

# 16

## Звук

Понятие звука обычно ассоциируется у нас со слухом и, следовательно, с физиологическими процессами в ушах, а также с психологическими процессами в нашем мозгу (там происходит переработка ощущений, поступающих в органы слуха). Кроме того, под звуком мы понимаем физическое явление, вызывающее действие на наши уши, а именно продольные волны.

При рассмотрении звука можно выделить три основных аспекта. Во-первых, должен существовать источник звука; причем, как и для любой другой волны<sup>1)</sup>, источником звуковой волны являются колебания тела. Во-вторых, энергия переносится от источника звука в виде продольных звуковых волн. И в-третьих, звук регистрируется (воспринимается) нашим ухом или прибором. В конце настоящей главы мы изучим источники и приемники звука, а теперь остановимся на рассмотрении некоторых свойств самих звуковых волн.

### 16.1. Характеристики звука

В гл. 15 мы уже видели (рис. 15.7), как колеблющаяся кожа, которой обтянут барабан, создает в воздухе звуковую волну. Действительно, мы обычно считаем, что звук распространяется в воздухе, потому что, как правило, именно воздух контактирует с нашими барабанными перепонками и его колебания заставляют колебаться эти перепонки. Однако звуковые волны могут распространяться и в других веществах. Удары двух камней друг о друга пловец может слышать, находясь под водой, поскольку колебания передаются уху водой. Если приложить ухо к земле, то можно услышать приближение поезда или трактора. В этом случае земля не воздействует непосредственно на ваши барабанные перепонки. Однако продольную волну, распространяющуюся в земле, называют звуковой волной, поскольку ее колебания приводят к колебаниям воздуха во внешнем ухе. Действительно, продольные волны, распространяющиеся в любой мате-

<sup>1)</sup> Механической волны. – Прим. ред.

**Таблица 16.1.** Скорость звука в различных веществах при температуре 20 °С

Вещество	Скорость звука, м/с
Воздух	343
Воздух (0 °С)	331
Гелий	1005
Водород	1300
Вода	1440
Морская вода	1560
Железо и сталь	≈ 5000
Стекло	≈ 4500
Алюминий	≈ 5100
Тяжелая древесина	≈ 4000

риальной среде, часто называют звуковыми. Очевидно, звук не может распространяться в отсутствие вещества. Например, нельзя услышать звон колокола, находящегося внутри сосуда, из которого откачен воздух.

Скорость звука в различных веществах имеет разные значения. В воздухе при температуре 0 °С и давлении 1 атм звук распространяется со скоростью 331,3 м/с. В гл. 15 [формулы (15.3) и (15.4)] мы видели, что скорость зависит от модуля упругости и плотности вещества. В воздухе и других газообразных и жидкких средах

$$v = \sqrt{B/\rho},$$

где  $B$  – модуль всестороннего сжатия, а  $\rho$  – плотность среды. В гелии, плотность которого значительно меньше, чем плотность воздуха, а модуль всестороннего сжатия почти такой же, скорость звука больше почти в три раза. В жидкостях и твердых телах, которые значительно менее сжимаемы и, следовательно, имеют значительно большие модули упругости, скорость соответственно больше. Значения скорости звука в различных веществах приведены в табл. 16.1; они в небольшой степени зависят от температуры, однако эта зависимость существенна только для газов. Например, в воздухе при повышении температуры на 1 °С скорость звука возрастает приблизительно на 0,60 м/с:

$$v \approx (331 + 0,60T) \text{ м/с},$$

где  $T$  – температура в °С. Например, при 20 °С мы имеем  $v \approx [331 + (0,60)(20)]$  м/с = 343 м/с.

Для слушающего человека сразу становятся очевидными две характеристики звука, а именно его громкость и высота. Они характеризуют ощущения, возникающие в сознании сл�шателя. Однако каждой из этих субъективных характеристик соответствует величина, измеряемая физическими методами. Громкость связана с интенсивностью звуковой волны, и мы рассмотрим ее в разд. 16.3.

Высота звука показывает, является ли он высоким, как у скрипки или виолончели, или низким, как звук большого барабана или басовой струны. Физической величиной, характеризующей высоту звука, является частота колебаний звуковой волны, что впервые заметил Галилей. Чем меньше частота, тем ниже высота звука, а чем больше частота, тем звук выше<sup>1)</sup>. Человеческое ухо воспринимает частоты в диапазоне от 20 до 20 000 Гц, который называется поэтому диапазоном слышимости. Известно, что могут наблюдаться небольшие индивидуальные отклонения от диапазона слышимости. Общая тенденция состоит в

<sup>1)</sup> Хотя высота звука определяется главным образом частотой колебаний, она зависит незначительно также и от громкости. Например, очень громкий звук кажется несколько ниже звука более тихого, но имеющего ту же частоту.

том, что с возрастом люди начинают хуже слышать высокие частоты и верхний предел их диапазона слышимости может понизиться до 10 000 Гц и даже ниже.

Звуковые волны, частоты которых лежат вне диапазона слышимости, могут достигать наших ушей, однако, как правило, мы их не воспринимаем. Так, звуковые волны с частотами, превышающими 20 000 Гц, называются *ультразвуком*. (Не следует путать их со «сверхзвуком», которым обычно характеризуют тела, движущиеся со скоростью выше звуковой.) Многие животные могут воспринимать ультразвуковые частоты. Например, собаки могут слышать звуки высотой до 50 000 Гц, а летучие мыши – до 100 000 Гц. Ультразвуковые волны имеют множество применений в медицине и других областях науки и техники.

Звуковые волны, частоты которых лежат ниже диапазона слышимости (т. е. меньше 20 Гц), называются *инфразвуком*. Источниками инфразвука являются землетрясения, удары грома, извержения вулканов, а также волны, возникающие при вибрациях тяжелых станков и другого оборудования. Последний источник может быть особенно опасен для рабочих, потому что воздействие инфразвуковых волн – хотя их и не слышно – может приводить к вредным последствиям для человеческого организма. Эти низкочастотные волны вызывают явления резонансного типа, сопровождающиеся движением и раздражением внутренних органов человека.

## 16.2. Математическое описание продольных волн

В разд. 15.4 было показано, что одномерная синусоидальная волна, распространяющаяся вдоль оси  $x$ , может быть описана выражением (15.10в):

$$D = D_M \sin(kx - \omega t); \quad (16.1)$$

здесь волновое число  $k$  связано с длиной волны  $\lambda$  соотношением  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\omega = 2\pi f$  ( $f$  – частота),  $D$  – смещение в точке  $x$  в момент времени  $t$  и  $D_M$  – максимальное значение этого смещения (амплитуда). Смещение  $D$  поперечной волны, такой, как волна на струне, перпендикулярно направлению распространения волны вдоль оси  $x$ . Однако смещение продольной волны направлено *вдоль направления распространения волны*. Это значит, что  $D$  параллельно  $x$  и представляет собой смещение мельчайших частиц объема вещества относительно положения их равновесия.

Продольные (звуковые) волны можно также рассматривать с точки зрения изменений давления, а не объема; действительно, продольные волны нередко называют *волнами давления*. Изменение давления обычно легче измерять, чем смещение (см. пример 16.2). Как можно видеть из рис. 15.7, в области «сжатия» волны (там, где молекулы находятся ближе друг к другу) давление выше нормального, тогда как в области разрежения оно ниже

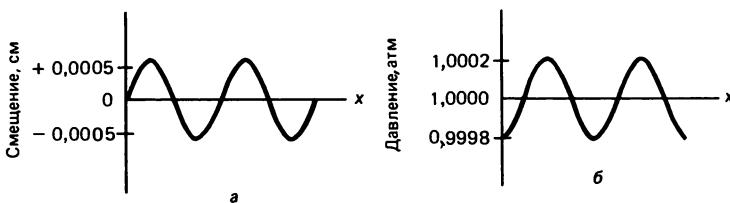


Рис. 16.1. Графическое представление звуковой волны через смещение (а) и давление (б).

