12 Гидростатика и аэростатика (покоящиеся жидкости и газы)

Нам известны три обычных агрегатных состояния, или *фазы*, вещества: твердое, жидкое и газообразное, которые различаются следующим образом. *Твердое тело* сохраняет постоянными объем и форму; объем и форму твердого тела трудно изменить, даже прикладывая к нему значительную силу. *Жидкости* не противостоят напряжениям сдвига и не сохраняют определенной формы: они принимают форму сосуда, в котором находятся, но, как и твердые тела, жидкости практически не поддаются сжатию, и объем их можно изменить лишь с помощью очень большой силы. *Газы* не обладают ни определенной формой, ни определенным объемом: они полностью заполняют сосуды, в которые их заключают. Например, когда мы накачиваем автомобильную шину, воздух не собирается в нижней части камеры, как это случилось бы с жидкостью, а заполняет весь объем камеры. Не обладая определенной формой, жидкости и газы способны течь. Это общее свойство объединяет их.

Провести строгую грань между фазами не всегда просто. Куда, например, отнести сливочное масло? Кроме того, выделяют также и четвертое состояние, называемое *плазмой*. Плазма существует лишь при очень высоких температурах, когда атомы теряют часть своих электронов и превращаются в ионы. Некоторые ученые считают, что коллоидные растворы (взвесь мельчайших частиц в жидкости) должны быть выделены в отдельное агрегатное состояние. Однако здесь мы рассмотрим три основных агрегатных состояния вещества. В предшествующих главах мы изучали движение твердых тел (в частности, в гл. 11) и некоторые их физические свойства. В настоящей главе обсудим свойства покоящихся жидкостей и газов, а в следующей главе рассмотрим их свойства, когда они находятся в движении.

12.1. Плотность вещества

Иногда говорят, что железо «тяжелее» дерева. Это, разумеется, неверно; ведь большое бревно весит куда больше, чем железный гвоздь. Следовало бы сказать, что *плотность* железа больше плотности дерева.

Таблица 12.1. Плотности различных веществ*

Вещество	Плотность ρ, кг/м^3
Твердые тела	
Алюминий	$2{,}70\cdot 10^3$
Железо и сталь	$7{,}8\cdot 10^3$
Медь	$8{,}9\cdot 10^3$
Свинец	$11{,}3\cdot 10^3$
Золото	$19{,}3\cdot 10^3$
Бетон	$2{,}3\cdot 10^3$
Гранит	$2{,}7\cdot 10^3$
Дерево	$(0{,}3-0{,}9)\cdot 10^3$
Стекло (обычное оконное)	$(2{,}4-2{,}8)\cdot 10^3$
Лед	$0{,}917\cdot 10^3$
Кость животного	$(1{,}7-2{,}0)\cdot 10^3$
Жидкости	
Вода (4 °С)	$1{,}00\cdot 10^3$
Плазма крови	$1{,}03\cdot 10^3$
Кровь	$1{,}05\cdot 10^3$
Морская вода	$1{,}025\cdot 10^3$
Ртуть	$13{,}6\cdot 10^3$
Спирт (этиловый)	$0{,}79\cdot 10^3$
Бензин	$0{,}68\cdot 10^3$
Газы	
Воздух	1,29
Гелий	0,179
Углекислый газ	1,98
Водяной пар (100 °С)	0,598

* Там, где не отмечено особо, плотности измерены при температуре 0 °С и давлении 1 атм.

Плотность ρ вещества определяется как масса единицы его объема:

$$\rho = m/V, \tag{12.1}$$

где m – масса определенного количества вещества, а V – его объем. Плотность является характерным свойством вещества; предметы, сделанные из данного вещества, например из железа, могут иметь различные размеры и массу, но плотность у всех будет одинакова.

В системе СИ плотность измеряется в кг/м^3. Иногда ее указывают также в г/см^3. Чтобы перевести плотность из г/см^3 в единицы СИ, нужно умножить ее значение на 1000, поскольку 1 кг/м^3 = (1000 г)/(100 см)^3 = 10^{-3} г/см^3. Таким образом, например, плотность алюминия равна ρ = = 2,70 г/см^3 = 2700 кг/м^3. Плотности ряда веществ приведены в табл. 12.1 Плотность зависит от температуры и давления (хотя для твердых веществ и жидкостей эта зависимость незначительна), поэтому в табл. 12.1 указаны условия, при которых измерена плотность.

Пример 12.1. Чему равна масса свинцового шара радиусом 0,500 м?

Решение. Объем шара равен

$$V = (4/3)\pi r^3 = (4/3)(3{,}14)(0{,}500\,\text{м})^3 = 0{,}523\ \text{м}^3.$$

Из табл. 12.1 находим плотность свинца $\rho = 11\,300$ кг/м^3 и по формуле (12.1) вычисляем

$$m = \rho V = (11\,300\,\text{кг/м}^3)(0{,}523\,\text{м}^3) = 5910\,\text{кг}.$$

Относительная плотность вещества определяется как отношение его плотности к плотности воды при температуре 4,0 °С. Эта величина является безразмерной. Поскольку плотность воды равна 1,00 г/см^3 = $1{,}00\cdot 10^3$ кг/м^3, относительная плотность любого вещества численно равна его плотности в г/см^3, или в 10^3 раз меньше плотности, выраженной в кг/м^3. Например, относительная плотность свинца равна 11,3, а спирта – 0,79 (табл. 12.1).

12.2 Давление в жидкостях и газах

Давление – это сила, действующая на единицу площади поверхности в перпендикулярном к поверхности направлении:

$$\text{Давление} = P = F/A, \tag{12.2}$$

где A – площадь поверхности. В системе СИ давление измеряется в Н/м^2; эта единица называется паскаль (Па); 1 Па = 1 Н/м^2. Однако для простоты мы будем исполь-

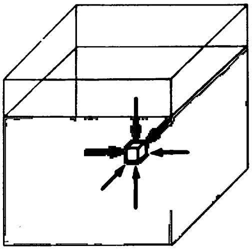

Рис. 12.1. Давление в жидкости (газе) на данной глубине одинаково во всех направлениях; в противном случае жидкость пришла бы в движение.

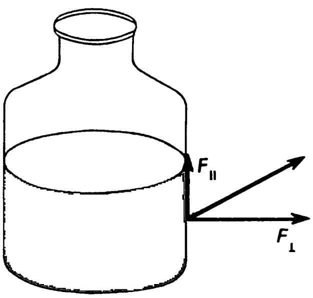

Рис. 12.2. Сила, с которой неподвижная жидкость действует на поверхность твердого тела, перпендикулярна поверхности, т. е. $F_{\parallel} = 0$.

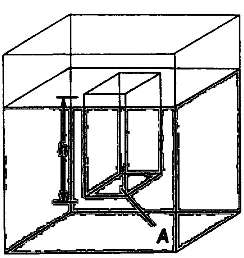

Рис. 12.3. К вычислению давления на глубине h в жидкости.

зовать главным образом Н/м^2. Давление иногда измеряют в дин/см^2 и кгс/см^2 (1 кгс/см^2 = 9,8 Н/см^2 = 9,8 × × 10^4 Н/м^2). Последнюю единицу нередко можно увидеть на шкалах манометров для определения давления в шинах автомобилей. Вскоре мы встретимся и с другими единицами давления.

В качестве примера вычислим давление, которое оказывает на землю человек массой 60 кг, подошвы которого занимают площадь 500 см^2. По формуле (12.2) имеем $F/A = mg/A = (60\text{ кг})(9{,}8\text{ м/с}^2)/(0{,}050\text{ м}^2) = 12 \cdot 10^3\text{ Н/м}^2$. Если бы человек стоял на одной ноге, то сила осталась бы прежней, а площадь уменьшилась бы вдвое, так что давление станет в два раза больше, т. е. равным 24 × × 10^3 Н/м^2. С понятием давления мы сталкиваемся особенно часто при изучении гидро- и аэродинамики; вот почему оно вводится в этой главе.

Опытным путем установлено, что *жидкости и газы создают давление во всех направлениях*. Этот факт хорошо известен пловцам и ныряльщикам, которые испытывают в воде давление на их тело со всех сторон. В любой точке внутри покоящейся жидкости (или газа) давление одинаково во всех направлениях. Это легко понять из рис. 12.1. Выделим внутри жидкости маленький кубик (кубический элемент), настолько малый, что действием на него силы тяжести можно пренебречь. Давление на одну из граней этого кубика должно быть равно давлению на противоположную грань. Если бы это было не так, то результирующая сила, действующая на кубик, не равнялась бы нулю и кубик двигался бы до тех пор, пока давления с противоположных граней не стали бы одинаковыми. Но жидкость неподвижна, и, следовательно, давления равны друг другу.

Еще одним важным свойством покоящейся жидкости (газа) является то, что сила, вызванная давлением, действует всегда *перпендикулярно* поверхности, с которой эта среда соприкасается. Если бы сила имела составляющую, параллельную поверхности (рис. 12.2), то по третьему закону Ньютона сила реакции поверхности также имела бы параллельную составляющую, под действием которой жидкость начала бы течь, что противоречит исходному предположению о том, что жидкость покоится.

Проведем количественный расчет того, как изменяется с глубиной давление в жидкости постоянной плотности. Рассмотрим точку на глубине h от поверхности (иными словами, поверхность жидкости находится на высоте h от выбранной точки), как показано на рис. 12.3. Давление внутри жидкости на глубине h обусловлено весом столба жидкости над выбранной точкой[1]. Таким образом, сила,

[1] В свою очередь вес (покоящегося) столба жидкости численно равен действующей на него силе тяжести mg (m – масса столба). – *Прим. ред.*

действующая на площадь A, равна $F = mg = \rho Ahg$, где Ah – объем столба, ρ – плотность жидкости, а g – ускорение свободного падения. Таким образом, мы имеем

$$P = F/A = \rho Ahg/A,$$

$$P = \rho gh \qquad \text{[жидкость или газ].} \tag{12.3}$$

Отсюда мы видим, что давление прямо пропорционально плотности жидкости и глубине погружения. В частности, в однородной жидкости на одной и той же глубине давления одинаковы.

