2{,}0\ \text{кг}} = 1{,}4\ \text{м/с}^2.$$

При желании можно вычислить F_R, используя первое уравнение:

$$F_R = F_{тр} + m_I a = 9{,}8\ \text{Н} + (5{,}0\ \text{кг})(1{,}4\ \text{м/с}^2) = 17\ \text{Н}.$$

Если бы у веревки была масса (обозначим ее m_R), которой нельзя было бы пренебречь, то силы, действующие на обоих концах веревки, не были бы одинаковыми. Веревка тянула бы тело I с силой F_{RI}, отличающейся от силы F_{RII}, с которой веревка действовала бы на тело II. По третьему закону Ньютона тело II действует на веревку с силой F_{RII}, а тело I – с силой F_{RI}. Действующая на веревку результирующая сила (веревку при этом можно считать «самостоятельным» телом) равна $F_{RII} - F_{RI}$, что должно быть численно равно массе веревки, умноженной на ее ускорение:

$$F_{RII} - F_{RI} = m_R a.$$

Записанные нами исходные два уравнения принимают вид

$$F_{RI} - F_{тр} = m_I a, \qquad m_{II} - F_{RII} = m_{II}a.$$

Таким образом, мы имеем теперь систему трех уравнений с тремя неизвестными (a, F_{RI} и F_{RII}), которую можно решить.

Рассмотрим теперь некоторые примеры движения тел по наклонной плоскости, например движение вверх по склону холма или под уклон. Такие ситуации встречаются довольно часто и интересны тем, что, хотя ускорение создается в них действием силы тяжести, направление вектора ускорения отличается от вертикального.

Пример 4.8. Лыжник, изображенный на рис. 4.15, *а*, начал спуск по склону, имеющему угол 30°. Считая, что коэффициент трения скольжения равен 0,10, вычислите а) ускорение лыжника и б) скорость, которую он приобретет через 6,0 с.

Решение. а) На рис. 4.15, *б* приведена диаграмма всех сил, действующих на лыжника: направленная вниз сила тяжести ($\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$) и две силы, обусловленные действием снега на лыжи,– нормальная сила, перпендикулярная поверхности снега, и сила трения, параллельная поверхности. Для удобства мы выбрали ось x параллельной склону с положительным направлением вниз, а ось y перпендикулярной поверхности склона. Таким образом, на составляющие следует разложить только один вектор – силу тяжести. На рис. 4.15, *в* эти составляющие показаны штриховыми линиями; их величины равны соответственно

$$F_{gx} = mg\sin\theta, \qquad F_{gy} = mg\cos\theta$$

(обратите внимание, какой именно угол обозначен через θ, и учтите замечание на рис. 4.15, *в*). Применим сначала второй закон Ньютона к силам, действующим в направлении оси y:

$$F_N - mg\cos\theta = ma_y = 0.$$

F_N равна нулю, поскольку по оси y движение отсутствует. Таким образом,

$$F_N = mg\cos\theta.$$

В направлении оси x из второго закона Ньютона $F_x = ma_x$ имеем

$$mg\sin\theta - \mu_k F_N = ma_x,$$

$$mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma_x.$$

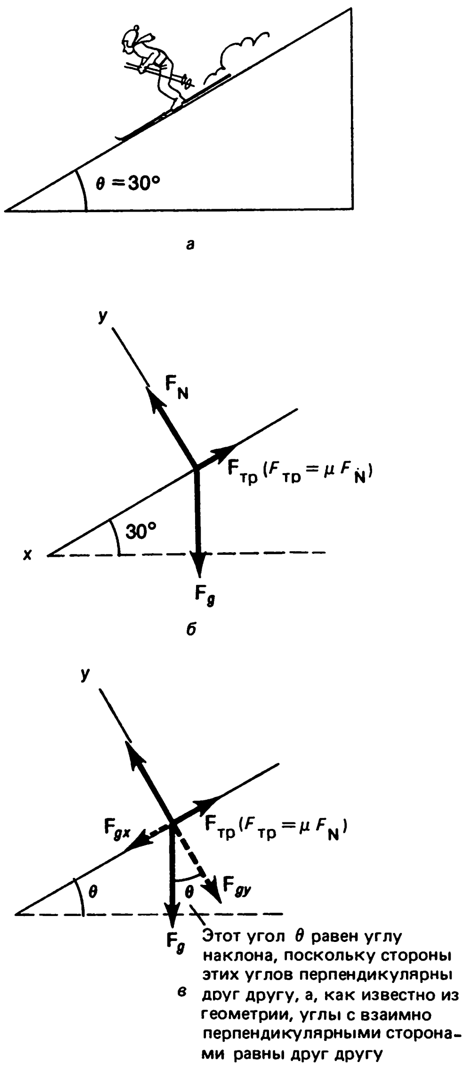


Рис. 4.15. Пример 4.8.