нормального. Графическое изображение звуковой волны в воздухе с точки зрения смещения представлено на рис. 16.1, а, а с точки зрения давления – на рис. 16.1, б. Заметим, что волна смещения отличается по фазе от волны давления на четверть длины волны (или на  $90^\circ$ ); там, где давление достигает максимума или минимума, смещение равно нулю, а где изменение давления равно нулю, смещение максимально или минимально. Почему так происходит, мы вскоре выясним.

Получим теперь выражение для изменения давления в бегущей продольной волне. По определению модуля всестороннего сжатия  $B$  [см. формулу (11.7а)] мы имеем

$$\Delta P = -B(\Delta V/V),$$

где  $\Delta V/V$  – относительное изменение объема среды, вызванное изменением давления  $\Delta P$ . Для удобства обозначим через  $p$  отклонение давления от нормального значения  $P$  в отсутствие волны, т. е. положим  $p = \Delta P$ ; таким образом,

$$p = -B(\Delta V/V).$$

Знак минус здесь отражает тот факт, что с ростом давления объем уменьшается ( $\Delta V < 0$ ). Рассмотрим теперь слой жидкости или газа, через который проходит продольная волна. Если этот слой имеет толщину  $\Delta x$  и площадь  $A$ , то его объем равен  $V = A\Delta x$ . В результате изменения давления в волне этот объем изменится на величину  $\Delta V = A\Delta D$ , где  $\Delta D$  – изменение толщины слоя благодаря его сжатию или растяжению. (Напомним, что  $D$  представляет собой смещение частиц среды.) Таким образом, имеем

$$p = -B(A\Delta D)/(A\Delta x).$$

Для большей точности перейдем к пределу при  $\Delta x \rightarrow 0$ . Тогда мы можем переписать предыдущее выражение в виде

$$p = -B(\partial D / \partial x), \quad (16.2)$$

где мы воспользовались частной производной, поскольку  $D$  является функцией как  $x$ , так и  $t$ . Если смещение является синусоидой, определяемой выражением (16.1), то из (16.2) получим

$$p = -(BD_M k) \cos(kx - \omega t). \quad (16.3)$$

Таким образом, давление, как и смещение, изменяется

синусоидально, но отличается от смещения по фазе на  $90^\circ$ , или на четверть длины волны (рис. 16.1). Величина  $BD_M k$  называется амплитудой давления  $p_M$ ; она указывает максимальное и минимальное значения, которых достигает давление при отклонении от нормального давления окружающей среды. Поскольку скорость волны дается выражением  $v = \sqrt{B/\rho}$ , амплитуду давления можно записать следующим образом:

$$p_M = BD_M k = \rho v^2 D_M k = 2\pi \rho v D_M f, \quad (16.4)$$

и

$$p = -p_M \cos(kx - \omega t). \quad (16.5)$$

### 16.3. Интенсивность звука

Подобно высоте звука, громкость связана с ощущением, возникающим в сознании человека. Она тоже связана с физически измеримой величиной, а именно с интенсивностью волны. Интенсивность определяется как энергия, переносимая волной за единицу времени через единичную площадь. Как мы видели в предыдущей главе, она пропорциональна квадрату амплитуды волны.

Человеческое ухо способно воспринимать звуки с интенсивностью вплоть до  $10^{-12} \text{ Вт}/\text{м}^2$  (порог слышимости) и до  $1 \text{ Вт}/\text{м}^2$  (так называемый порог болевого ощущения). Человек может слышать и более интенсивные звуки, однако при этом он будет испытывать боль. Это невероятно широкий диапазон интенсивностей; крайние его значения различаются в  $10^{12}$  раз. По-видимому, из-за этого величина, которую мы воспринимаем как громкость, не прямо пропорциональна интенсивности. Действительно, чем больше интенсивность, тем звук громче. Однако, чтобы создать звук в два раза большей громкости, потребуется звуковая волна, интенсивность которой будет превосходить интенсивность первоначальной волны в десять раз. Это утверждение справедливо в первом приближении при любом уровне громкости. Например, средний человек воспринимает звуковую волну интенсивностью  $10^{-9} \text{ Вт}/\text{м}^2$  как звучащую в два раза громче волну интенсивностью  $10^{-10} \text{ Вт}/\text{м}^2$ . Волна, имеющая интенсивность  $10^{-2} \text{ Вт}/\text{м}^2$ , звучит в два раза громче, чем волна интенсивностью  $10^{-3} \text{ Вт}/\text{м}^2$ , и в четыре раза громче, чем волна интенсивностью  $10^{-4} \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

Из-за этого соотношение между субъективным ощущением громкости и физически измеримой величиной интенсивности уровня интенсивности звука определяют обычно, используя логарифмическую шкалу. Единицей этой шкалы является бел (Б) или, что чаще встречается, децибел (дБ), который равен одной десятой бела ( $1 \text{ дБ} = 0,1 \text{ Б}$ ). По определению уровень громкости  $\beta$  любого звука вычисляется через интенсивность данного звука  $I$  следующим

образом:

$$\beta \text{ (в дБ)} = 10 \lg(I/I_0), \quad (16.6)$$

где  $I_0$  – интенсивность, принимаемая за исходную, а логарифм берется по десятичному основанию. В качестве  $I_0$  обычно берется порог слышимости, а именно интенсивность самого тихого звука, который еще способен слышать средний человек, причем  $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ . Так, например, уровень громкости звука интенсивностью  $I = 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^2$  равен

$$\beta = 10 \lg\left(\frac{10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 10 \lg 100 = 20 \text{ дБ},$$

поскольку  $\lg 100 = 2,0$ . Заметим, что на пороге слышимости уровень громкости равен 0 дБ, т.е.  $\beta = 10 \lg(10^{-12}/10^{-12}) = 10 \lg 1 = 0$ , поскольку  $\lg 1 = 0$ . Следует также заметить, что при увеличении интенсивности в 10 раз уровень громкости увеличивается на 20 дБ. Таким образом, звук 50 дБ оказывается в 100 раз интенсивнее звука в 30 дБ и т. п.

В табл. 16.2 приведены интенсивности и уровни громкости для некоторых часто встречающихся звуков.

Таблица 16.2. Интенсивность звука от различных источников

Источник звука	Уровень громкости, дБ	Интенсивность, $\text{Вт/м}^2$
Реактивный самолет (на расстоянии 30 м от него)	140	100
Любой источник звука на пороге болевого ощущения	120	1
Рок-музыка в закрытом помещении	120	1
Сирена (на расстоянии 30 м от нее)	100	$1 \cdot 10^{-2}$
Шум в салоне автомобиля, движущегося со скоростью около 100 км/ч	75	$3,2 \cdot 10^{-5}$
Интенсивное уличное движение	70	$1 \cdot 10^{-5}$
Обычный разговор (на расстоянии 50 см от него)	65	$3,2 \cdot 10^{-6}$
Радио (негромкое)	40	$1 \cdot 10^{-8}$
Шепот	20	$1 \cdot 10^{-10}$
Шум листвы	10	$1 \cdot 10^{-11}$
Любой источник звука на пороге слышимости	0	$1 \cdot 10^{-12}$

**Пример 16.1.** Громкоговоритель высокого качества рассчитан на воспроизведение на максимальном уровне громкости звуков с частотой от 30 до 18 000 Гц (уровень громкости не должен отличаться от нулевого более чем на 3 дБ). Во сколько раз изменяется интенсивность звука при максимальном изменении уровня громкости (3 дБ)?