Формула (12.3) определяет давление, существующее в жидкости на глубине h и обусловленное самой жидкостью. Но что призойдет, если на поверхность жидкости действует дополнительное давление, например атмосферное? А что будет, если плотность жидкости или газа не постоянна? Сжимаемость газов велика, и поэтому их плотность может существенно меняться с глубиной; жидкости также сжимаемы, хотя изменением плотности часто можно пренебречь (исключение составляют лишь океанские глубины, где вес вышележащей толщи воды приводит к значительному сжатию и увеличивает существенно плотность воды в нижних слоях). Рассмотрим поэтому более общий случай того, как давление жидкости или газа изменяется с глубиной.

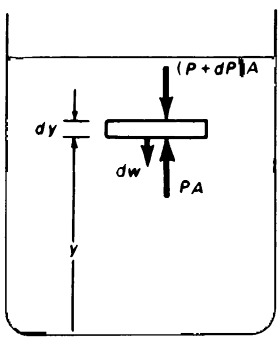

Рис. 12.4. К определению давления P на высоте y в жидкости; силы, действующие на плоский элемент объема жидкости.

Рассмотрим произвольную жидкую среду и определим давление на высоте y над некоторой точкой отсчета (рис. 12.4). Внутри жидкости на уровне y рассмотрим небольшой элемент объема жидкости, имеющий вид плоскопараллельной пластины площадью A и бесконечно малой толщиной dy, как показано на рисунке. Пусть давление, действующее вверх на нижнюю поверхность элемента (на высоте y), равно P; тогда давление, действующее вниз на верхнюю поверхность (на высоте $y + dy$), можно обозначить через $P + dP$. Таким образом, на выбранный элемент объема жидкость давит вверх с силой PA и вниз с силой $(P + dP)A$; кроме того, на него в вертикальном направлении действует сила тяжести dw, которую можно записать в виде

$$dw = (dm)g = \rho g\, dV = \rho gA\, dy,$$

где ρ – плотность жидкости на уровне y. Поскольку жидкость по предположению покоится, элемент объема жидкости находится в равновесии, так что результирующая всех сил равна нулю. Следовательно,

$$PA - (P + dP)A - \rho gA\, dy = 0,$$

что можно записать в более простом виде:

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g. \tag{12.4}$$

Это соотношение описывает изменение давления с высотой внутри жидкости или газа. Знак минус указывает на уменьшение давления с увеличением высоты или, что то же самое, на увеличение давления с глубиной.

Если внутри жидкости или газа давления равны P_1 и P_2 соответственно на высотах y_1 и y_2, то уравнение (12.4) можно проинтегрировать следующим образом:

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g\, dy,$$

$$P_2 - P_1 = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g\, dy. \qquad (12.5)$$

Это общее соотношение применим теперь к двум частным случаям, когда рассматриваются 1) давление в жидкости (или газе) постоянной плотности и 2) вариации давления в атмосфере Земли.

Для жидкостей и газов, в которых изменением плотности можно пренебречь, мы имеем $\rho = \text{const}$, и, таким образом, интеграл (12.5) нетрудно вычислить:

$$P_2 - P_1 = -\rho g(y_2 - y_1). \qquad (12.6а)$$

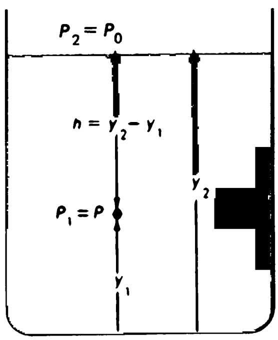

Рис. 12.5. Давление на глубине $h = y_2 - y_1$ в жидкости плотностью ρ равно $P = P_0 + \rho g h$, где P_0 – внешнее давление на уровне верхней поверхности жидкости.

Обычно мы сталкиваемся с ситуацией, когда жидкость в открытом сосуде – в бассейне, озере, море – имеет свободную поверхность, от которой и удобно измерять расстояние. Иными словами, на рис. 12.5 мы называем величину $h = y_2 - y_1$ *глубиной* в жидкости. Если y_2 – это координата уровня верхней поверхности жидкости, то P_2 равно атмосферному давлению P_0. При этом в соответствии с (12.6а) давление $P (= P_1)$ на глубине h в жидкости запишется в виде

$$P = P_0 + \rho g h. \qquad (12.6б)$$

Заметим, что это соотношение совпадает с формулой (12.3) для давления внутри жидкости, но учитывает еще атмосферное давление P_0 над жидкостью.

Пример 12.2 Поверхность воды в водонапорной башне находится на 30 м выше кухонного водопроводного крана. Необходимо вычислить давление воды в кране.

Решение. Атмосферное давление действует как на поверхность воды в водонапорной башне, так и на вытекающую из крана воду. Разность давлений внутри крана и снаружи равна $\Delta P = \rho g h = (1{,}0 \times 10^3 \text{ кг/м}^3)(9{,}8 \text{ м/с}^2)(30 \text{ м}) = 2{,}9 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$. Высоту h иногда называют *напором*. В нашем случае напор воды составляет 30 м.

Применим теперь формулу (12.4) или (12.5) к газам. Плотность газов обычно очень мала, поэтому разностью давлений на разных уровнях можно пренебречь, если разность $y_2 - y_1$ не слишком велика (вот почему в примере 12.2 не учитывалась разница в атмосферном давлении на вершине водонапорной башни и у кухонного крана). Действительно, для большинства употребляемых в повседневной жизни баллонов с газом можно считать, что давление по всему объему баллона одинаково. Однако если разность $y_2 - y_1$ очень велика, то это допущение неверно. Интересным примером этого является земная атмосфера, давление которой на уровне моря равно примерно $1{,}013 \cdot 10^5$ Н/м^2 и постепенно уменьшается с высотой.

Пример 12.3. а) Определим атмосферное давление как функцию высоты y над уровнем моря, считая g постоянной величиной, а плотность воздуха пропорциональной давлению. (Последнее допущение не слишком корректно, так как плотность зависит и от температуры.) б) На какой высоте давление воздуха вдвое меньше, чем на уровне моря?

Решение. а) Поскольку ρ пропорционально P, мы имеем

$$\rho/\rho_0 = P/P_0,$$

где $P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Н/м^2 – атмосферное давление на уровне моря, а $\rho_0 = 1{,}29$ кг/м^3 – плотность воздуха на уровне моря при температуре 0 °C (табл. 12.1). Из уравнения (12.4) находим

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g = -P\left(\frac{\rho_0}{P_0}\right)g,$$

откуда

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0} g\, dy.$$

Проинтегрируем последнее уравнение справа от $y = 0$ до высоты y, а слева от P_0 до P:

$$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0} g \int_0^y dy; \quad \ln\frac{P}{P_0} = -\frac{\rho_0}{P_0} g\, dy,$$

или

$$P = P_0 e^{-(\rho_0 g/P_0)y}.$$

Таким образом, в рамках наших исходных предположений мы нашли, что давление воздуха экспоненциально уменьшается с высотой. (Следует заметить, что атмосфера не имеет четкой верхней границы; поэтому естественного уровня, от которого можно было бы отсчитывать глубину, как в жидкости, здесь нет.)

б) Постоянная $\rho_0 g/P_0$ в показателе экспоненты равна (1,29 кг/м^3)(9,80 м/с^2)/ /($1{,}013 \cdot 10^5$ Н/м^2) = $1{,}25 \cdot 10^{-4}$ м$^{-1}$. Полагая $P = P_0/2$, имеем

$$1/2 = e^{-(1{,}25 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^{-1})y}$$

или

$$y = (\ln 2{,}00)/(1{,}25 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^{-1}) = 5550\ \text{м},$$

поскольку $\ln 2 = 0{,}693$. Таким образом, давление воздуха уменьшается вдвое по сравнению с давлением на уровне моря на высоте 5550 м. Не удивительно, что альпинисты, поднимаясь высоко в горы, берут с собой кислородные приборы.

12.3. Атмосферное давление и избыточное давление

Как мы видели, атмосферное давление изменяется с высотой. Но даже в одном и том же месте (на одной и той же высоте) оно может изменяться в зависимости от погоды. В среднем же давление атмосферы на уровне моря составляет $1{,}013 \cdot 10^5$ Н/м^2. Это значение нередко используется в качестве самостоятельной единицы давления – *атмосферы* (атм):

$$1\ \text{атм} = 1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Н/м}^2 = 1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Па}.$$

В метеорологии используется и другая единица давления – *бар*, причем 1 бар = $1{,}00 \cdot 10^5$ Н/м^2; таким образом, стандартное атмосферное давление (физическая атмосфера) чуть больше 1 бар.

Давление, обусловленное весом земной атмосферы, испытывают все предметы, погруженные в этот огромный воздушный океан, включая и наши тела. Как же человеческий организм выдерживает столь значительное внешнее давление? Ответ прост: внешнее давление компенсируется внутренним давлением, которое поддерживается в живых клетках. Точно так же давление внутри воздушного шара уравновешивает наружное давление атмосферы. В автомобильной шине благодаря ее жесткости давление может быть намного выше наружного.

При определении давления в шинах или в газовых баллонах следует иметь в виду, что автомобильные и многие другие измерители давления (манометры) в действительности определяют разность между измеряемым давлением и давлением атмосферы. Эта величина называется *избыточным давлением*. Таким образом, чтобы получить абсолютное значение давления P, нужно к измеренному давлению $P_и$ прибавить атмосферное давление $P_а$:

$$P = P_а + P_и.$$

Если, например, автомобильный манометр показывает 220 кПа, то действительное значение давления в шине равно 220 кПа + 100 кПа = 320 кПа, или примерно 3,2 атм (2,2 атм избыточного давления).

12.4. Измерение давления

Для измерения давления изобретено много приборов; некоторые из них показаны на рис. 12.6. Простейшим является открытый манометр (рис. 12.6,*a*), U-образная трубка которого частично заполняется жидкостью (обычно водой или ртутью). Измеряемое давление P связано с разностью уровней жидкости в коленах трубки соотношением

$$P = P_0 + \rho g h,$$

где P_0 – атмосферное давление, а ρ – плотность жидкости. Заметим, что величина $\rho g h$ представляет собой избыточное давление, т. е. величину, на которую измеряемое давление P превышает атмосферное (разд. 12.3). Если уровень жидкости в левом колене ниже, чем в правом, то P окажется меньше атмосферного давления, а величина h будет отрицательной.