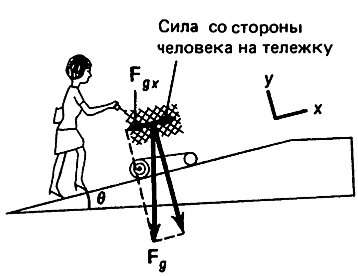


Рис. 4.16. Пример 4.10.

В последнем выражении в каждый член входит масса m, которую можно сократить. Тогда имеем

$$a_x = g \sin 30° - \mu_k g \cos 30° =$$

$$= [0{,}50 - (0{,}10)(0{,}866)]\, g =$$

$$= 0{,}41\, g.$$

Найденное ускорение составляет 0,41 ускорения свободного падения, и, следовательно, $a = (0{,}41)(9{,}8\ \text{м/с}^2) = 4{,}0\ \text{м/с}^2$. Мы получили интересный результат: масса сократилась, и, таким образом, ускорение не зависит от массы. То, что иногда происходит такое сокращение и расчет упрощается, является неоспоримым преимуществом, когда мы решаем задачу с помощью алгебраических выражений и подставляем числовые значения только в конце расчета.

б) Скорость через 6,0 с движения получаем, используя выражение (2.9а):

$$v = v_0 + at = 0 + (4{,}0\ \text{м/с}^2)(6{,}0\ \text{с}) = 24\ \text{м/с},$$

где мы предположили, что лыжник стартовал из состояния покоя.

Пример 4.9. В этом примере мы опять рассмотрим спускающегося с холма лыжника. Однако на этот раз коэффициент трения скольжения между лыжами и снегом нам неизвестен – именно его и нужно определить.

Решение. Решить эту задачу можно, если рассмотреть спуск лыжника по склонам с различными уклонами и выяснить, при каком уклоне он будет катиться с постоянной скоростью. Уравнения второго закона Ньютона для x- и y-составляющих сил и ускорений будут теми же, что в примере 4.8, только теперь $a_x = 0$, а угол θ не обязательно равен 30°. Таким образом,

$$F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0,$$

$$mg \sin \theta - \mu_k F_N = ma_x = 0.$$

Из первого уравнения имеем $F_N = mg \cos \theta$; подставляя это выражение во второе уравнение, находим

$$mg \sin \theta - \mu_k (mg \cos \theta) = 0.$$

Решим его относительно μ_k:

$$\mu_k = \frac{mg\sin\theta}{mg\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \mathrm{tg}\,\theta;$$

здесь θ – угол, при котором лыжник скатывается с постоянной скоростью. Например, если скорость лыжника постоянна при $\theta = 5°$, то $\mu_k = \mathrm{tg}\,5° = 0{,}09$.

Пример 4.10. Пусть в универсаме различные секции связаны между собой наклонными переходами. Покупатели должны толкать тележки по таким наклонным переходам, и, очевидно, желательно, чтобы это не было слишком тяжело для них. Собранная статистика показала, что если необходимое усилие не превышает 20 Н, то почти никто из покупателей не жалуется. Если пренебречь трением, то какой должен быть максимальный угол наклона для таких переходов, при котором толкать полную тележку массой 20 кг нетрудно?

Решение. Как показано на рис. 4.16, сила, толкающая тележку вверх по наклонной плоскости, должна уравновешивать x-составляющую силы тяжести, действующей на тележку. В случае, когда максимально допустимая сила равна 20 Н, мы имеем

$$F_{gx} = F_g \sin\theta = 20\ \text{Н}.$$

Поскольку $F_g = mg = (20\ \text{кг})(9{,}8\ \text{м/с}^2) = 200\ \text{Н}$, имеем $\sin\theta = 20/200 = 0{,}10$; следовательно, $\theta = 5{,}7°$. В практических случаях мы должны учитывать трение, особенно трение в колесах старых тележек, и для определения допустимого наклона, по-видимому, нужно ставить опыты.