**Решение.** Обозначим среднюю интенсивность через  $I_1$ , а средний уровень громкости через  $\beta_1$ . При этом максимальная интенсивность  $I_2$  соответствует уровню громкости  $\beta_2 = \beta_1 + 3 \text{ дБ}$ . Таким образом,

$$\begin{aligned} \beta_2 - \beta_1 &= 10 \lg(I_2/I_0) - 10 \lg(I_1/I_0), \\ 3 \text{ дБ} &= 10 [\lg(I_2/I_0) - \lg(I_1/I_0)] = \\ &= 10 \lg(I_2/I_1), \end{aligned}$$

поскольку  $\lg a - \lg b = \lg(a/b)$ . Тогда  $\lg(I_2/I_1) = 0,30$ .

С помощью калькулятора вычислим  $10^x$  при  $x = 0,30$  или с помощью таблицы логарифмов найдем число, логарифм ко-

торого равен 0,30. Это число равно 2,0, так что

$$I_2/I_1 = 2,0,$$

т.е. интенсивность  $I_2$  в два раза больше, чем  $I_1$ .

Следует заметить, что изменение уровня громкости на 3 дБ (соответствующее, как мы только что видели, удвоенной интенсивности) приводит лишь к очень небольшому изменению субъективно воспринимаемой (т. е. слышимой) громкости. Действительно, ухо среднего человека способно различать разность уровней громкости звучания лишь около 1 дБ.

Интенсивность  $I$ , как мы видели в гл. 15, пропорциональна квадрату амплитуды. Действительно, выражение (15.7) позволяет количественно связать амплитуду с интенсивностью  $I$  или с уровнем громкости  $\beta$ , что и показано в следующем примере.

**Пример 16.2.** а) Вычислим максимальное смещение молекул воздуха для звука на пороге слышимости. Частота звука равна 1000 Гц. б) Определим максимальное изменение давления в этой звуковой волне.

**Решение.** а) Воспользуемся выражением (15.7) и вычислим  $D_M$ :

$$D_M = (1/\pi f) \sqrt{I/2\rho v} = \frac{1}{3,14(1,0 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1})} \times \\ \times \sqrt{\frac{1,0 \cdot 10^{-12} \text{ Вт/м}^2}{(2)(1,29 \text{ кг/м}^3)(331 \text{ м/с})}};$$

здесь мы учли, что плотность воздуха равна  $1,29 \text{ кг/м}^3$ , а скорость звука в воздухе при температуре  $0^\circ\text{C}$  равна  $331 \text{ м/с}$ . Выполнив арифметические действия, получим  $D_M = 1,0 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ .

б) Из соотношения (16.4) находим

$$p_M = 2\pi\rho v D_M f = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ Па},$$

$$\text{или } 2,7 \cdot 10^{-10} \text{ атм.}$$

Полученный в этом примере результат показывает, насколько чувствительно человеческое ухо. Оно может улавливать перемещения молекул воздуха, которые на самом деле даже меньше, чем диаметр атома (около  $10^{-10} \text{ м}$ !).

Используя выражения (15.7) и (16.4), можно записать интенсивность через амплитуду давления  $p_M$ :

$$I = 2\pi^2 v \rho f^2 D_M^2 = 2\pi^2 v \rho f^2 (p_M/2\pi\rho v f)^2 = p_M^2/2v\rho. \quad (16.7)$$

Таким образом, интенсивность, записанная через амплитуду давления, не зависит от частоты. Используя приборы, измеряющие изменения давления, можно сравнивать непосредственно интенсивности звуков, имеющих различные частоты. [Мы не могли бы это сделать с помощью прибора, измеряющего перемещение; см. выражение (15.7).]

Обычно при удалении от источника громкость или интенсивность звука уменьшается. В закрытых помеще-

ниях этот эффект ослабляется из-за отражения звука от стен. Однако, если источник звука находится на открытом воздухе, так что звук может распространяться свободно во всех направлениях, интенсивность уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния:

$$I \sim 1/r^2,$$

как мы показали в разд. 15.3 [см. выражение (15.8)]. При наличии значительного отражения от строений или от поверхности земли ситуация, очевидно, существенно усложнится.

**Пример 16.3.** Уровень громкости звука от реактивного самолета на расстоянии 30 м от него равен 140 дБ. Каков уровень громкости на расстоянии от него 300 м? (Отражением от земли пренебречь.)

**Решение.** Вычислим интенсивность  $I$  на расстоянии 30 м от самолета по формуле (16.6):  $140 \text{ дБ} = 10 \lg I / (10^{-12} \text{ Вт}/\text{м}^2)$ . Преобразуя это выражение, находим  $I =$

$= 10^2 \text{ Вт}/\text{м}^2$ . На расстоянии 300 м (в десять раз дальше) от самолета интенсивность будет в  $(10/1)^2 = 100/1$  раз меньше, т.е. будет равна  $1 \text{ Вт}/\text{м}^2$ . Следовательно, уровень громкости  $\beta = 10 \lg(1/10^{-12}) = 120 \text{ дБ}$ . Даже на расстоянии 300 м звук будет вызывать боль в ушах. Именно поэтому работники аэропортов одевают защитные наушники, чтобы предохранить уши от повреждения.

## 16.4. Источники звука: колеблющиеся струны и столбы воздуха

Источником любого звука являются колебания тел. Практически любое тело может колебаться и, следовательно, служить источником звука. Рассмотрим теперь некоторые простые источники звука, в частности музыкальные инструменты. В музыкальных инструментах источник звука приводится в состояние колебаний, когда производят удары, перебирают струны, водят по струнам смычком или вдувают воздух. При этом возникают стоячие волны и тело колеблется с его собственной резонансной частотой. У барабана колеблется натянутая мембрана, изготовленная, как правило, из кожи. Ксилофоны и металлофоны имеют деревянные или металлические пластинки, которые можно заставить колебаться. В колоколах, цимбалах и гонгах также находят применение колебания металлических частей. Наиболее широко распространенные инструменты используют колеблющиеся струны. К ним относятся скрипка, гитара и фортепиано. Не менее распространены и другие инструменты, в которых возникают колебания столба воздуха, например флейта, труба и орган.

В гл. 15 (рис. 15.26) мы показали, каким образом на струне возникают стоячие волны, что лежит в основе действия всех струнных инструментов. Высота звука обычно определяется наименьшей резонансной, основной, частотой, которая соответствует наличию узлов только на концах струны. Длина волны колебаний основной частоты (основного тона) равна удвоенной длине струны.

Следовательно, основная частота равна  $f = v/\lambda = v/(2L)$ , где  $v$  – скорость распространения волны по струне. Когда музыкант прикасается пальцем к струне, скажем, на гитаре или скрипке, эффективная длина струны сокращается; поэтому возникает более высокий звук, поскольку длина волны основного колебания укорачивается. Все струны гитары или скрипки имеют одинаковую длину. Они звучат с разной высотой тона, так как имеют различную массу  $\mu$ , приходящуюся на единицу длины (линейную плотность), которая влияет на скорость [см. выражение (15.2)]  $v = \sqrt{F_t/\mu}$ . (Натяжение струн может быть также различным; изменяя натяжение, можно настроить инструмент.) Таким образом, скорость распространения волны по более массивной струне меньше, и, следовательно, при той же длине волны соответствующая частота будет меньше. В фортепиано и других клавишных инструментах каждая струна отличается по длине от остальных. Для извлечения более низких нот струны должны быть не только массивнее, но и длиннее; проиллюстрируем это на следующем примере.