Часто вместо того, чтобы вычислять произведение $\rho g h$, указывают просто высоту h. Давление при этом измеряют в миллиметрах ртутного столба (мм рт. ст.) или в миллиметрах водяного столба (мм вод. ст.); 1 мм рт. ст. эквивалентен давлению 133 Н/м^2, поскольку

$$\rho g h = (13{,}6\cdot 10^3\ кг/м^3)(9{,}8\ м/с^2)(1{,}00\cdot 10^{-3}\ м) = 1{,}33\cdot 10^2\ Н/м^2.$$

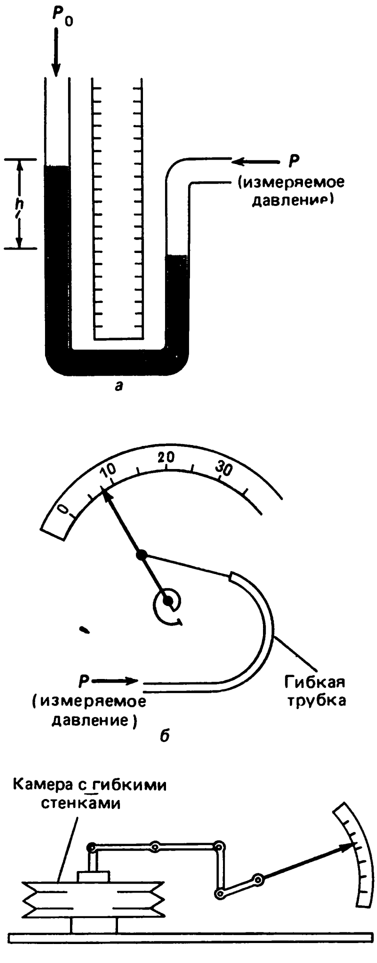

Рис. 12.6. Измерители давления. *а* – U-образный манометр; *б* – трубка Бурдона; *в* – анероид (используется в основном для измерения атмосферного давления).

В честь Эванджелисты Торричелли (1608–1647), который изобрел барометр (см. ниже), мм рт. ст. присвоено наименование торр. В табл. 12.2 указаны переводные коэффициенты для различных единиц измерения давления. Важно заметить, что если все остальные величины выражены в единицах СИ, то в вычислениях должна использоваться только единица давления в СИ, а именно $Н/м^2 = Па$.

К другим типам измерителей давления относятся трубка Бурдона (рис. 12.6,*б*), в котором под действием давления сгибается или разгибается тонкая изогнутая трубка, соединенная со стрелкой-указателем, а также анероид (рис. 12.6,*в*), в котором стрелка соединена с гибкой крышкой откачанной герметичной коробки из тонкого металла. В более сложных датчиках измеряемое давление изгибает тонкую металлическую мембрану, деформация которой преобразуется в электрический сигнал с помощью так называемого тензодатчика (см. гл. 27 в т. 2 настоящей книги).

Таблица 12.2. Переводные коэффициенты между различными единицами измерения давления

В единицах 1 Па = 1 Н/м^2		Для 1 атм
1 атм	$= 1{,}013\cdot10^5$ Н/м^2	1 атм $= 1{,}013\cdot10^5$ Н/м^2
	$= 1{,}013\cdot10^5$ Па	$= 1{,}013$ бар
	$= 101{,}3$ кПа	$= 1{,}013\cdot10^6$ дин/см^2
1 бар	$= 1{,}000\cdot10^5$ Н/м^2	$= 1{,}03$ кгс/см^2
1 дин/см^2	$= 0{,}1$ Н/м^2	$= 76$ см рт. ст.
1 кгс/см^2	$= 9{,}85\cdot10^4$ Н/м^2	$= 760$ мм рт. ст.
1 см рт. ст.	$= 1{,}33\cdot10^3$ Н/м^2	$= 760$ торр
1 мм рт. ст.	$= 133$ Н/м^2	$= 1{,}03\cdot10^4$ мм вод. ст. (4 °C)
1 торр	$= 133$ Н/м^2	
1 мм вод. ст. (4 °C)	$= 9{,}81$ Н/м^2	

Для измерения атмосферного давления часто применяется ртутный манометр с запаянной трубкой. Его называют ртутным *барометром* (рис. 12.7). Стеклянная трубка заполняется ртутью и опускается открытым концом в чашку со ртутью. Если трубка достаточно длинная, то уровень ртути в ней опускается и в верхней части трубки создается вакуум, поскольку атмосферное давление может удержать столбик ртути высотой всего около 76 см (точно 76,0 см при нормальном атмосферном давлении). Иными словами, давление столба ртути высотой 76 см равно атмосферному. Действительно, из формулы $P = \rho g h$, полагая $\rho = 13{,}6\cdot10^3$ кг/м^3 и $h = 76{,}0$ см, мы имеем

$$P = (13{,}6\cdot10^3\ \text{кг/м}^3)(9{,}80\ \text{м/с}^2)(0{,}760\ \text{м}) =$$
$$= 1{,}013\cdot10^5\ \text{Н/м}^2 =$$
$$= 1{,}00\ \text{атм}.$$

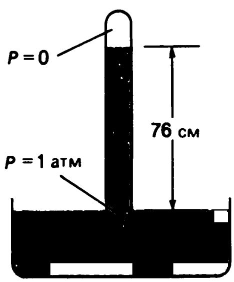

Рис. 12.7. Ртутный барометр (давление воздуха в этом случае равно 760 мм рт. ст.).

В быту используются обычно барометры анероидного типа (рис. 12.6, *в*).

Аналогичный расчет показывает, что атмосферное давление может удерживать в запаянной и вакуумированной с одного конца трубке столб воды высотой 10,3 м. Несколько столетий назад людей удивляло и доводило почти до отчаяния то, что каким бы хорошим ни был всасывающий насос, он не мог поднять воду на высоту больше 10 м. Большие практические трудности представляло, например, откачивание воды из глубоких шахтных выработок, где приходилось делать это в несколько стадий, если глубина шахты превышала 10 м. Над этой проблемой думал Галилей, причину же первым понял Торричелли. Дело в том, что не насос втягивает воду вверх по трубе, а атмосферное давление поднимает воду, когда в верхнем конце трубы создается вакуум, точно так же, как оно поднимает (или удерживает) уровень ртути в барометре на высоте 76 см.

12.5. Закон Паскаля

Земная атмосфера оказывает давление на все тела, находящиеся в ней, в том числе и на другие газы и жидкости. Атмосферное давление, действующее на жидкость (или газ), передается по всему объему этой жидкости. Например, согласно уравнению (12.6б), давление воды в озере на глубине 100 м равно $P = \rho g h = (1000\ \text{кг/м}^3)(9{,}8\ \text{м/с}^2) \times (100\ \text{м}) = 9{,}8 \cdot 10^5\ \text{Н/м}^2$, или 9,7 атм; полное же давление на этой глубине складывается из давления воды и находящегося над ней воздуха; если поверхность озера находится почти на уровне моря, то полное давление равно 9,7 атм + 1,0 атм = 10,7 атм. Это лишь один пример общего закона, открытие которого приписывается французскому философу и ученому Блезу Паскалю (1623–1662). **Закон Паскаля** гласит, что *давление, приложенное к жидкости и газу, находящимся в ограниченном объеме, передается во все точки внутри объема без изменения.*

На законе Паскаля основано действие ряда практических механизмов. Два примера – гидравлическая тормозная система автомобиля и гидравлический подъемник – приведены на рис. 12.8. В гидравлическом подъемнике небольшая сила преобразуется в значительное усилие благодаря тому, что площадь одного поршня (на выходе) сделана большей, чем площадь другого (на входе). Если входные параметры обозначить индексом i, а выходные – индексом o, то, согласно закону Паскаля,

$$P_o = P_i, \quad F_o/A_o = F_i/A_i,$$

или

$$F_o/F_i = A_o/A_i.$$

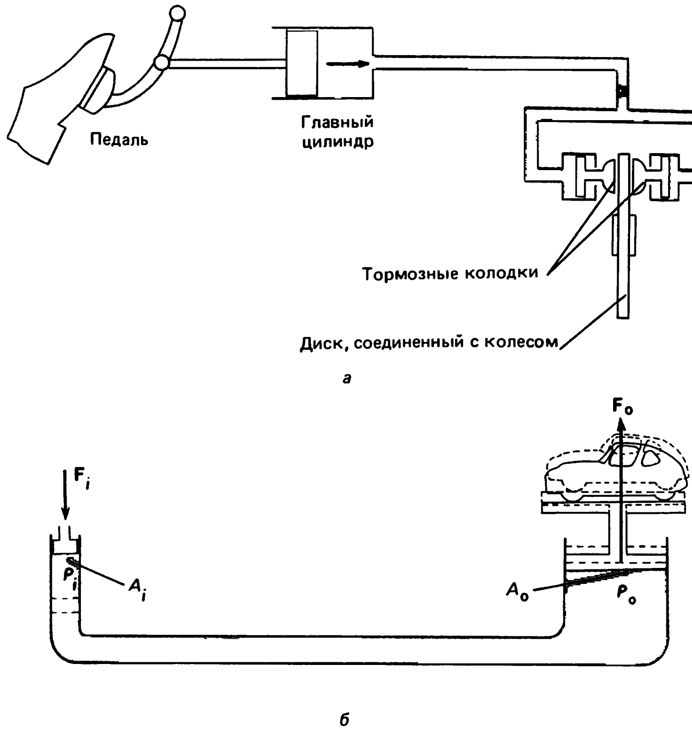

Рис. 12.8. Применения закона Паскаля. *а* – гидравлический тормоз автомобиля; *б* – гидравлический подъемник.

Величина F_o/F_i, определяющая выигрыш в силе, который дает гидравлическая машина, равна отношению площадей поршней. Если, например, площадь поршня в выходном цилиндре в 20 раз больше, чем во входном, то мы имеем двадцатикратный выигрыш в силе; положив на один поршень груз 100 кг, мы сможем поднять двухтонный автомобиль.