Трение может оказывать вредное влияние. Оно тормозит движущиеся тела, а также вызывает нагревание и износ движущихся частей механизмов. Для уменьшения трения можно использовать различные смазки (например, масло). Более эффективно уменьшить трение между двумя поверхностями удается за счет помещения между ними слоя воздуха или другого газа. К устройствам, в которых используется этот эффект, в большинстве случаев не находящий практического применения, относятся суда и платформы на воздушной подушке (или соответствующие игрушки). В таких устройствах воздушная прослойка создается продуванием воздуха через множество мелких отверстий. Другой способ создания воздушной прослойки основан на использовании магнитного поля для поддержания тел в воздухе[1]. Этот метод находит применение в некоторых транспортных средствах. Однако трение может приносить и пользу. Наша способность ходить основывается на трении между подошвами обуви (или ступнями ног) и землей. (Какой вид трения существен при ходьбе: трение скольжения или трение покоя?) Движение автомобиля, а также его устойчивость зависят от трения. На льду, когда трение невелико, безопасная ходьба или езда на автомобиле становятся затруднительными.

[1] Так называемая левитация.– *Прим. ред.*

4.10. Рекомендации по решению задач

За исключением простейших случаев, решение задач не всегда осуществимо при помощи стандартных процедур. Напротив, во многих случаях требуется творческий подход, так как каждая задача индивидуальна. Тем не менее можно предложить общий подход, который окажет вам некоторую помощь при решении задач.

1. Внимательно прочитайте условие задачи. Распространенная ошибка заключается в том, что при чтении теряется слово или два, а это может полностью изменить смысл задачи.
2. Постройте рисунок или диаграмму описанной в задаче ситуации. (Это, возможно, наиболее существенная, хотя и наименее тщательно выполняемая часть решения задачи.) Для изображения векторов скоростей и сил пользуйтесь стрелками. Для различных видов векторов стройте отдельные диаграммы, например одну – для сил, а другую – для скоростей, если в задаче имеются оба типа векторов. Убедитесь в том, что учтены все силы, действующие на данное тело, и уясните, какие именно силы действуют и на какое тело (иначе можно допустить ошибку в определении действующей на данное тело *результирующей силы*).
3. Выясните, что в данной задаче требуется найти, т. е. какие величины являются неизвестными.
4. Установите, что́ вам нужно для нахождения неизвестных величин. а) Может оказаться полезным наличие одного или более соотношений (или уравнений), которые связывают неизвестные величины с известными, но необходимо убедиться в том, что данное соотношение (соотношения) применимо в рассматриваемом случае. Помните о формулах, которые не имеют общего характера, а применимы лишь в конкретных частных случаях. (Поэтому не рекомендуется просто пролистывать главу в поисках подходящего уравнения.) Очень важно знать пределы применимости любого выражения или уравнения, т. е. когда оно правомерно, а когда нет. В настоящей книге наиболее общим выражениям присвоены номера, но даже эти выражения могут обладать ограниченным диапазоном применимости. Выражения без номеров, как правило, справедливы только в весьма частных случаях. б) Полезно также установить, какая информация для решения данной задачи или в рассматриваемой ситуации существенна, а какая не существенна.
5. Решите задачу, используя как алгебраические преобразования, так и (или) численные расчеты. Убедитесь при этом в соблюдении правильной размерности – это может служить критерием правильности решения.
6. В заключение поставьте перед собой вопрос: «*Разумен ли ответ*?» Используйте здесь ваш здравый смысл. Полезно также произвести *оценку порядка величин*; способ такой оценки описан в разд. 1.7. Это помимо всего прочего поможет избежать ошибок в определении места запятой при записи ответа в десятичных дробях. При решении отдельных задач может помочь также и анализ размерностей, описанный в разд. 1.6.

Заключение

Три закона движения Ньютона являются фундаментальными классическими законами, описывающими движение. *Первый закон* Ньютона говорит о том, что если равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю, то тело, находящееся первоначально в состоянии покоя, остается покоящимся, а движущееся тело продолжает двигаться по прямой с постоянной скоростью. Стремление тела сопротивляться изменениям своего движения называется *инертностью*. *Масса* является мерой инертности тела. *Сила тяжести*, действующая на тело, равна произведению массы тела на ускорение свободного падения g ($F_g = mg$).

Второй закон Ньютона утверждает, что ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей всех приложенных к телу сил и обратно пропорционально массе тела, что записывается как

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}.$$

Второй закон Ньютона является одним из наиболее важных и фундаментальных законов классической физики. *Сила* – величина векторная, и ее можно рассматривать как толчок или натяжение. С помощью второго закона Ньютона силу можно определить как воздействие на тело, способное вызвать его ускорение. *Равнодействующая* (результирующая) всех приложенных к телу сил равна векторной сумме этих сил.