**Пример 16.4.** Самая высокая нота фортепиано имеет звук с частотой, превосходящей в 150 раз частоту звука самой низкой ноты. Струна для извлечения самой высокой ноты имеет длину 5,0 см. Допустим, что струна для извлечения самой низкой ноты имеет ту же массу, приходящуюся на единицу длины, и обладает тем же натяжением. Какова длина этой струны?

**Решение.** Скорость распространения звуковых колебаний в каждой струне будет одинакова, поэтому частота обратно

пропорциональна длине  $L$  струны ( $f = v/\lambda = v/2L$ ). Таким образом

$$L_{\text{н}}/L_{\text{в}} = f_{\text{в}}/f_{\text{н}},$$

где индексы «н» и «в» соответствуют самой низкой и самой высокой нотам. Отсюда находим  $L_{\text{н}} = L_{\text{в}}(f_{\text{в}}/f_{\text{н}}) = (5,0 \text{ см}) \times (150) = 750 \text{ см, или } 7,5 \text{ м. Для фортепиано это слишком большая длина, и, чтобы выйти из положения, для извлечения низких нот струны делают толще (массивнее), так что даже на больших роялях длина струн не превышает 3 м.}$

Звук струнных инструментов будет очень тихим, если извлекать его только при помощи колеблющихся струн, поскольку струны просто слишком тонки для того, чтобы сжимать и разрежать большие объемы воздуха. Поэтому в струнных инструментах применяется своего рода механический усилитель, а именно дека, усилительное действие которой основано на том, что в контакт с воздухом приводится значительно большая поверхность. При колебаниях струн дека тоже колеблется. Поскольку площадь деки, соприкасающаяся с воздухом, значительно больше площади струны, она может создавать значительно более интенсивную звуковую волну и таким образом усиливать звук. В электрогитаре дека такого значения не имеет, поскольку колебания ее струн усиливаются при помощи электрических устройств.

Инструменты, такие, как деревянные духовые, медные

духовые и органы, создают звук за счет колебаний стоячих волн в воздушном столбе внутри трубы. Стоячие волны могут возникать в воздухе, находящемся в любой полости, однако, за исключением полостей простой формы (например, узкой длинной трубы), выполнить расчет частот этих волн очень трудно. Так обстоит дело с большинством духовых инструментов. При игре на некоторых инструментах музыкант, вибрируя языком или губами, вызывает колебания в воздушном столбе. В других инструментах поток воздуха направляется на край отверстия или мундштук, что приводит к возникновению турбулентности, вследствие которой происходят колебания. Под действием возмущения (независимо от его источника) внутри трубы музыкального инструмента возникают колебания со множеством частот, однако из них остается лишь несколько устойчивых частот, соответствующих стоячим волнам. Когда мы рассматривали струну, закрепленную на обоих концах, было показано, что на обоих ее концах стоячие волны имеют узлы (точки, где отсутствует движение). По всей длине струны образуется одна или более пучностей (точки, где амплитуда колебаний максимальна). Каждая пара пучностей также разделена узлом. Стоячая волна, имеющая наименьшую частоту, соответствует единственной пучности и называется основной частотой. Стоячие волны с более высокими частотами называются обертонами или гармониками. Как правило, первой гармоникой называют основную частоту, вторая гармоника имеет частоту, равную удвоенной основной, и т. д. (см. рис. 15.26).

Аналогичная ситуация имеет место и для столба воздуха, однако нужно помнить, что в этом случае колеблется сам воздух. Так, воздух в закрытом конце трубы должен будет образовывать узел (смещения), поскольку в этом месте воздух не может двигаться свободно. При этом на открытом конце трубы будет образовываться пучность, поскольку там воздух может двигаться свободно. Внутри трубы частицы воздуха колеблются в виде продольных стоячих волн. Возможные типы, или моды, колебаний для трубы, открытой с обеих сторон (называемой *открытой трубой*), и для трубы, открытой с одной стороны и закрытой с другой (так называемая *закрытая труба*), изображены графически на рис. 16.2. Графики показывают амплитуду смещения колеблющихся частиц воздуха внутри труб. Пучности не возникают в точности у открытых концов трубы; их положение зависит от диаметра трубы. Если диаметр трубы мал по сравнению с ее длиной (что обычно имеет место), то пучности возникают очень близко к концу трубы, что и показано на рисунке. (На положение пучности влияют также длина волны и другие факторы.)

Сначала рассмотрим открытую трубу (рис. 16.2, а). Открытая труба имеет пучности смещений частиц воздуха

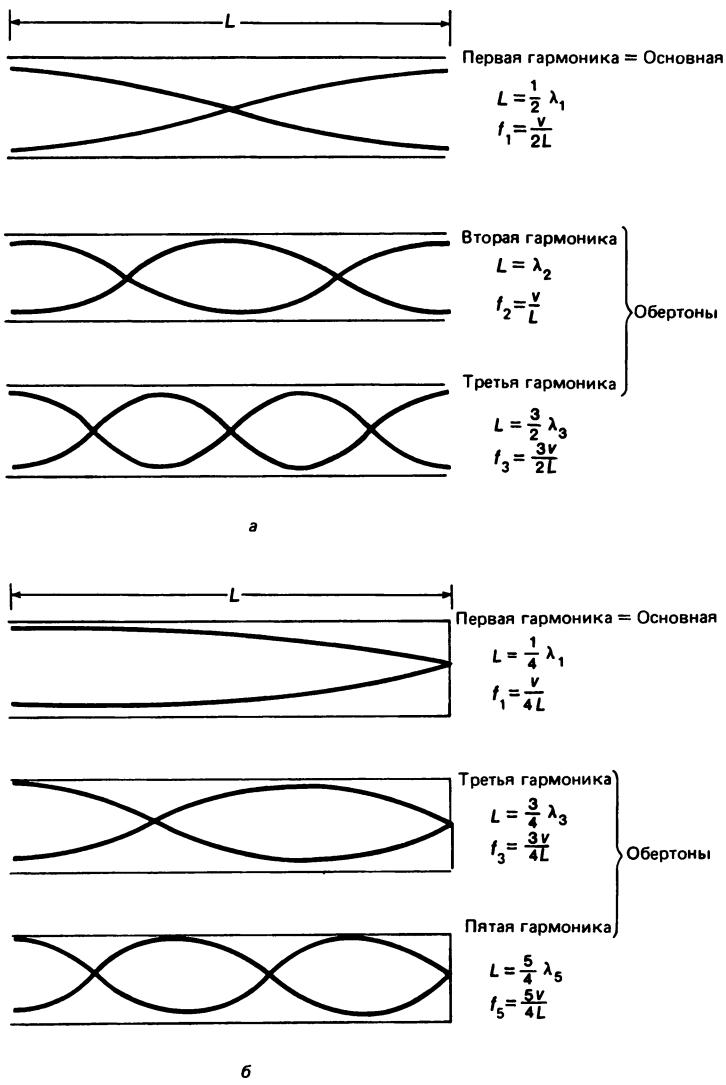


Рис. 16.2. Моды колебаний (стоячие волны) для открытой трубы (а) и закрытой трубы (б).

на обоих концах. Заметим, что для того, чтобы существовала стоячая волна, внутри трубы должен быть по крайней мере один узел. Это соответствует основной частоте трубы. Поскольку расстояние между соседними узлами или соседними пучностями равно  $\lambda/2$ , в этом случае внутри трубы умещается половина длины волны:  $L = \lambda/2$ , и основная частота равна  $f_1 = v/\lambda = v/2L$ , где  $v$  — скорость звука в воздухе. Стоячая волна, имеющая два узла, представляет собой первый обертон, или вторую гармонику колебаний. Длина волны этих колебаний равна половине длины волны основного тона ( $L = \lambda$ ), а частота в два раза больше. Действительно, частота каждого обертона кратна основной частоте. Это полностью совпадает с тем, что было найдено для струны.