12.6. Выталкивающая сила и закон Архимеда

Тела, погруженные в жидкость или газ, очевидно, теряют в весе. Например, вы без труда поднимаете со дна ручья камень, который на земле поднять было бы не так просто; когда же камень показывается над поверхностью воды, он сразу становится тяжелее. Многие тела, скажем деревянные, плавают на поверхности воды. В рассмотренных двух примерах проявляется действие *выталкивающей силы*. Во всех этих случаях на тело действует сила тяжести, направленная вниз, но в дополнение к ней в жидкости или газе на тело действует выталкивающая сила, направленная вверх.

Выталкивающая сила возникает потому, что давление в жидкости (газе) возрастает с глубиной. Таким образом, направленное вверх давление на нижнюю поверхность погруженного тела оказывается больше, чем давление

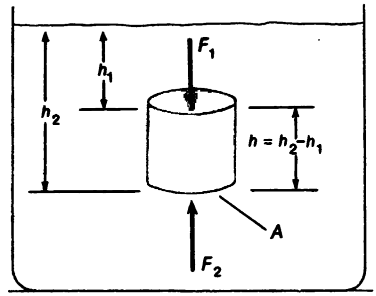

Рис. 12.9. К определению выталкивающей силы.

вниз на верхнюю поверхность. Рассмотрим для наглядности цилиндр высотой h, торцы которого имеют каждый площадь A и который полностью погружен в жидкость (газ) с плотностью ρ_f, как показано на рис. 12.9. На верхний торец цилиндра среда оказывает давление $P_1 = \rho_f g h_1$; соответствующая сила, направленная вниз, равна $F_1 = P_1 A = \rho_f g h_1 A$. Снизу на цилиндр действует сила $F_2 = P_2 A = \rho_f g h_2 A$. Равнодействующая этих двух сил и есть *выталкивающая сила* F_B; она направлена вверх и равна

$$F_B = F_2 - F_1 = \\ = \rho_f g A (h_2 - h_1) = \rho_f g A h = \\ = \rho_f g V,$$

где $V = Ah$ – объем цилиндра. Поскольку ρ_f есть плотность жидкости (газа), произведение $\rho_f g V = m_f g$ численно равно силе тяжести среды, занимающей объем, равный объему цилиндра. Таким образом, действующая на цилиндр выталкивающая сила равна по величине весу жидкости, вытесненной[1] цилиндром. Это справедливо независимо от формы тела. Закон этот был впервые открыт Архимедом (287? – 212 в. до н. э.) и называется **законом Архимеда:** *на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу жидкости, вытесненной телом.*

Закон Архимеда можно вывести в общем виде с помощью следующего простого и изящного рассуждения. На тело неправильной формы D (рис. 12.10,*а*) действуют сила тяжести w и выталкивающая сила F_B. Если на тело не действует никакая другая сила (например, рука, которая тянет его вверх), то тело на рисунке будет двигаться вниз, поскольку $w > F_B$. Нам необходимо определить F_B; для этого мысленно заменим погруженное тело объемом D' (рис. 12.10,*б*) той же жидкости такой же формы и таких размеров на той же глубине; этот объем можно пред-

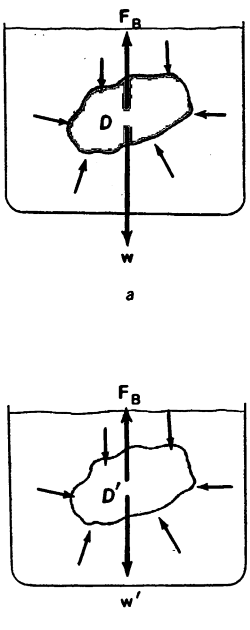

Рис. 12.10. Закон Архимеда.

[1] Под «вытесненной жидкостью» мы понимаем объем жидкости (газа), равный объему тела или, если тело плавает, той его части, которая погружена в жидкость (газ). Если тело погружается, скажем, в стакан, заполненный водой до краев, то «вытесненный объем» будет равен объему воды, перелившейся через край.

ставить себе как бы отделенным от остальной среды прозрачной воображаемой пленкой. На выделенный объем будет действовать такая же выталкивающая сила, как и на погруженное тело, поскольку окружающая жидкость, создающая эту силу, в обоих случаях имеет точно ту же конфигурацию. Выделенный объем жидкости D' находится в равновесии (жидкость в целом покоится); поэтому $F_в = w'$, где w' – вес выделенного объема жидкости. Следовательно, выталкивающая сила $F_в$ равна весу жидкости, объем которой равен объему погруженного тела, как и утверждает закон Архимеда.

Пример 12.4. Камень массой 70 кг лежит на дне озера. Его объем равен $3{,}0 \cdot 10^4$ см^3. Какая сила необходима, чтобы оторвать его от дна?

Решение. Действующая на камень в воде выталкивающая сила равна весу воды объемом $3{,}0 \cdot 10^{-2}$ м^3:

$$F_в = \rho_{H_2O} g V = (1{,}0 \cdot 10^3\ кг/м^3)(9{,}8\ м/с^2)(3{,}0 \cdot 10^{-2}\ м^3) = 2{,}9 \cdot 10^2\ Н.$$

Вес камня равен $mg = (70\ кг)(9{,}8\ м/с^2) = 6{,}9 \cdot 10^2$ Н. Следовательно, необходимая для подъема камня сила равна 690 Н – 290 Н = 400 Н. Это то же самое, как если бы камень имел массу не 70 кг, а лишь (400 Н)/(9,8 м/с^2) = 41 кг.

Рассказывают, что Архимед открыл этот закон, лежа в ванне и размышляя над тем, как определить, из чистого ли золота сделана новая корона царя или из поддельного. Относительная плотность золота равна 19,3 и значительно больше, чем у большинства других металлов. Однако определить плотность материала короны затруднительно, так как трудно определить объем тела сложной формы. Если же определить вес предмета в воздухе (w), а затем в воде (w'), то, пользуясь законом Архимеда, можно найти плотность; это можно проиллюстрировать на следующем примере.

Пример 12.5. Корона массой 14,7 кг имеет под водой вес, соответствующий массе 13,4 кг. Золотая ли она?

Решение. Вес тела, погруженного в жидкость, равен весу вне жидкости w за вычетом выталкивающей силы $F_в$:

$$w' = w - F_в = \rho_o g V - \rho_f g V,$$

где V – объем тела, ρ_o – его плотность, а ρ_f – плотность жидкости (в нашем случае воды). Таким образом, мы можем написать

$$\frac{w}{w - w'} = \frac{\rho_o g V}{\rho_f g V} = \frac{\rho_o}{\rho_f}.$$

[Отсюда следует, что $w/(w - w')$ равно относительной плотности, если жидкость, в которую погружено тело, – вода.] Для короны имеем

$$\frac{\rho_o}{\rho_{H_2O}} = \frac{w}{w - w'} = \frac{14{,}7\ кг}{1{,}3\ кг} = 11{,}3,$$

т.е. плотность равна 11 300 кг/м^3. Похоже, что корона из свинца!

Закон Архимеда применим также и к плавающим телам, таким, как дерево. Вообще говоря, *тело плавает в том случае, если его плотность меньше плотности жидкости* (газа). Например, бревно, относительная плотность которого равна 0,60, а объем – 2,0 м^3, имеет массу 1200 кг. Если бревно полностью погрузить в воду, то оно вытеснит $m = \rho V = (1000\ \text{кг/м}^3)(2{,}0\ \text{м}^3) = 2000$ кг воды. Следовательно, выталкивающая сила будет больше веса бревна, и оно всплывет на поверхность. Равновесие наступит, когда бревно будет вытеснять 1200 кг воды, т. е. когда под водой будет находиться 1,2 м^3, или 0,60 общего объема бревна. И вообще доля объема плавающего тела, находящаяся под водой, равна отношению плотностей тела и жидкости (газа).

Пример 12.6. Ареометр – это простой прибор, предназначенный для измерения плотности жидкостей. Пусть ареометр (рис. 12.11) представляет собой стеклянную трубку с грузом в нижнем конце; длина трубки 25,0 см, площадь поперечного сечения 2,00 см^2, масса 45,0 г. На каком расстоянии от нижнего конца должна находиться метка плотности 1,000?

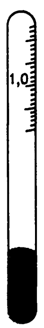

Рис. 12.11. Ареометр.

Решение. Плотность ареометра в целом равна

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{45{,}0\ \text{г}}{(2{,}00\ \text{см}^2)(25{,}0\ \text{см})} = 0{,}900\ \text{г/см}^3.$$

Будучи опущен в воду, он будет находиться в равновесии, когда в воду погрузится 0,900 его объема. Поскольку поперечное сечение трубки не меняется, она погрузится на 0,900 своей длины, т. е. на (0,900) (25,0 см) = 22,5 см. Таким образом, деление 1,000, соответствующее относительной плотности воды, должно находиться в 22,5 см от нижнего конца ареометра.

В воздухе на тело тоже действует выталкивающая сила. Любые тела весят в воздухе меньше, чем в вакууме. Однако плотность воздуха очень мала, поэтому для большинства тел мы не замечаем этой разницы (см. в связи с этим задачи в конце главы). Существуют все же тела, плавающие в воздухе; к ним относятся, например, наполненные гелием воздушные шары.

Пример 12.7. Каким должен быть объем гелия в воздушном шаре, чтобы поднять груз массой 800 кг (включая массу оболочки)?