Третий закон Ньютона гласит, что если одно тело действует с некоторой силой на другое, то второе тело всегда действует на первое с силой, равной по величине первой силе и противоположной ей по направлению.

При выполнении расчетов необходимо пользоваться соответствующей системой единиц измерения; в настоящее время применяют главным образом систему единиц СИ.

В случае когда одно тело скользит по другому, силу трения, с которой каждое тело действует на другое, можно приближенно записать в виде $F_{тр} = \mu F_N$, где F_N – нормальная сила (эта сила, с которой каждое тело действует на другое, перпендикулярна поверхности их контакта), а μ – коэффициент трения скольжения (если происходит относительное движение тел). В случае когда тела покоятся относительно друг друга, μ представляет собой коэффициент трения покоя, а $F_{тр}$ – максимальную силу трения непосредственно перед началом движения.

Вопросы

1. Сравните силы, необходимые для подъема тела массой 10 кг на Луне и на Земле. С какой силой нужно запустить тело массой 2 кг, чтобы оно двигалось в горизонтальном направлении на Луне? на Земле?

2. Камень подвешен к потолку на тонкой нити так, что остаток ее свешивается ниже камня. Если человек дернет за свешивающуюся нить, то в каком месте она порвется – ниже камня или выше его? Что произойдет, если человек приложит к нити медленно нарастающее усилие? Поясните ваши ответы.

3. Почему ребенок в коляске откидывается назад, когда вы резко толкаете ее?

4. При автомобильных авариях иногда у водителя бывает сотрясение мозга; это имеет место, когда пострадавший автомобиль испытывает сильный толчок сзади. Объясните, почему кажется, что при этом голова жертвы откидывается назад. Реально ли это?

5. Если мяч для игры в гольф бросить на тротуар, он подпрыгнет вверх. а) Требуется ли приложить усилие, чтобы заставить мяч подпрыгнуть вверх? б) Если да, то со стороны какого тела эта сила действует?

6. С точки зрения первого и второго законов Ньютона рассмотрите движение вашей ноги во время выполнения одного шага при прогулке.

7. Когда у человека на руке или на ноге наложен гипс, он испытывает сильную усталость. Объясните это на основании первого и второго законов Ньютона.

8. Если ускорение тела равно нулю, то означает ли это, что на него не действует ни одна сила?

9. На тело действует одна-единственная сила. Может ли ускорение тела равняться нулю? Может ли тело иметь скорость, равную нулю?

10. Почему в начале движения вы сильнее нажимаете на педаль велосипеда, чем при движении с постоянной скоростью?

11. Каковы ваша масса (в килограммах) и вес (в ньютонах)?

12. Должна ли действовать на тело какая-либо сила, чтобы оно двигалось по криволинейной траектории? Рассмотрите случаи а) постоянной скорости; б) переменной скорости.

13. Если вы бежите и хотите сразу же остановиться, то вы должны быстро затормозиться. а) Откуда берется сила, которая приводит к вашему торможению? б) Оцените (основываясь на вашем житейском опыте) максимальное

тормозящее ускорение человека, бегущего с большой скоростью и внезапно останавливающегося.

14. Одна лошадь сказала себе: «Бесполезно тащить телегу. С каким бы усилием я ее ни тянула, она все равно будет тянуть меня назад с точно такой же силой. Поэтому я никогда не смогу сдвинуть ее». Объясните, в чем ошибка в рассуждениях лошади. Вам поможет диаграмма, изображающая все участвующие в данном процессе силы.

15. Почему, когда вы идете по плывущему по воде бревну, оно движется в противоположном направлении?

16. Почему при ударе по футбольному мячу вашей ноге бывает больно?

17. С какой силой действует на вас земля, когда вы стоите на ней неподвижно? Почему эта сила не подбрасывает вас в воздух?

18. Сила тяжести, действующая на камень массой 2 кг, в два раза больше, чем сила тяжести, действующая на камень массой 1 кг. Почему же более тяжелый камень не падает быстрее?

19. Чтобы держать сумку с продуктами, человек прикладывает силу величиной 40 Н, направленную вверх. Опишите силу «реакции» (третий закон Ньютона), указав а) ее величину; б) ее направление; в) от какого тела исходит; г) на какое тело действует эта сила.

20. Согласно третьему закону Ньютона, при перетягивании каната каждая команда действует на соперника с равной силой. Чем же тогда определяется, какая команда победит?

21. Может ли коэффициент трения превышать 1,0?

22. Предложите метод измерения коэффициента трения с помощью наклонной плоскости.