В закрытой трубе (рис. 16.2, б) на ее закрытом конце всегда возникает узел смещений, а на открытом конце — пучность. Поскольку расстояние между узлом и ближайшей пучностью равно  $\lambda/4$ , на основной частоте колебаний внутри трубы будет умещаться только четверть длины волны:  $L = \lambda/4$ . Таким образом, основная частота равна  $f_1 = v/4L$ , т. е. половине основной частоты в открытой трубе той же длины. Существует и другое отличие; как видно из рис. 16.2, б, в закрытой трубе имеются только нечетные гармоники, т. е. частоты обертонов равны основной частоте, умноженной на 3, 5, 7, ... . Звуковая волна, частота которой равна частоте основной волны, умноженной на 2, 4, ..., не может иметь узел на одном конце и пучность на другом, а, значит, стоячие волны такой частоты в закрытой трубе не могут существовать.

В органах применяются как открытые, так и закрытые трубы. Звуки различной высоты извлекаются из органа посредством различных труб, длина которых меняется от нескольких сантиметров до 5 м и более. Другие духовые музыкальные инструменты действуют либо как открытая труба, либо как закрытая. Например, флейта представляет собой открытую трубу, поскольку она открыта не только с той стороны, с которой в нее дует музыкант, но также и с противоположной. Звуки различной высоты получают при игре на флейте и многих других инструментах, укорачивая длину трубы, т. е. открывая отверстия по ее длине. В трубе, напротив, нажатие на клапаны увеличивает длину столба воздуха. Во всех этих инструментах увеличение длины колеблющегося воздушного столба соответствует понижению частоты звука.

Графики на рис. 16.2 показывают *смещение* частиц воздуха в стоячих волнах. Однако *давление* будет отставать по фазе на  $90^\circ$  от смещения так же, как и в случае бегущей волны. Таким образом, на открытом конце трубы будет возникать узел давления (что понятно, поскольку на открытом конце труба соседствует с атмосферой), а пучности давления будут возникать на закрытом конце трубы.

**Пример 16.5.** Чему равны основные частоты и первые три обертона трубы органа длиной 26 см при температуре  $20^\circ\text{C}$ , если она а) открыта; б) закрыта?

**Решение.** При температуре  $20^\circ\text{C}$  скорость звука в воздухе равна 343 м/с (разд. 16.1). а) Для открытой трубы основная частота равна

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ м/с}}{2(0,26 \text{ м})} = 660 \text{ Гц.}$$

Обертоны, включающие все гармоники,

имеют частоты 1320, 1980, 2640 Гц и т. д.

б) Из рис. 16.2 видно, что

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ м/с}}{4(0,26 \text{ м})} = 330 \text{ Гц.}$$

Однако в этом случае будут присутствовать только нечетные гармоники, так что частоты первых трех обертонов равны соответственно 990, 1650 и 2310 Гц.

**Пример 16.6.** Флейта устроена таким образом, что при всех закрытых отверстиях ее звук соответствует ноте «до» пер-

вой октавы (264 Гц) в качестве основной частоты. Определите приближенно, чему равно расстояние от мундштука до конца флейты. (Заметим, что это расстояние можно определить только приближенно, поскольку пучность не возникает точно в мундштуке.) Считайте, что температура воздуха равна 20 °С.

**Решение.** Скорость звука в воздухе при температуре 20 °С равна 343 м/с (разд. 16.1). Тогда в соответствии с рис. 16.2 основная частота  $f_1$  связана с длиной колеблющегося столба воздуха  $L$  соотношением  $f_1 = v/2L$ . Отсюда мы находим, что расстояние от мундштука до конца флейты равно

$$L = \frac{v}{2f_1} = \frac{343 \text{ м/с}}{(2)(264 \text{ с}^{-1})} = 0,650 \text{ м.}$$

**Пример 16.7.** У флейты, рассмотренной

в примере 16.6, закрыты все отверстия. Какова будет частота извлекаемого из нее звука при температуре 10 °С?

**Решение.** Длина  $L$  флейты по-прежнему равна 65,0 см. Однако теперь скорость звука будет меньше, поскольку при уменьшении температуры на 1 °С она уменьшается на 0,60 м/с. При падении температуры до 10 °С скорость уменьшится на 6 м/с и станет равной 337 м/с. Частота звука будет равна

$$f = \frac{v}{2L} = \frac{337 \text{ м/с}}{2(0,650 \text{ м})} = 259 \text{ Гц.}$$

Этот пример показывает, почему музыканты, играющие на духовых инструментах, некоторое время «прогревают» свои инструменты, чтобы они правильно звучали. Воздействие температуры на струнные инструменты значительно слабее.

## \*16.5. Качество звука

Каждый раз, когда мы слышим звук, особенно музыкальный, мы воспринимаем его громкость, высоту, а также третье его свойство – «качество». Например, если на фортепиано, а затем на гобое берут ноту одинаковой громкости и одной высоты (допустим, «до» первой октавы), получившиеся звуки будут явственно различаться. Мы никогда не перепутаем звук фортепиано и гобоя. Отличать звук одного инструмента от другого нам помогает **качество звука**<sup>1)</sup>; в музыке также используют термины *тембр* и *тональная окраска* звука.

Так же как громкость и высоту звука, качество звука можно связать с физически измеримыми величинами. Качество звука определяется наличием обертонов – их числом и относительными амплитудами. Вообще говоря, когда на музыкальном инструменте берут ноту, в звуке одновременно присутствуют как основная частота, так и обертоны. На рис. 15.13 мы видели, каким образом наложение трех волн – в данном случае волны основной частоты и первых двух обертонов (с определенными амплитудами) – приводит к сложной результирующей волне. Разумеется, в звуке обычно содержатся более двух обертонов.

У различных музыкальных инструментов относительные амплитуды разных обертонов оказываются различными. Именно это придает звуку каждого инструмента

<sup>1)</sup> Заметим, что «качество» в рассматриваемом здесь смысле не относится к тому, хороший звук или плохой, или же к качеству труда, вложенного в изготовление инструмента.

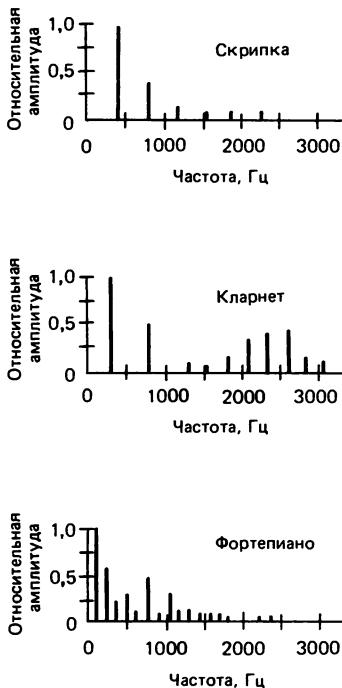


Рис. 16.3. Спектры звука некоторых инструментов.

характерное для него качество, или тембр. График, показывающий относительные величины гармоник звука, издаваемого определенным инструментом, называется спектром звука. Некоторые типичные примеры спектров звука различных инструментов показаны на рис. 16.3. Обычно наибольшую амплитуду звук имеет на основной частоте, и именно эта частота воспринимается нами как высота звука.

Способ игры на музыкальном инструменте существенно влияет на качество звука. Например, перебирая струны скрипки, мы получим совсем иной звук, чем тогда, когда мы водим по струнам смычком. Спектр звука в самом начале (или в конце) звучания ноты (например, в момент удара молоточка по струне фортепиано) может значительно отличаться от спектра звука при дальнейшем звучании ноты. Это тоже влияет на субъективные особенности качества звучания инструмента.