Решение. Для того чтобы шар поднялся в воздух, необходимо, чтобы действующая на гелий выталкивающая сила, равная весу вытесненного воздуха, была по меньшей мере равна весу гелия и груза:

$$F_{\text{В}} = (m_{\text{He}} + 800\ \text{кг})g,$$

где g – ускорение свободного падения. Это выражение можно переписать через плотности газов:

$$\rho_{\text{возд}} Vg = (\rho_{\text{He}} V + 800\ \text{кг})g.$$

Отсюда мы находим V:

$$V = \frac{800\ \text{кг}}{\rho_{\text{возд}} - \rho_{\text{He}}} = \frac{800\ \text{кг}}{1{,}29\ \text{кг/м}^3 - 0{,}18\ \text{кг/м}^3} = 720\ \text{м}^3.$$

*12.7. Поверхностное натяжение

До сих пор в настоящей главе мы говорили в основном о том, что происходит внутри объема жидкости или газа. Однако поверхность жидкости сама по себе обладает интересными свойствами. Повседневные наблюдения показывают, что поверхность жидкости ведет себя как натянутая эластичная пленка. Капли воды, стекающие из водопроводного крана, капли утренней росы на травинках имеют близкую к сферической форму, как если бы это были маленькие воздушные шарики, наполненные водой. Стальную иголку можно пустить плавать на поверхности воды, хотя плотность стали больше плотности воды. Поверхность жидкости напоминает натянутую пленку, и это натяжение, действующее параллельно поверхности, возникает из-за существующих между молекулами жидкости сил притяжения. Этот эффект называется *поверхностным натяжением*. Количественно он описывается величиной *поверхностного натяжения*, которая обозначается греческой буквой γ (гамма). Эта величина определяется как сила F, приходящаяся на единицу длины линии L, действующая перпендикулярно любой линии, проведенной на поверхности, и стремящаяся стянуть поверхность по этой линии:

$$\gamma = F/L. \tag{12.7}$$

Для того чтобы лучше понять сказанное, рассмотрим проволочную рамку, в которую заключена тонкая пленка жидкости (рис. 12.12). Одна из сторон рамки сделана подвижной. Из-за наличия поверхностного натяжения, для того чтобы сместить подвижную сторону рамки и тем самым увеличить поверхность жидкости, необходимо приложить

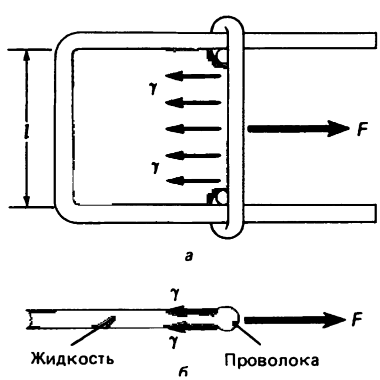

Рис. 12.12. Подвижная U-образная рамка с натянутой пленкой жидкости для измерения поверхностного натяжения ($\gamma = F/2l$). *а* - вид сверху; *б* - вид сбоку (в увеличенном масштабе).

Таблица 12.3. Поверхностное натяжение γ некоторых веществ

Вещество	γ, Н/м
Ртуть (20 °C)	0,44
Кровь (37 °C)	0,058
Плазма крови (37 °C)	0,073
Спирт этиловый (20 °C)	0,023
Вода (0°C)	0,076
(20 °C)	0,072
(100 °C)	0,059
Бензин (20 °C)	0,029
Мыльный раствор (20 °C)	$\approx$ 0,025
Кислород (– 193 °C)	0,016

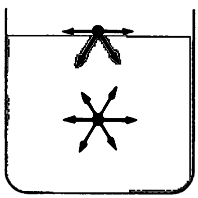

Рис. 12.13. К объяснению поверхностного натяжения с помощью молекулярной теории. Изображены лишь силы притяжения, действующие на молекулу на поверхности и в глубине жидкости.

некоторую силу F. Натянутая на рамку пленка жидкости ограничена двумя поверхностями (верхней и нижней); поэтому длина линии, на которой действует сила, растягивающая поверхность, равна $2l$. Таким образом, для поверхностного натяжения имеем $\gamma = F/2l$. Такой прибор позволяет измерять поверхностное натяжение различных жидкостей. Поверхностное натяжение воды составляет 0,072 Н/м при температуре 20 °C. В табл. 12.3 приведены значения γ для различных жидкостей. Следует заметить, что температура оказывает очень большое влияние на поверхностное натяжение.

Существование поверхностного натяжения можно объяснить с помощью молекулярной теории. Между молекулами жидкости действуют силы притяжения; на рис. 12.13 эти силы показаны для молекулы в глубине жидкости и для молекулы на поверхности. Молекула внутри жидкости находится в равновесии, так как силы со стороны других молекул действуют на нее во всех направлениях и взаимно компенсируются. Молекула на поверхности тоже находится в равновесии (жидкость покоится), даже если на молекулу действуют силы со стороны молекул, находящихся под нею или на одном с ней уровне. Следовательно, возникает направленная в глубь жидкости результирующая сила, приводящая к небольшому стягиванию поверхностного слоя, но лишь до такой степени, когда силы притяжения компенсируются силами отталкивания, возникающими при более тесном сближении молекул[1]. Такое стягивание поверхности можно истолковать в том смысле, что жидкость стремится к состоянию, в котором площадь ее поверхности минимальна. Вот почему капли воды имеют сферическую форму: при одинаковом объеме шар имеет наименьшую из всех тел площадь поверхности.

Для увеличения поверхности жидкости необходимо

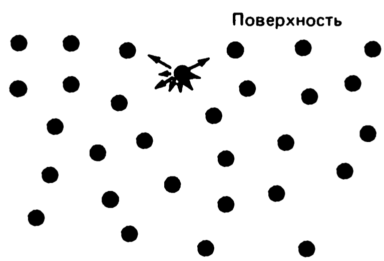

Рис. 12.14. На молекулу, переходящую изнутри жидкости на поверхность, при увеличении площади поверхности действуют значительные силы со стороны поверхностных молекул. В свою очередь, по третьему закону Ньютона на молекулы действует противоположно направленная сила, равная силе поверхностного натяжения.

[1] Находящиеся над жидкостью молекулы воздуха тоже создают силы, но эффект этот мал из-за большого расстояния между молекулами газа. Поверхностное натяжение зависит от того, что находится над поверхностью жидкости; поэтому правильнее было бы указывать его для границы раздела между двумя веществами. Если второе вещество не указано, то обычно считают, что это воздух при нормальном давлении.

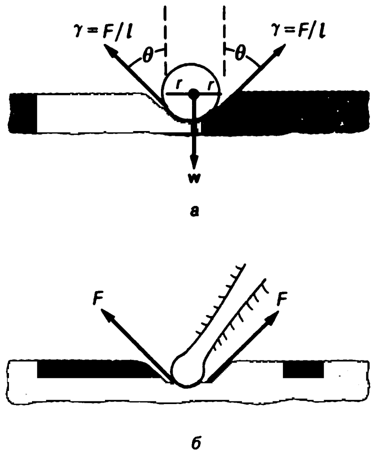

Рис. 12.15. Обусловленные поверхностным натяжением силы, действующие на сферу (*а*) и на лапку насекомого (*б*).

приложить силу; совершаемая работа затрачивается на перенос молекул из глубины жидкости на ее поверхность (рис. 12.14). При этом увеличивается потенциальная энергия молекул, которую называют *поверхностной энергией*. Чем больше площадь поверхности, тем больше поверхностная энергия.

Работу, необходимую для увеличения площади поверхности, можно рассчитать по формуле (12.7) с помощью рис. 12.12:

$$W = F\Delta x = \\ = \gamma L \Delta x = \\ = \gamma \Delta A,$$

где Δx – перемещение подвижной стороны рамки, а ΔA – изменение площади поверхности (с обеих сторон рамки). Отсюда мы получаем

$$\gamma = W/\Delta A.$$

Таким образом, коэффициент поверхностного натяжения γ можно определить не только как силу на единицу длины, но и как работу, необходимую для того, чтобы увеличить площадь поверхности жидкости на единицу. Следовательно, γ измеряется либо в Н/м, либо в Дж/м^2. Благодаря поверхностному натяжению некоторые насекомые могут скользить по воде; тела, плотность которых больше плотности воды (стальная иголка), могут лежать на поверхности. На рис. 12.15, *а* показано, каким образом сила поверхностного натяжения не дает телу погрузиться под воду. Здесь w – вес тела в жидкости, равный разности силы тяжести и выталкивающей силы (ведь тело частично находится в жидкости). Если тело имеет сферическую форму, например кончик лапки насекомого (рис. 12.15, *б*), то сила поверхностного натяжения действует во всех точках по окружности радиусом r. Вес же тела уравновешивается вертикальной составляющей $\gamma \cos\theta$. Соответственно вертикальная составляющая силы поверхностного натяжения равна $2\pi r \gamma \cos\theta$.

Пример 12.8. Кончик лапки насекомого имеет близкую к сферической форму радиусом $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ м. Масса насекомого равна 0,0030 г, и его вес равномерно распределен между шестью лапками. Необходимо найти угол θ (рис. 12.15, *а*), если температура воды равна 20 °С.

Решение. Поскольку

$2\pi r \gamma \cos\theta = w$,

где w – одна шестая веса насекомого с шестью лапками, мы имеем

$$(6{,}28)(2{,}0 \cdot 10^{-5}\ \text{м})(0{,}072\ \text{Н/м})\cos\theta = \frac{1}{6}(3{,}0 \cdot 10^{-6}\ \text{кг})(9{,}8\ \text{м/с}^2),$$

$$\cos\theta = \frac{0{,}49}{0{,}90} = 0{,}54, \quad \theta = 57°.$$

Заметим, что если бы $\cos\theta$ оказался больше единицы, то это значило бы, что поверхностное натяжение недостаточно для того, чтобы удержать насекомое на поверхности воды.

Точность подобных расчетов невысока, поскольку радиус r «лунки» на поверхности не равен в точности радиусу тела. Однако этот метод позволяет получить приближенную оценку того, будет ли тело удерживаться на поверхности жидкости.

Мыло и стиральные порошки уменьшают поверхностное натяжение воды. Это облегчает мытье и стирку, так как высокое поверхностное натяжение чистой воды не дает ей проникать в промежутки между волокнами ткани и в мелкие поры. Вещества, понижающие поверхностное натяжение, называются *поверхностно-активными веществами* (сокращенно ПАВ).

*12.8. Капиллярность

Вы, конечно, замечали, что вода в стеклянном сосуде немного поднимается там, где она касается стенок (рис. 12.16, *а*). Говорят, что вода смачивает стекло. Ртуть, наоборот, не смачивает стекло; ее поверхность у стенок опускается (рис. 12.16, *б*). Смачивается ли жидкостью твердое тело или нет, зависит от того, что сильнее: взаимодействия между молекулами жидкости (когезия) или взаимодействия между молекулами жидкости, с одной стороны, и молекулами твердого тела – с другой (адгезия). (Силы *когезии* удерживают вместе одинаковые молекулы, а силы *адгезии* действуют между молекулами разнородных веществ.) Вода смачивает стекло потому, что молекулы воды сильнее притягиваются молекулами стекла, чем молекулами самой воды. Для ртути наблюдается обратное: когезия оказывается сильнее адгезии.