Задачи

Раздел 4.4

1. (I) Какое натяжение должен испытывать трос, при помощи которого автомобиль массой 1500 кг разгоняют с ускорением 0,650 м/с^2? Трением пренебрегите.

2. (I) Какая сила необходима для того, чтобы за 5,0 с остановить автомобиль массой 1000 кг, движущийся со скоростью 90 км/ч?

3. (I) Согласно упрощенной модели сердца млекопитающего, при каждом сокращении около 20 г крови ускоряется от скорости 0,25 м/с до скорости 0,35 м/с за время 0,10 с. Какова при этом величина силы, развиваемой сердечной мышцей?

4. (I) Ускорение тела равно 8,8 м/с^2. На него действует результирующая сила величиной 30,8 Н. Какова масса тела?

5. (I) Какая сила нужна, чтобы тело массой 4,0 г приобрело ускорение 10 000g (например, в центрифуге)?

6. (II) Паук массой 0,085 г спускается по нити паутины, которая поддерживает паука с силой $4{,}8 \cdot 10^{-4}$ Н. Каково ускорение паука? Сопротивлением воздуха пренебрегите.

7. (II) При автомобильной катастрофе человек имеет реальные шансы выжить, если величина тормозящего ускорения не превышает 30g. Вычислите силу, которая действует на человека массой 70 кг и создает такое ускорение. Какое расстояние при этом проходит автомобиль до полной остановки, если его скорость была 80 км/ч?

8. (II) Бейсбольный мяч массой 0,145 кг летит со скоростью 35,0 м/с и ударяется о рукавицу принимающего мяч игрока; при этом мяч полностью останавливается и затем отскакивает назад на 11,0 см. Определите среднюю силу, с которой мяч действует на рукавицу.

9. (II) Определите среднюю силу, которую спортсмен прикладывает к ядру массой 7,0 кг, если ядро ускоряется на пути длиной 2,9 м, а сообщенная ему начальная скорость была равна 13 м/с.

10. (II) Лифт (масса 4750 кг) устроен таким образом, что его максимальное ускорение равно 0,0650g. Определите максимальную и минимальную силы, с которыми мотор должен действовать на удерживающий лифт трос.

11. (II) Чтобы избежать наказания, ребенок массой 38 кг хочет спуститься из окна третьего этажа. К сожалению, самодельная веревка, сделанная из лоскутков, может выдержать массу только 31 кг. Каким образом должен ребенок использовать такую «веревку» для побега? Дайте количественный ответ.

12. (II) Каково ускорение падающего свободно парашютиста (без парашюта) массой 60 кг, если сила сопротивления воздуха равна 250 Н?

13. (II) Человек прыгает с башни высотой 4,7 м. При ударе о землю он сгибает колени и его тело тормозится на пути, приблизительно равном 0,70 м. Если масса туловища человека (без массы ног) равна 48 кг, то каковы а) скорость человека перед тем, как его ноги коснутся земли; б) сила, с которой ноги человека действуют на туловище при торможении?

14. (II) При исключительно высоком прыжке с места человек может взлететь на высоту 0,80 м над землей. С какой силой человек массой 75 кг должен действовать на землю, чтобы выполнить такой прыжок? Считайте, что перед прыжком человек опустился (присел) на 0,20 м.

15. (II) С вершины падающей Пизанской башни высотой 55 м брошен кошелек массой 3,0 кг, который достиг земли при скорости 29 м/с.

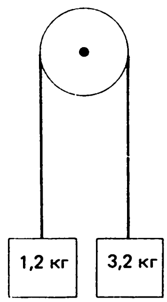


Рис. 4.17.

Чему равна средняя сила сопротивления воздуха?

16. Бейсбольный мяч массой 0,14 кг отрывается от биты, имея скорость 80 м/с. Время контакта с битой приблизительно равно $5{,}0 \times \times 10^{-4}$ с. С какой силой (считается, что она постоянна) бита действует на мяч? Достаточно ли этой силы, чтобы поднять человека средней массы?

Раздел 4.7

17. (I) Какова величина силы тяжести, действующей на космонавта массой 75 кг а) на Земле; б) на Луне ($g = 1{,}7$ м/с^2); в) на Венере ($g = 8{,}7$ м/с^2); г) при его движении с постоянной скоростью в космическом пространстве?

Раздел 4.8

18. (I) Сила величиной 500 Н действует в северо-западном направлении. В каком направлении нужно приложить вторую силу тоже величиной 500 Н, чтобы равнодействующая двух сил была направлена на запад?