Часто встречающийся звук, подобный тому, который получается при ударе двух камней друг о друга, представляет собой шум, характеризуемый определенным качеством, однако определенную высоту этого звука выделить невозможно. Такой шум характеризуется большим числом частот, которые слабо связаны друг с другом. Если изобразить спектр звука такого шума, то на нем не будет отдельных линий, как на спектрах, показанных на рис. 16.3. Он будет представлять собой непрерывный или почти непрерывный спектр частот.

## 16.6. Интерференция звуковых волн, биения

В разд. 15.8 мы показали, что при прохождении двух когерентных волн одновременно через один участок пространства эти волны интерферируют друг с другом. Поскольку такая интерференция возникает в волнах любого типа, мы вправе ожидать, что звуковые волны тоже будут интерферировать, что и имеет место в действительности.

В качестве простого примера рассмотрим два громкоговорителя *A* и *B*, находящиеся на расстоянии *d* друг от друга на сцене зала (рис. 16.4). Будем считать, что оба громкоговорителя испускают звуковые волны на одной (одинаковой для обоих) частоте и находятся в фазе друг с другом; последнее означает, что один громкоговоритель создает сжатие воздуха одновременно с другим. Концентрические линии на рис. 16.4 показывают пучности звуковых волн, исходящих из каждого громкоговорителя. Разумеется, необходимо помнить, что в звуковой волне пучность представляет собой сжатие воздуха, а впадина между двумя пучностями – разрежение воздуха. Человек (или приемник звука), находящийся в точке *C*, расположенной на одинаковом расстоянии от каждого громкого-

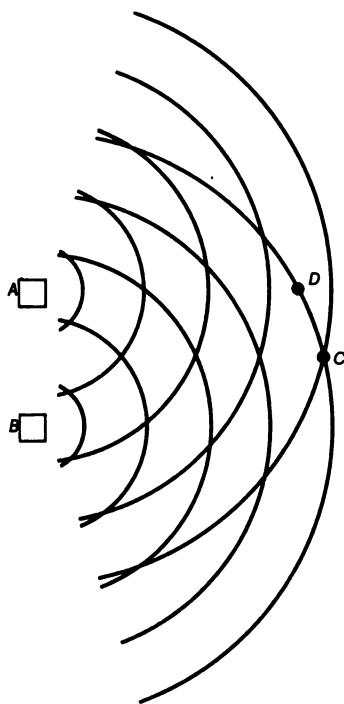


Рис. 16.4. Звуковые волны, исходящие из двух громкоговорителей, интерферируют.

ворителя, будет слышать громкий звук, поскольку в этой точке интерференция будет происходить с **усилением** волн. В точках же, таких, как *D* на рис. 16.4, будет слышен слабый звук или вообще не слышно никакого звука. В этих точках интерферирующие волны взаимно ослабляют друг друга: сжатие одной волны накладывается на разрежение другой и наоборот (см. рис. 15.21 и соответствующее обсуждение для волн на поверхности воды в разд. 15.8). Все это можно рассмотреть более просто, если профили волн представить графически, как на рис. 16.5. Мы видим, что интерференция с **усилением** имеет место в точке *C*, поскольку в этой точке обе волны одновременно имеют пучность или впадину. То, что происходит в точке *D*, показано на рис. 16.5, б. Волна, исходящая из громкоговорителя *B*, должна пройти большее расстояние, чем волна, исходящая из *A*. Поэтому волна, исходящая из *B*, запаздывает относительно волны, исходящей из *A*. Точка *E* выбрана на рисунке таким образом, что расстояние *ED* равно расстоянию *AD*. Таким образом, если расстояние *BE* точно равно половине длины волны звука, то в точке *D* обе волны будут находиться точно в противофазе и, следовательно, погасят друг друга. Эта закономерность может служить критерием определения точек, в которых происходит интерференция с **ослаблением**: такая интерференция имеет место в точках, расстояние от которых до первого громкоговорителя больше, чем расстояние до второго, точно на половину длины волны. Заметим, что если это дополнительное расстояние (*BE* на рисунке) равно целой длине волны (или 2, 3, ... длинам волн), то обе волны находятся в фазе и **интерференция происходит с усилением**. Если расстояние *BE* равно  $1/2$ ,  $3/2$ ,  $5/2$ , ... длин волн, то мы имеем **интерференцию с ослаблением**.

Если громкоговоритель испускает волны всех частот, то в произвольной точке, такой, как *D*, интерференция с **ослаблением** происходит не для всех волн. Согласно приведенному выше критерию, интерференция с **ослаблением** будет иметь место лишь для волн с определенной длиной.

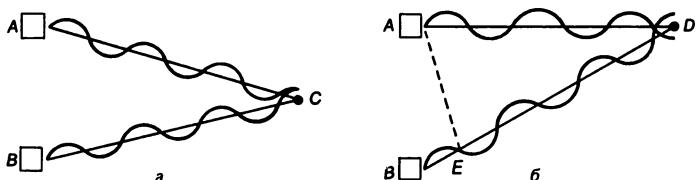


Рис. 16.5. Звуковые волны от громкоговорителей *A* и *B* (см. рис. 16.4) создают в точке *C* усиливающую интерференцию, а в точке *D* гасящую.

**Пример 16.8.** Два громкоговорителя на рис. 16.4 расположены на расстоянии 1,00 м друг от друга. В 4,00 м от одного из громкоговорителей находится человек. Громкоговорители воспроизводят звук на

частоте 1150 Гц. На каком расстоянии от второго громкоговорителя должен находиться человек, чтобы почувствовать интерференцию с **ослаблением**? Считайте, что температура воздуха 20°C.

**Решение.** Длина волны этого звука равна

$$\lambda = v/f = (343 \text{ м/с})/(1150 \text{ Гц}) = 0,30 \text{ м.}$$

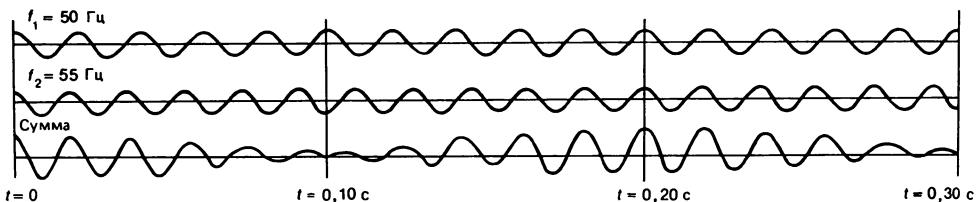
Для того чтобы происходила интерференция с усилением, человек должен находиться от одного громкоговорителя на половину длины волны (или на 0,15 м) дальше (или ближе), чем от другого, т. е. на расстоянии 4,15 м (или 3,85 м) от второ-

го громкоговорителя. Можно заметить, что если громкоговорители будут располагаться на 0,15 м ближе друг другу, то не найдется точки, расстояние от которой до одного из громкоговорителей будет превышать на 0,15 м расстояние до другого громкоговорителя. Таким образом, не будет вовсе точки, в которой происходила бы интерференция с усилением.

Интересным и важным примером сложения волн служит явление *биений*. Это явление возникает, если два источника звука (например, два камертона) обладают близкими, но не точно совпадающими частотами. Звуковые волны, исходящие из двух источников, интерферируют между собой, и уровень громкости звука последовательно то возрастает, то уменьшается. Такие регулярно повторяющиеся во времени изменения интенсивности (или громкости) звука называются биениями.