Таблица 12.4. Значения краевого угла для некоторых веществ

Вещество	Краевой угол
Вода – стекло	0°
Органические жидкости (большинство) – стекло	0°
Ртуть – стекло	140°
Вода – парафин	107°
Керосин – стекло	26°

Угол между касательной к поверхности жидкости и поверхностью твердого тела называется *краевым углом* ϕ. Его величина зависит от соотношения сил когезии и адгезии (см. рис. 12.16 и табл. 12.4). В случае когда

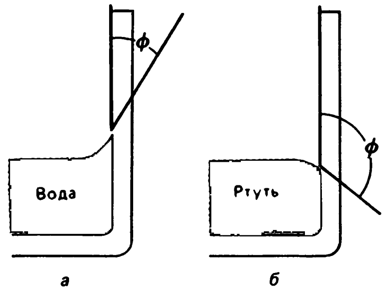

Рис. 12.16. Вода (*а*) смачивает поверхность стекла, в то время как ртуть (*б*) ее не смачивает.

$\phi < 90°$, жидкость смачивает твердое тело; когда же $\phi > 90°$, смачивания не происходит.

В трубках малого диаметра можно наблюдать, как столбик жидкости поднимается или опускается относительно уровня окружающей жидкости. Это явление называется *капиллярностью*, а тонкие трубки – капиллярами. Соотношение сил когезии и адгезии определяет, будет ли жидкость в капилляре подниматься или опускаться (рис. 12.17). В стеклянном капилляре вода поднимается, а ртуть опускается. Высота h поднятия (опускания) жидкости в капилляре зависит от поверхностного натяжения (именно оно не дает поверхности разорваться), а также от краевого угла ϕ и радиуса капилляра r. Для того чтобы вычислить h, обратимся к рис. 12.18. Поверхностное натяжение γ действует под углом ϕ по всей окружности радиусом r. В соответствии с формулой (12.7) вертикальная составляющая силы поверхностного натяжения равна $F = (\gamma \cos \phi)(L)$. Поскольку $L = 2\pi r$, мы имеем $F = 2\pi r \gamma \cos \phi$. Эта сила уравновешивается весом столбика жидкости, который можно считать цилиндром высотой h и объемом $V = \pi r^2 h$. Следовательно, можно написать, что

$$2\pi r \gamma \cos \phi = mg = \rho V g = \rho \pi r^2 h g,$$

где ρ – плотность жидкости. Отсюда находим следующее выражение для h:

$$h = \frac{2\gamma \cos \phi}{\rho g r}. \qquad (12.8)$$

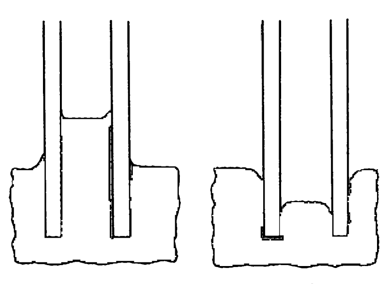

Рис. 12.17. Капиллярность. *а* стеклянный капилляр в воде; *б* – стеклянный капилляр в ртути.

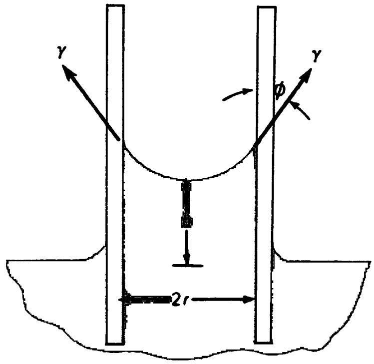

Рис. 12.18. **Жидкость в капилляре поднимается на высоту $h = 2\gamma\cos\phi/\rho g r$ (см. текст).**

Для многих жидкостей, таких, как вода в стекле, краевой угол ϕ близок к нулю, и, поскольку $\cos 0° = 1$, формула (12.8) принимает более простой вид: $h = 2\gamma/\rho g r$.

Формула (12.8) справедлива также в случае, когда жидкость в капилляре опускается; это имеет место, например, для ртути в стеклянной трубке. В этом случае $\phi > 90°$, и косинус принимает отрицательные значения. Знак минус у величины h означает, что жидкость в капилляре опускается. Из формулы (12.8) следует, между прочим, что высота поднятия (опускания) жидкости в капилляре тем больше, чем меньше радиус капилляра.

Пример 12.9. Если радиус капилляров ксилемы (системы трубочек, по которым переносятся питательные вещества внутри растений) составляет 0,0010 см, то на какую высоту может подняться в них вода под действием сил поверхностного натяжения? Будем считать $\phi = 0°$.

Решение. Полагая в (12.8) $\gamma = 0{,}072$ Н/м, находим

$$h = \frac{(2)(0{,}072\,\text{Н/м})(1)}{(1{,}0\cdot 10^3\,\text{кг/м}^3)(9{,}8\,\text{м/с}^2)(1{,}0\cdot 10^{-5}\,\text{м})} = $$

$$= 1{,}5\,\text{м}.$$

* 12.9. Отрицательное давление и когезия воды

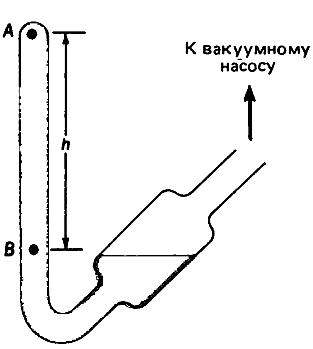

Рис. 12.19. **Создание отрицательного давления в жидкости.**

Жидкости и газы, как правило, оказывают давление на стенки сосуда, а реакция стенок сосуда направлена внутрь жидкости и газа. Давление может быть различным – от нуля до очень высоких положительных значений. Но может ли оно быть отрицательным? Как ни странно, может: при определенных обстоятельствах в жидкости (но не в газе) существует отрицательное давление.

Получить отрицательное давление непросто. Для этой цели служит установка, показанная на рис. 12.19. Закрытая с верхнего конца трубка заполняется жидкостью, а затем из правого резервуара вакуумным насосом откачивается воздух. В соответствии с формулой (12.6а) разность давлений в точках A и B равна

$$P_B - P_A = \rho g h,$$

где ρ – плотность жидкости. Когда давление в резервуаре над жидкостью становится близким к нулю, то $P_B = 0$, так как точка B находится на том же уровне, что и поверхность жидкости в резервуаре. Но тогда давление в точке A должно иметь отрицательное значение:

$$P_A = -\rho g h.$$

Естественно было бы ожидать, что по мере откачивания резервуара жидкость в трубке опустится. Но если трубка идеально чиста, а жидкость полностью свободна от примесей, то жидкость может остаться в трубке. Этим способом удавалось достигнуть отрицательных давлений до -270 атм. При отрицательном давлении жидкость неустойчива, и при малейшем возмущении она распадается на капли, причем уровень в трубке опускается.

Жидкость при отрицательном давлении как бы стягивает на себя стенки сосуда; натяжение существует во всем объеме жидкости, а не только на ее поверхности: в этом состоянии столб жидкости во многом подобен канату, который тянут за оба конца. Как это происходит? Жидкость остается сплошной средой благодаря действию сил когезии между молекулами жидкости и адгезии между молекулами жидкости и стенками сосуда. Силы когезии между молекулами воды чрезвычайно велики: прочность воды на разрыв доходит до $30 \cdot 10^6$ Н/м^2. Это те же самые силы, которые связывают воду при низких температурах в лед. Разница в том, что в жидкости молекулы обладают значительной кинетической энергией и могут свободно перемещаться по отношению друг к другу. Поэтому вода обычно не проявляет той прочности, какая наблюдается у льда: малейшие включения примесей (таких, как пузырьки воздуха) позволяют воде течь и принимать новую форму; столб жидкости при этом может падать под действием силы тяжести.

Людей давно интересовал вопрос, каким образом вода подается в верхушки высоких деревьев, таких, как вечнозеленые секвойи, имеющие порой высоту более 100 м. Вода с растворенными в ней минеральными веществами поднимается вверх по капиллярам (ксилеме). Радиус капилляров составляет от 0,01 до 0,3 мм. Как мы видели в примере 12.9, даже в самых тонких капиллярах поверхностное натяжение может поднять воду не более чем на 1,5 м. Под действием же атмосферного давления вода не поднимется выше 10 м, даже если в верхнем конце трубки создать вакуум (разд. 12.4). Поэтому нельзя объяснить подъем воды по стволу высокого дерева ни тем, ни другим явлением. В настоящее время принято считать, что, хотя указанные явления дают определенный вклад, основной механизм – в особенности для очень высоких деревьев – действует за счет сил когезии между молекулами воды и отрицательного давления. Эта теория впервые была выдвинута в конце прошлого века, но до недавних пор имела много противников. Однако в последние годы были осуществлены прямые измерения давления в ксилеме; оказалось, что давление в капиллярах действительно отрицательное и достигает иногда -25 атм у верхушки дерева. По мере испарения воды с листьев на место уходящих молекул приходят новые, и силы когезии протягивают воду снизу вверх.

Заключение

Известны три обычных агрегатных состояния (фазы) вещества: твердое, жидкое и газообразное. Как жидкости, так и газы характеризуются способностью течь (текучестью). *Плотность* вещества определяется как масса на единицу объема. *Относительная плотность* показывает, во сколько раз плотность данного вещества больше плотности воды (при температуре 4 °C).

Давление определяется как сила, действующая на единицу площади. В покоящихся жидкости и газе давление внутри в любой точке одинаково во всех направлениях. В жидкости и газе постоянной плотности ρ давление на глубине h от поверхности равно $\rho g h$, где g – ускорение свободного падения. Если плотность жидкости (газа) не постоянна, то давление P изменяется с высотой y по закону $dP/dy = -\rho g$. Внешнее давление, действующее на поверхность жидкости в открытом сосуде (например, атмосферное давление на поверхность озера), передается по всему объему жидкости без изменения; это называется *законом Паскаля*.

Давление измеряется манометрами различного типа. Прибор для измерения атмосферного давления называют барометром. За стандартное атмосферное давление на уровне моря принято значение $1{,}013 \cdot 10^5$ Н/м^2. *Избыточным давлением* называется разность между истинным и атмосферным давлением.