19. (II) Человек толкает газонокосилку с постоянной силой 90 Н, направленной вдоль ручки, расположенной под углом 30° к горизонтали. Косилка движется с постоянной скоростью. Вычислите а) горизонтальную силу сопротивления движению косилки (ее масса равна 18 кг); б) нормальную силу; в) силу, которую человек должен приложить к газонокосилке, чтобы разогнать ее из состояния покоя до скорости 4,0 км/ч за 2,5 с.

20. (II) Лучшие спринтеры могут пробежать стометровку за 10,0 с. а) Какова горизонтальная составляющая силы, с которой спринтер массой 75 кг действует на землю в процессе ускорения (мы предполагаем, что спортсмен ускоряется равномерно на первых 10,0 м дистанции)? б) Какова средняя скорость спринтера на остальных 90 м дистанции?

21. (II) Устройство, показанное на рис. 4.17, в котором две массы поддерживаются блоком, называется *машиной Атвуда*. Считая, что блок не обладает ни массой, ни трением, вычислите а) ускорение системы; б) натяжение нити.

22. (II) В момент начала забега спринтер массой 60 кг толкает стартовую колодку с силой 950 Н, направленной под углом 20° относительно земли. а) Каково горизонтальное ускорение спринтера? б) С какой скоростью спринтер оторвется от колодки, если сила действовала в течение 0,32 с?

23. (II) Бадья с краской, на которую действует сила тяжести 20 Н, подвешена на веревке, не имеющей массы, под другой бадьей (под ее дном), на которую действует сила тяжести 20 Н. Обе бадьи поднимаются вверх с помощью не имеющей массы веревки, прикрепленной к верхней бадье, с ускорением 1,5 м/с^2. Вычислите натяжение каждой веревки.

24. (II) Вертолет массой 5000 кг, поднимая автомобиль массой 1500 кг, движется вверх с ускорением 0,55 м/с^2. а) Чему равна подъемная сила, действующая со стороны воздуха на пропеллер вертолета? б) Каково натяжение троса, (пренебрегите его массой), соединяющего автомобиль с вертолетом?

25. (III) Каждый из двух грузов, показанных на рис. 4.17, первоначально находится на высоте 1,60 м над землей, а блок – на высоте 4,8 м над землей. Какой наибольшей высоты достигнет самый легкий груз после того, как системе дадут возможность двигаться свободно?

26. (III) Локомотив тянет за собой поезд, состоящий из двух вагонов одинаковой массы. Покажите, что при любом не равном нулю ускорении поезда натяжение в сцепке между локомотивом и первым вагоном будет в два раза больше, чем между первым и вторым вагонами.

27. (III) Тяжелый стальной трос длиной L и массой M проходит через небольшой блок, не имеющий ни массы, ни трения в оси. а) Если y – длина троса по одну сторону блока (т.е. с другой стороны блока свешивается часть троса длиной $L-y$), то каким будет ускорение троса в зависимости от y? б) Считая, что трос начинает движение из состояния покоя, когда по одну сторону блока свешивается его часть длиной y_0, найдите скорость v_f троса в момент, когда он целиком пройдет через блок и упадет с него. в) Вычислите v_f при $y_0 = (2/3)\ L$.

28. (III) К потолку кабины транспортного средства (поезда, автомобиля, самолета) подвешен на пружине груз массой m. Это устройство можно использовать для измерения ускорения. а) Выведите соотношение между ускорением a транспортного средства и углом θ, который пружина составляет с вертикалью. Считайте, что движение происходит вблизи поверхности земли. б) Какой была начальная скорость автомобиля, если он полностью затормозился за 5,5 с и был измерен угол $\theta = 18°$?

Раздел 4.9

29. (I) Для передвижения ящика массой 40 кг по бетонному полу требуется сила 270 Н. Чему равен коэффициент трения покоя между коробкой и полом?

30. (I) Какая сила требуется для передвижения с постоянной скоростью корзины массой 35 кг по полу, если коэффициент трения скольжения между корзиной и полом $\mu_k = 0{,}41$? Какой должна быть сила, если $\mu_k = 0$?

31. (II) Ящик массой 8,0 кг на наклонной плоскости с углом наклона 30° движется с ускорением 0,30 м/с^2. Найдите силу трения, препятствующую этому движению. Чему равен коэффициент трения?

32. (II) Предположим, что вы стоите в вагоне поезда, движущегося с ускорением $0{,}42g$. Каким должен быть минимальный коэффициент трения между вашими подошвами и полом, чтобы вы не скользили?