Чтобы понять, как возникают биения, рассмотрим две звуковые волны с одинаковыми амплитудами<sup>1)</sup>, частота одной из которых  $f_1 = 50 \text{ Гц}$ , а другой  $f_2 = 55 \text{ Гц}$ . За 1,00 с первый источник звука совершает 50, а второй 55 колебаний. Рассмотрим поведение волн в точке пространства, равноудаленной от обоих источников. На рис. 16.6 на двух верхних графиках изображена зависимость профиля каждой из двух волн от времени. Третий график показывает сумму двух волн. В момент времени  $t = 0$  обе волны находятся в фазе и при интерференции усиливаются. Поскольку обе волны имеют различные частоты, в момент времени  $t = 0,10 \text{ с}$  они находятся в противофазе и происходит интерференция с ослаблением. При  $t = 0,20 \text{ с}$  они снова находятся в фазе и результирующая амплитуда велика. Таким образом, каждые 0,20 с амплитуда возрастает, а в промежутке между этими моментами времени она значительно уменьшается. Именно такие рост и падение интенсивности воспринимаются слухом как биение. В данном случае биение происходит через каждые 0,20 с. Таким образом, биение происходит пять раз в секунду,

Рис. 16.6. Биения возникают в результате суперпозиции двух звуковых волн со слегка различающимися частотами.



<sup>1)</sup> Биения будут слышны даже в том случае, когда амплитуды колебаний неодинаковы, до тех пор пока разница амплитуд не станет слишком велика.

т. е. частота биений равна 5 Гц. Этот результат - равенство частоты биений разности частот двух волн - можно продемонстрировать в общем виде, что мы сейчас и сделаем.

Пусть две волны с частотами соответственно  $f_1$  и  $f_2$  описываются в некоторой точке пространства следующим выражением:

$$D_1 = D_M \sin(2\pi f_1 t), \quad D_2 = D_M \sin(2\pi f_2 t).$$

Согласно принципу суперпозиции, результирующее смещение можно записать в виде

$$D = D_1 + D_2 = D_M [\sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)],$$

или, используя тригонометрическое тождество  $\sin A + \sin B = 2\sin[(A+B)/2]\cos[(A-B)/2]$ , имеем

$$D = 2D_M \cos\left(2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t\right) \sin\left(2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t\right). \quad (16.8)$$

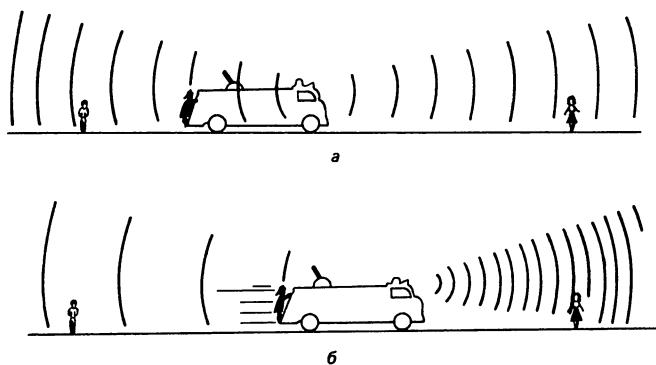
Выражение (16.8) можно интерпретировать следующим образом. Наложение двух волн дает волну, имеющую частоту колебаний, равную средней частоте двух исходных волн, а именно  $(f_1 + f_2)/2$ . Амплитуда результирующего колебания в данной точке дается выражением, приведенным в квадратных скобках. Эта амплитуда зависит от времени и меняется от нуля до максимального значения  $2D_M$  (сумма амплитуд исходных волн) с частотой  $(f_1 - f_2)/2$ . Биения возникают всякий раз, когда функция  $\cos\{2\pi[(f_1 - f_2)/2]t\}$  становится равной +1 или -1 (рис. 16.6); это значит, что за период происходят два биения, так что частота биений равна удвоенной величине  $(f_1 - f_2)/2$ , т. е. равна разности частот исходных волн  $f_1 - f_2$ .

Явление биений возникает для любых волн и представляет собой весьма чувствительный метод сравнения частот.

## 16.7. Эффект Доплера

Вы могли заметить, что высота звука сирены пожарной машины, движущейся с большой скоростью, резко падает после того, как эта машина пронесется мимо вас. Возможно, вы замечали также изменение высоты сигнала автомобиля, проезжающего на большой скорости мимо вас. Высота звука двигателя гоночного автомобиля тоже изменяется, когда он проезжает мимо наблюдателя. Если источник звука приближается к наблюдателю, высота звука возрастает по сравнению с тем, когда источник звука покоился. Если же источник звука удаляется от наблюдателя, то высота звука понижается. Это явление называется **эффектом Доплера** и имеет место для всех типов волн. Рассмотрим теперь причины его возникновения и вычислим изменение частоты звуковых волн, обусловленное этим эффектом.

Рис. 16.7. а—оба наблюдателя на тротуаре слышат звук сирены стоящей на месте пожарной машины на одной и той же частоте; б—эффект Доплера: наблюдатель, к которому приближается пожарная машина, слышит звук более высокой частоты, а наблюдатель, от которого машина удаляется, слышит более низкий звук.



Рассмотрим для конкретности пожарный автомобиль, сирена которого, когда автомобиль стоит на месте, испускает звук определенной частоты во всех направлениях, как показано на рис. 16.7, а. Пусть теперь пожарный автомобиль начал двигаться, а сирена продолжает испускать звуковые волны на той же частоте. Однако во время движения звуковые волны, испускаемые сиреной вперед, будут располагаться ближе друг к другу, чем в случае, когда автомобиль не двигался, что и показано на рис. 16.7, б. Это происходит потому, что в процессе своего движения пожарный автомобиль «догоняет» испущенные ранее волны. Таким образом, наблюдатель у дороги заметит большее число волновых гребней, проходящих мимо него в единицу времени, и, следовательно, для него частота звука будет выше. С другой стороны, волны, распространяющиеся позади автомобиля, будут дальше отстоять друг от друга, поскольку автомобиль как бы «отрывается» от них. Следовательно, за единицу времени мимо наблюдателя, находящегося позади автомобиля, пройдет меньшее количество волновых гребней, и высота звука будет ниже.

Чтобы вычислить изменение частоты, воспользуемся рис. 16.8. Будем считать, что в нашей системе отсчета воздух (или другая среда) покойится. На рис. 16.8, а источник звука (например, сирена) находится в покое. Показа-

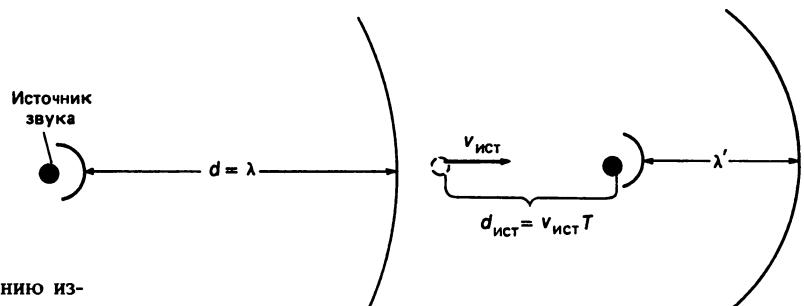


Рис. 16.8. К определению изменения частоты вследствие эффекта Доплера (см. текст).