Закон Архимеда утверждает, что на тело, полностью или частично погруженное в жидкость (газ), действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости (газа). На этом законе основан практический способ определения плотности; этим же объясняется способность тел, плотность которых меньше плотности жидкости или газа, плавать в данной среде.

Вопросы

1. Чему равна относительная плотность а) воздуха; б) льда; в) золота?
2. Если плотность одного вещества больше плотности другого, то означает ли это, что масса молекулы первого вещества больше, чем второго?
3. Придумайте простой способ определения плотности своего тела в плавательном бассейне.
4. Пассажиры самолетов часто замечают после полета, что флакончики с духами и косметикой «подтекают». В чем причина этого явления?
5. Три сосуда на рис. 12.20 заполнены водой до одного и того же уровня; площадь дна у всех трех сосудов одна и та же. Следовательно, давление воды, а также полная сила, действующая на дно каждого сосуда, одинаковы. Однако вес воды во всех сосудах различен. Как объяснить этот «гидростатический парадокс»?

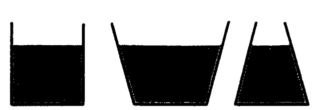

Рис. 12.20.

6. Представьте, что вы прижали к руке с одинаковой силой тупой конец карандаша и иголку. Что скорее поранит кожу? Что здесь существенно - давление или результирующая сила?

7. Пробка плавает в бутылке с водой, горлышко которой открыто. Если с помощью насоса сжимать воздух в верхней части бутылки, можно ли утопить пробку? Объясните.

8. Придумайте способ, с помощью которого можно было бы определить в плавательном бассейне массу одной из ваших ног.

9. Объясните сущность промывки золота, пользуясь полученными в этой главе сведениями.

10. Почему в морской воде держаться на поверхности легче, чем в пресной?

11. Будет ли выталкивающая сила, действующая на водолазный колокол, в точности одинаковой как на глубине, так и вблизи от поверхности? Объясните.

12. Может ли воздушный шар подняться в атмосфере на неограниченную высоту? Объясните.

13. Баржа, груженная камнем, чуть-чуть не проходит под низким мостом. Что нужно сделать - нагрузить ее сильнее или убрать часть груза?

14. Когда труднее вынуть пробку из сливного отверстия в ванне - когда ванна наполнена водой или пустая? Не противоречит ли ваш ответ закону Архимеда? Объясните.

15. Кубик льда плавает в наполненном до краев стакане. Перельется ли вода через край, когда кубик растает?

16. Почему деревянный карандаш плавает в воде горизонтально, а не вертикально? Объясните, почему он будет плавать стоймя, если к одному его концу прикрепить достаточно тяжелый грузик?

17. Стакан с водой на горизонтальной поверхности получает направленное вправо постоянное ускорение. Почему поверхность воды при этом располагается под углом к горизонтали? В какую сторону она наклонена?

18. а) Покажите, что выталкивающая сила, действующая на частично погруженное тело, приложена к той точке, где находился бы центр тяжести вытесненной жидкости. Эта точка называется ***центром плавучести***. б) Где должен находиться центр плавучести, чтобы судно было устойчиво, - выше центра тяжести, ниже его или в той же точке? Объясните.

19. Одинаково ли весят пустой воздушный шарик и надутый воздухом? Объясните.

20. Наполненный гелием воздушный шарик привязан на недлинной нитке к сиденью автомобиля. Куда он полетит, когда автомобиль будет делать левый поворот?

21. Почему тонущее судно иногда, прежде чем погрузиться, опрокидывается набок? (*Подсказка*: см. вопрос 18.)

22. Справедлив ли закон Архимеда в лифте, который а) движется с ускорением $g/2$? б) свободно падает?

23. Кусок дерева, плавая в ванне, погружается в воду на 60% своего объема, когда ванна стоит на земле. Будет ли этот кусок плавать или тонуть, если ванна находится в лифте, который а) движется с ускорением $g/2$, направленным вверх; б) движется с ускорением $g/2$, направленным вниз; в) свободно падает?

24. Небольшое количество воды доводят до кипения в жестяной 5-литровой банке из-под машинного масла. Затем жестянку снимают с огня и закрывают крышкой. Вскоре после этого банка сплющивается. В чем тут дело?

25. Иногда можно услышать, что «вода свой уровень найдет». Как это понимать?

26. Существуют ли предельная глубина, до которой ныряльщик может дышать через трубку воздухом с поверхности? Объясните.

27. Объясните, каким образом вода по сифону (рис. 12.21) может переливаться из верхнего

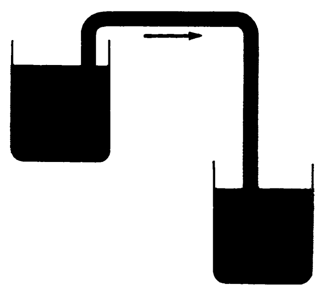

Рис. 12.21. Сифон.

сосуда в нижний, несмотря на то что часть пути ей приходится проделывать вверх. (Заметим, что для работы сифона нужно, чтобы трубка была вначале заполнена жидкостью.) Почему жидкость из каждого колена трубки не стекает вниз в сосуд?

28. На какую примерно высоту поднимется ртуть в барометре, находящемся на искусственном спутнике Земли на высоте 6400 км?

29. Почему при измерении артериального давления манжета, соединенная с манометром, одевается на руку примерно на уровне сердца?

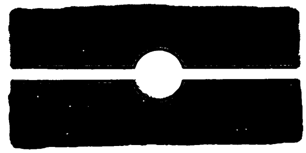

Рис. 12.22.

*30. Зачем на оконной раме делают желобок, как показано на рис. 12.22?

*31. Утка плавает на воде потому, что, чистя перья, она покрывает их слоем жира. Объясните, каким образом увеличенное поверхностное натяжение позволяет утке плавать?

Задачи

Раздел 12.1

1. (I) Объем гранитной скалы Эль-Капитан в Иосемитском национальном парке равен приблизительно 10^8 м^3. Какова ее масса?

2. (I) Чему равна масса воздуха в комнате размером 6,8 × 3,4 × 2,8 м?

3. (I) К 5,5 л антифриза ($\rho = 800$ кг/м^3) прибавляют 4,5 л воды, чтобы получить 10,0 л смеси. Какова плотность полученной смеси?

4. (I) Масса пустой бутылки равна 31,20 г; когда она заполнена водой, ее масса становится 98,44 г. При заполнении ее некоторой другой жидкостью масса составляет 88,78 г. Чему равна относительная плотность жидкости?

Раздел 12.2

5. (I) Головка звукоснимателя действует на грампластинку с силой (1,0 г) g. Какое давление оказывает игла на пластинку, если диаметр острия равен 0,0013 см. Выразите результат в единицах Н/м^2 и атм.

6. (I) На какую величину отличается давление крови на уровне макушки и у подошвы человека ростом 1,60 м, стоящего прямо?

7. (I) Какова приблизительно разность давлений воздуха на первом этаже и на крыше здания Центра международной торговли в Нью-Йорке, высота которого равна 410 м и которое расположено на уровне моря? Выразите полученный результат в процентах к нормальному атмосферному давлению на уровне моря.

8. (I) Когда вы быстро едете на машине в гору или спускаетесь с горы, вам случается ощущать щелчки в ушах. Это происходит в тот момент, когда давление за барабанной перепонкой уравнивается с наружным давлением. Если бы этого не происходило, то какая сила действовала бы на барабанную перепонку площадью 0,50 см^2 при подъеме (спуске) на 1000 м?

9. (II) Покажите, что работа, совершаемая постоянным давлением P по перемещению объема жидкости (газа) ΔV, равна $W = P\Delta V$.

10. (II) Оцените давление воздуха на вершине горы Эверест (8850 м над уровнем моря).

11. (II) С какой силой действует вода на прямоугольную плотину высотой 75 м и шириной 120 м, когда водохранилище заполнено водой доверху?

12. (II) Одно колено U-образной трубки (открытой с обоих концов) заполнено водой, другое – спиртом. Если граница раздела двух жидкостей находится точно в нижней точке U-образной трубки и столбик спирта имеет высоту 18,0 см, то какую высоту имеет столбик воды?

13. (II) Рассчитайте полную массу земной атмосферы, пользуясь известным значением атмосферного давления на уровне моря.

14. (II) Оцените плотность воды на глубине 10,0 км в океане (см. разд. 11.4 и табл. 11.1). На какую долю полученное значение отличается от плотности воды у поверхности моря?

15. (II) Выведите общую формулу для давления P на глубине h в жидкости с плотностью ρ, если жидкость вместе с сосудом движется а) с ускорением a, направленным вверх; б) с ускорением a, направленным вниз; в) с ускорением g, направленным вниз (свободное падение).

16. (II) Цилиндрическое ведро с жидкостью (плотность ρ) вращается относительно своей оси симметрии, которая направлена вертикально. Покажите, что давление на расстоянии r от оси вращения записывается в виде

$$P = P_a + (1/2)\rho\omega^2 r^2,$$

где ω – угловая скорость вращения, а P_a – давление на оси на той же глубине.

17. (II) Чистая вода устанавливается на одинаковом уровне в двух коленах U-образной трубки, концы которой сообщаются с атмосферой. В одно из колен трубки наливается другая жидкость, не смешивающаяся с водой. Вода в другом колене поднимается на 8,3 см, а ее уровень оказывается на 2,1 см выше уровня налитой жидкости. Какова плотность второй жидкости?

18. (III) Сосуд с жидкостью, находящийся в покое, получает на горизонтальной поверхности ускорение a вправо. а) Покажите, что поверхность жидкости располагается под углом $\theta = \mathrm{arctg}(a/g)$ к горизонту. б) В какую сторону наклонена поверхность жидкости? в) По какому закону изменяется давление в жидкости с глубиной, отсчитываемой от поверхности жидкости?

19. (III) Уровень воды за горизонтальной плотиной постоянной ширины b находится на высоте h. а) Используя интегрирование, покажите, что вода действует на плотину с силой $F_T = (1/2)\rho g h^2 b$. б) Покажите, что обусловленный этой силой вращающий момент, действующий на плотину, имеет плечо $h/3$. в) Какую минимальную толщину t (постоянную по всему телу плотины) должна иметь свободно стоящая бетонная плотина высотой h, чтобы не опрокинуться? Нужно ли здесь учитывать атмосферное давление? Объясните.