33. (II) На горизонтальной дороге автомобиль без «заноса» может тормозиться с ускорением –5,80 м/с^2. Чему будет равно его тормозящее ускорение, если дорога идет под углом 12° в гору? Считайте, что сила трения не меняется.

34. (II) С каким максимальным ускорением может двигаться автомобиль, если коэффициент трения покоя между шинами и покрытием дороги равен 0,55?

35. (II) Какую массу должно иметь тело I на рис. 4.14, чтобы никакого движения не происходило? Считайте, что $\mu_s = 0{,}20$.

36. (II) Мокрый кусок мыла свободно скользит по желобу длиной 12 м, имеющему наклон 8,8°. Сколько времени потребуется ему, чтобы достигнуть самого низа? Трением пренебрегите.

37. (II) Ящик толкнули таким образом, что он начал скользить по полу. Как далеко продвинется ящик, если коэффициент трения скольжения равен 0,30, а при толчке ему была сообщена начальная скорость 3,0 м/с?

38. (II) Выведите формулу для ускорения системы, показанной на рис. 4.14, через m_{I}, m_{II} и массу веревки m_R. Выясните, какие еще нужны переменные.

39. (II) Велосипедист взбирается по крутому склону холма со скоростью 5,0 км/ч и достигает вершины. Затем он спускается по склону холма с углом наклона 45° и длиной 50 м. Чему будет равна скорость велосипедиста, когда он доберется до подножия холма? Трением пренебрегите.

40. (II) Автомобиль массой 1000 кг тянет трейлер массой 450 кг. Чтобы ускориться, автомобиль действует на землю силой в горизонтальном направлении, величина которой равна $3{,}5 \cdot 10^3$ Н. С какой силой автомобиль действует на трейлер? Считайте, что коэффициент трения равен 0,45.

41. (II) а) Покажите, что минимальный тормозной путь автомобиля, движущегося со скоростью v, равен $v^2/(2\mu g)$, где μ – коэффициент трения покоя между шинами и дорогой, а g – ускорение свободного падения. б) Найдите тормозной путь автомобиля массой 1500 кг, движущегося со скоростью 90 км/ч, если $\mu = 0{,}85$. в) Каким был бы тормозной путь автомобиля на Луне, если бы все остальные условия были прежними?

42. (II) Автомобиль начинает катиться с холма с наклоном 1/4 (1/4 означает, что на каждые 4 м пройденного пути изменение высоты составляет 1 м). Какая скорость будет у автомобиля, когда он достигнет подножия холма, после того как он проехал 50 м? Трением пренебрегите.

43. (II) Решите снова задачу 42, считая, что действующий коэффициент трения равен 0,10.

44. (II) Два контейнера, масса одного из которых равна 95 кг, а другого – 125 кг, стоят, соприкасаясь друг с другом, на горизонтальной поверхности. К контейнеру массой 95 кг прикладывают силу величиной 650 Н. Если коэффициент трения скольжения равен 0,25, то чему равны а) ускорение системы; б) сила, с которой каждый контейнер действует на соседний?

45. (II) Трактор везет на плоской платформе контейнер с тяжелым оборудованием массой 3200 кг. Коэффициент трения покоя между контейнером и платформой равен 0,55. Какое максимальное тормозящее ускорение может создать водитель трактора при остановке, чтобы избежать сползания контейнера?

46. (II) Велосипедист массой 70 кг (вместе с велосипедом) может катиться с холма, имеющего уклон 6,2°, с постоянной путевой скоростью 7,0 км/ч. Какую силу (в среднем) ему придется приложить, чтобы подниматься на холм с той же скоростью?

47. (II) Мотоциклист, движущийся с постоянной скоростью 12 м/с, въезжает на участок дороги, покрытой песком, где коэффициент трения скольжения равен 0,80. Проскочит ли он песчаный участок без переключения скоростей, если протяженность участка равна 15 м? Если да, то какова будет его скорость в конце участка?

48. (II) Инженер работает над перепланировкой

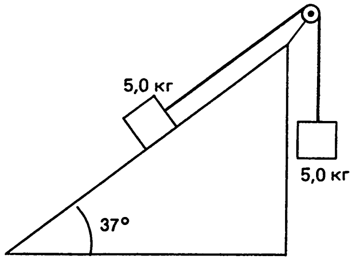


Рис. 4.18.

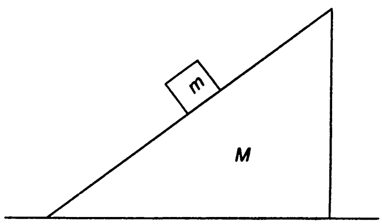


Рис. 4.19.