Разделы 12.3 и 12.4

20. (I) Нормальное систолическое артериальное давление равно 120 мм рт. ст. Переведите это значение в единицы а) торр; б) Н/м^2; в) атм.

21. (I) а) С какой силой атмосфера давит на крышку стола размером 3,2 × 1,2 м? б) Чему равна сила, действующая на ту же крышку стола снизу?

22. (I) Какое минимальное избыточное давление должно быть в водопроводе, подводящем снизу воду к зданию, чтобы вода текла из крана на 12-м этаже, на высоте 40 м?

23. (I) Левый желудочек сердца, сокращаясь, прогоняет кровь по системе кровообращения. Считая площадь внутренней поверхности желудочка равной 85 см^2, а максимальное давление крови 120 мм рт. ст., рассчитайте полную силу, развиваемую мышцами желудочка в момент, когда давление максимально.

24. (II) Предположим, что человек может понизить давление в легких на 80 мм рт. ст. ниже атмосферного. На какую высоту ему удастся втянуть воду по соломинке?

25. (II) Для измерения давления в резервуаре с кислородом используют ртутный манометр с открытой трубкой. Чему равно абсолютное давление (в паскалях) в резервуаре, если атмосферное давление составляет 1040 мбар, а уровень ртути в открытой трубке а) на 28,0 см выше и б) на 4,2 см ниже, чем в трубке, соединенной с резервуаром?

26. (II) При внутренних вливаниях иглу, введенную в руку, нередко соединяют трубочкой с сосудом, наполненным жидкостью и находящимся на некоторой высоте. Если плотность жидкости равна 1,00 г/см^3, то на какой высоте должен находиться сосуд, чтобы давление жидкости составляло а) 60 мм рт. ст.; б) 600 мм вод. ст.? Если давление крови в вене на 18 мм рт. ст. выше атмосферного, то на какой высоте должен находиться сосуд, чтобы жидкость начала поступать в вену? Под высотой h мы будем понимать расстояние по вертикали от иглы до поверхности жидкости в сосуде.

27. (II) Избыточное давление в каждой из четырех шин автомобиля массой 1800 кг равно 210 кН/м^2. Какова площадь контакта каждой шины с поверхностью земли?

28. (II) При каждом сокращении сердце прокачивает примерно 70 см^3 крови под средним давлением 105 мм рт. ст. Рассчитайте мощность сердца в ваттах при 60 ударах пульса в минуту.

29. (II) Какой будет высота столба спирта в барометре при нормальном атмосферном давлении?

Раздел 12.5

30. (I) Избыточное давление в гидравлическом подъемнике равно 16 атм. Какую наибольшую массу (в кг) может иметь поднимаемый автомобиль, если диаметр поршня в рабочем цилиндре равен 17 см?

31. (II) К поршню медицинского шприца приложена сила 3,0 Н. Если диаметр поршня 1,0 см, а диаметр канала иглы 0,20 мм, то а) какую силу жидкость должна преодолеть, чтобы выйти из иглы? б) какую силу нужно приложить к поршню, чтобы ввести жидкость в вену, в которой избыточное давление 18 мм рт. ст.?

32. (II) Для доказательства своего закона Паскаль осуществил впечатляющий опыт, показывающий, какую значительную силу может создать гидростатическое давление. Он присоединил к крышке, закрывающей винный бочонок радиусом 20 см, длинную трубку с внутренним радиусом 0,30 см. Бочонок заполнялся водой, и, когда вода в трубке доходила до уровня 12 м, бочонок разрывался. Вычислите: а) массу воды в трубке; б) результирующую силу, действующую на крышку бочонка.

Раздел 12.6

33. (I) Ареометр, описанный в примере 12.6 и помещенный в бродильный чан, погружается на глубину 22,3 см. Какова плотность жидкости в чане?

34. (I) Геолог обнаружил, что образец лунной породы массой 7,20 кг при погружении в воду имеет «кажущуюся»[1] массу 5,88 кг. Какова плотность образца?

35. (I) Чему равна выталкивающая сила, действующая в атмосфере на резервуар с водой объемом 4700 м^3?

36. (I) На какую долю объема погружается кусок железа, плавающий в ртути?

37. (II) Кусок дерева массой 0,40 кг плавает в воде, но тонет в спирте ($\rho = 790$ кг/м^3), в котором имеет «кажущуюся» массу 0,020 кг. Чему равна плотность дерева?

38. (II) Пользуясь табл. 12.1, определите, на какую долю объема кубик чистого льда погружается в стакане а) с чистой водой; б) с морской водой. в) Каким будет ответ, если опыт проводить на Луне, где ускорение свободного падения в шесть раз меньше, чем на Земле?

---

[1] Здесь автор вводит не совсем удачное понятие «кажущейся» массы m', определяемой через вес тела P' в жидкости: $P' \equiv m'g = mg - P_{\text{Арх}}$, откуда ясно, что в жидкости всегда $m' < m$.– *Прим. ред.*

г) Будут ли ваши ответы на вопросы „а" или „б" справедливы для айсберга в океане? Если да, то какой именно?

39. (II) Ведро с водой движется с направленным вверх ускорением $3{,}5g$. Какая выталкивающая сила действует на находящийся в воде кусок гранита ($\rho = 2700$ кг/м^3) массой 1,0 кг? Всплывет или не всплывет камень? Почему?

40. (II) Деревянный куб массой 4,0 кг плавает в озере, погрузившись на 50% своего объема. Какую работу нужно совершить, чтобы погрузить его полностью под воду?

41. (II) Площадь поперечного сечения грузового судна по ватерлинии 3100 м^2. Осадка судна после загрузки 6,1 м. Какова масса груза?

42. (II) Животное массой 25 кг плавает в воде, причем над водой остается объем его тела, равный 2,0 см^3. Чему равна относительная плотность тела животного?

43. (II) Небольшое тело находится во взвешенном состоянии (т.е. плавающим при полном погружении) в смеси 18% (массовых) спирта и 82% воды. Чему равна плотность тела?

44. (II) Шлюпка имеет объем 1,5 м^3 и массу 35 кг. Сколько пассажиров (масса каждого 70 кг) может выдержать шлюпка не затонув?

45. (II) Закон Архимеда можно применить не только для определения относительной плотности твердого тела с помощью жидкости известной плотности (пример 12.5), но и для решения обратной задачи. а) Рассчитайте для примера плотность жидкости, в которой алюминиевый шар массой 12,00 кг имеет «кажущуюся» массу 9,40 кг. б) Выведите простую формулу для определения плотности жидкости таким образом.

46. (II) Вычислите истинную массу (в вакууме) куска алюминия, который, будучи взвешен в воздухе, имеет массу 2,0000 кг.

47. (II) Кусок дерева ($\rho = 500$ кг/м^3) массой 520 г плавает в воде. Какой минимальной массы кусок свинца нужно привязать к нему снизу на нитке, чтобы дерево утонуло?

48. (II) Если тело плавает в воде, то его плотность можно определить, привязав к нему «грузило», достаточно тяжелое, чтобы тело утонуло. Покажите, что относительная плотность (в единицах плотности воды) тела равна $w/(w_1 - w_2)$, где w – вес тела в воздухе, w_1 – вес тела с грузилом, когда в воду погружено только грузило, и w_2 – вес тела с грузилом, когда они оба погружены.

49. (III) Два сплошных деревянных куба каждый объемом 1,00 м^3, изготовленные один из древесины плотностью 350 кг/м^3, а другой из древесины плотностью 600 кг/м^3, склеены бок о бок между собой. Если всю конструкцию погрузить в воду и удерживать так, чтобы она плавала горизонтально (т.е. плоскость склейки вертикальна), то какой момент силы будет действовать на нее?

*Раздел 12.7

*50. (I) Вычислите поверхностное натяжение γ жидкости, если сила F, необходимая для перемещения подвижной стороны рамки ($l = 0{,}075$ м) на рис. 12.12, равна $6{,}4 \cdot 10^{-3}$ Н.

*51. (II) Поверхностное натяжение жидкости можно определить, измеряя силу F, необходимую для того, чтобы оторвать от поверхности жидкости круглое платиновое кольцо радиусом r. а) Получите формулу для γ через F и r. б) Вычислите γ исследуемой жидкости, если $F = 9{,}40 \cdot 10^{-3}$ Н и $r = 3{,}5$ см (при 30 °С).

*52. (II) Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить диаметр мыльного пузыря от 3,0 до 5,0 см (см. табл. 12.3)?

*53. (II) Небольшая лужица воды на столе разбивается на 50 капель. Во сколько раз изменяется поверхностная энергия? Считайте, что лужица является плоской и имеет высоту h, а капли – это полусферы радиусом h.

*54. (III) Покажите, что внутри мыльного пузыря существует избыточное давление $\Delta P = 4\gamma/R$, где R – радиус пузыря, а γ – поверхностное натяжение. (*Подсказка*: рассматривайте пузырь в виде двух полусфер и не забудьте, что у пленки две поверхности – внешняя и внутренняя.) Этот результат справедлив для любой пленки, у которой $T = 2\gamma$ есть натяжение на единицу длины.

*Раздел 12.8

*55. (I) На какую высоту поднимается вода в стеклянном капилляре радиусом 0,12 мм?

*56. (I) Стеклянная трубка с внутренним диаметром 0,85 мм вводится в сосуд с ртутью. На какой высоте над уровнем ртути в сосуде расположится уровень ртути в трубке?

*57. (I) Когда стеклянную трубку опускают в сосуд с этиловым спиртом, уровень спирта в трубке поднимается на 3,4 мм. Чему равен диаметр трубки?

*58. (II) Карандаш диаметром 1,0 см вводят вертикально в стакан с водой. Вода смачивает карандаш, так что краевой угол равен 0°. Вычислите величину и направление действующей на карандаш силы, обусловленной поверхностным натяжением.

*59. (II) Каким должен быть диаметр капилляров ксилемы, чтобы вода поднималась на 100 м вверх по стволу дерева только за счет капиллярности?

*60. (II) На какую высоту поднимется вода за счет капиллярности между двумя плоскими стеклянными пластинками, опущенными вертикально в воду с зазором между ними 0,11 мм?