холмистого участка города. Важным является вопрос о том, какую крутизну должны иметь дороги, чтобы даже маломощные автомобили взбирались на холмы без потери скорости. Известно, что некоторый маломощный автомобиль, имеющий массу 1200 кг, при полной загрузке может на горизонтальной дороге ускоряться из состояния покоя до скорости 14 м/с (50 км/ч) за 7,2 с. Используя эти данные, вычислите максимально допустимую крутизну дороги.

49. (II) Чему равно ускорение системы на рис. 4.18, если коэффициент трения скольжения равен 0,10?

50. (III) Блок массой 4,0 кг положен на блок массой 12,0 кг, движущийся по горизонтальному столу с ускорением $a = 5{,}2$ м/с^2. а) Найдите минимальный коэффициент трения μ, при котором верхний блок не будет сползать. б) Если μ составляет лишь половину этого минимального значения, то чему будут равны ускорения верхнего блока относительно стола и относительно нижнего блока? в) Какую силу нужно приложить к блоку массой 12,0 кг в случаях «а» и «б», если нижний блок движется по столу без трения.

51. (III) Велосипедист может катиться с холма, имеющего наклон 4,5°, с постоянной скоростью 8,5 км/ч. Если сила трения (в нее входит и сопротивление воздуха) пропорциональна скорости v ($F_{тр} = cv$), то чему будут равны а) постоянная c; б) средняя сила, которую нужно прикладывать, чтобы спускаться с холма со скоростью 25 км/ч? Масса велосипедиста вместе с велосипедом равна 80 кг.

52. (III) Небольшой блок массой m покоится на наклонной грани треугольного блока массой M, который лежит на горизонтальном столе (рис. 4.19). а) Если все поверхности не имеют трения, то каким будет ускорение каждого блока? Считая, что движение начинается из состояния покоя, опишите это движение. б) Какую силу нужно прикладывать к блоку массой M, чтобы блок массой m не двигался относительно блока M (т.е. чтобы m не двигался по наклонной плоскости)?

53. (III) Если тело движется со скоростью v, которая не слишком велика, то сила сопротивления воздуха F_A, действующая на это тело, приблизительно пропорциональна v. Следовательно, можно записать $F_A = -kv$, где k – постоянная. а) Почему в этом соотношении стоит знак минус? б) Покажите, что для вертикально падающего тела второй закон Ньютона может быть записан следующим образом:

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv.$$

в) Покажите, что конечная скорость задается соотношением $v_t = mg/k$, и объясните, что означает термин «конечная скорость». г) Покажите, что скорость тела, начавшего падение из состояния покоя при $t = 0$, в произвольный момент времени t дается выражением

$$v = v_t(1 - e^{-kt/m}).$$

д) Постройте графики зависимости a от t, v от t и y от t в системе единиц СИ при $k = 0{,}30$ м и $m = 6{,}8$ кг. [*Подсказка* для п. "г" задачи: это можно показать либо интегрированием выражения из п. «б» после замены переменных: $\mu = mg/k - v$, либо подстановкой этого соотношения для v в уравнение, приведенное в п. «б» задачи.]

Задачи для решения с помощью программируемого микрокалькулятора (см. разд. 2.10):

*** 54.** (III) Сила сопротивления возду́ха, действующая на быстро падающее тело, записывается в виде $F = -kv^2$, так что второй закон Ньютона для такого тела принимает вид

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv^2;$$

при этом мы считаем, что положительным является направление вниз. Используя метод численного интегрирования, рассмотренный в разд. 2.10, оцените (с точностью до 2%) скорость и координату (при разбиении на промежутки по 1,0 с) до момента времени 15,0 с свободно падающего человека (парашютиста) массой 75 кг, начинающего движение из состояния покоя; считайте, что $k = 0{,}22$ кг/м. [*Подсказка*: вам очень поможет программируемый микрокалькулятор.] Покажите также, что в некоторый момент времени скорость тела становится постоянной (эта скорость называется *установившейся скоростью*), и объясните, почему это происходит.

* 55. (III) Предположим, что в момент времени $t = 0$, когда ракета массой 250 кг исчерпала свой запас топлива и приобрела скорость 120 м/с в вертикальном направлении, на нее начала действовать результирующая сила $F = -mg - kv^2$ ($k = 0{,}65$ кг/м). Вычислите v и y через промежутки времени 1,0 с при движении только вверх, а также наибольшую высоту, которой достигла ракета. Сравните результат с полетом в отсутствие сопротивления воздуха ($k = 0$).