ны два последовательных гребня волны, причем один из них только что испущен источником звука. Расстояние между этими гребнями равно длине волны  $\lambda$ . Если частота колебаний источника звука равна  $f$ , то время, прошедшее между испусканиями волновых гребней, равно

$$T = 1/f.$$

На рис. 16.8,б источник звука движется со скоростью  $v_{ист}$ . За время  $T$  (оно только что было определено) первый гребень волны пройдет расстояние  $d = vT$ , где  $v$  – скорость звуковой волны в воздухе (которая, конечно, будет одна и та же независимо от того, движется источник или нет). За это же время источник звука переместится на расстояние  $d_{ист} = v_{ист} T$ . Тогда расстояние между последовательными гребнями волны, равное новой длине волны  $\lambda'$ , запишется в виде

$$\lambda' = d - d_{ист} = (v - v_{ист}) T = \\ = (v - v_{ист})/f,$$

поскольку  $T = 1/f$ . Частота  $f'$  волны дается выражением

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left( \frac{v}{v - v_{ист}} \right) f,$$

или

$$f' = \frac{1}{1 - v_{ист}/v} f \quad \begin{cases} \text{источник звука приближается} \\ \text{к покоящемуся наблюдателю} \end{cases}. \quad (16.9a)$$

Поскольку знаменатель дроби меньше единицы, мы имеем  $f' > f$ . Например, если источник создает звук на частоте 400 Гц, когда он находится в покое, то, когда источник начинает двигаться в направлении к наблюдателю, стоящему на месте, со скоростью 30 м/с, последний услышит звук на частоте (при температуре 0°C)

$$f' = \frac{400 \text{ Гц}}{1 - (30 \text{ м/с})/(331 \text{ м/с})} = 440 \text{ Гц}.$$

Новая длина волны для источника, удаляющегося от наблюдателя со скоростью  $v_{ист}$ , будет равна  
 $\lambda' = d + d_{ист}.$

При этом частота  $f'$  дается выражением

$$f' = \frac{1}{1 + v_{ист}/v} f \quad \begin{cases} \text{источник звука удаляется от} \\ \text{покоящегося наблюдателя} \end{cases}. \quad (16.9b)$$

Эффект Доплера возникает также в том случае, когда источник звука покойится (относительно среды, в которой распространяются звуковые волны), а наблюдатель движется. Если наблюдатель приближается к источнику звука, то он слышит звук большей высоты, нежели испускаемый источником. Если же наблюдатель удаляется от источника, то звук кажется ему ниже. Количественно изменение частоты здесь мало отличается от случая,

когда движется источник, а наблюдатель покоится. В этом случае расстояние между гребнями волны (длина волны  $\lambda$ ) не изменяется, а изменяется скорость движения гребней относительно наблюдателя. Если наблюдатель приближается к источнику звука, то скорость волн относительно наблюдателя будет равна  $v' = v + v_{\text{набл}}$ , где  $v$  – скорость распространения звука в воздухе (мы предполагаем, что воздух покоится), а  $v_{\text{набл}}$  – скорость наблюдателя. Следовательно, новая частота будет равна

$$f' = v'/\lambda = (v + v_{\text{набл}})/\lambda,$$

или, поскольку  $\lambda = v/f$ ,

$$f' = (1 + v_{\text{набл}}/v)f \quad \begin{cases} \text{наблюдатель приближается к} \\ \text{покоящемуся источнику звука} \end{cases}.$$

(16.10a)

В случае же, когда наблюдатель удаляется от источника звука, относительная скорость будет равна  $v' = v - v_{\text{набл}}$ , и мы имеем

$$f' = (1 - v_{\text{набл}}/v)f \quad \begin{cases} \text{наблюдатель удаляется от} \\ \text{покоящегося источника звука} \end{cases}.$$

(16.10b)

Если звуковая волна отражается от движущегося препятствия, то частота отраженной волны из-за эффекта Доплера будет отличаться от частоты падающей волны. Это иллюстрируется на следующем примере.

**Пример 16.9.** Звуковая волна с частотой 5000 Гц испускается в направлении к телу, которое приближается к источнику звука со скоростью 3,30 м/с. Чему равна частота отраженной волны?

**Решение.** В этом случае эффект Доплера проявляется два раза. Во-первых, тело, к которому направлена звуковая волна, видит себя как движущийся наблюдатель и «регистрирует» звуковую волну на частоте

$$f' = \left(1 + \frac{v_{\text{набл}}}{v}\right)f = \left(1 + \frac{3,30 \text{ м/с}}{331 \text{ м/с}}\right)(5000 \text{ Гц}) =$$

$$= 5050 \text{ Гц.}$$

Во-вторых, тело затем действует как вторичный источник звука (отраженного), который движется, так что частота отраженной звуковой волны будет равна

$$\begin{aligned} f'' &= \frac{1}{1 - v_{\text{набл}}/v}f' = \\ &= \frac{5050 \text{ Гц}}{1 - (3,30 \text{ м/с})/331 \text{ м/с}} = 5100 \text{ Гц} \end{aligned}$$

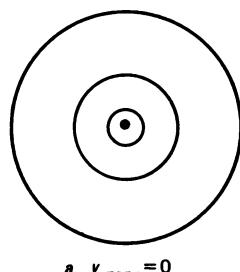
Таким образом, доплеровский сдвиг частоты равен 100 Гц.

Если падающую и отраженную звуковые волны наложить одна на другую, то возникнет суперпозиция, а это приведет к биениям. Частота биений равна разности частот двух волн, и в примере 16.9 она равнялась бы 100 Гц. Такое проявление эффекта Доплера широко используется в различных медицинских приборах, использующих, как правило, ультразвуковые волны в мегагерцевом диапазоне частот. Например,

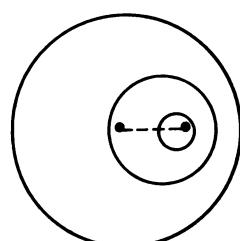
отраженные от красных кровяных телец ультразвуковые волны можно использовать для определения скорости кровотока. Аналогичным образом этот метод можно применять для обнаружения движения грудной клетки зародыша, а также для дистанционного контроля за сердебиениями. Следует заметить, что эффект Доплера лежит также в основе метода обнаружения с помощью радара автомобилей, которые превышают предписанную скорость движения, но в этом случае используются электромагнитные (радио) волны, а не звуковые.

Точность соотношений (16.9) и (16.10) снижается, если  $v_{\text{ист}}$  или  $v_{\text{набл}}$  приближаются к скорости звука. Это связано с тем, что смещение частиц среды уже не будет пропорционально возвращающей силе, т. е. возникнут отклонения от закона Гука, так что большинство наших теоретических рассуждений потеряет силу.

## \* 16.8. Ударные волны и акустический удар



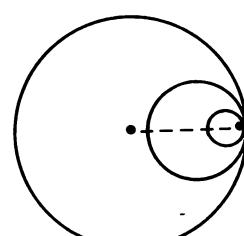
*a*  $v_{\text{тело}} = 0$



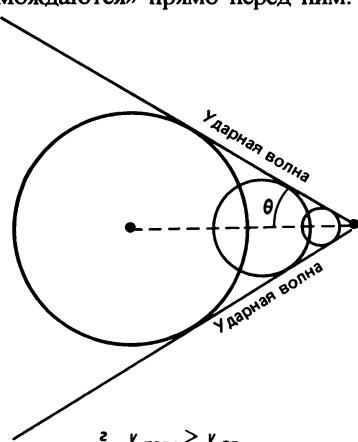
*b*  $v_{\text{тело}} < v_{\text{зв}}$

Если тело (например, самолет) движется быстрее звука, то говорят, что оно имеет *сверхзвуковую скорость*. Такую скорость часто задают *числом Маха* (*M*), которое определяется как отношение скорости тела к скорости звука в данной среде. Например, самолет, движущийся со скоростью 900 м/с высоко в атмосфере, где скорость звука равна всего лишь 300 м/с, имеет скорость 3М (три числа Маха).

Если источник звука движется с дозвуковой скоростью, то высота звука, как мы видели, изменяется (эффект Доплера): см. также рис. 16.9,*a* и *б*. Если же источник звука движется быстрее скорости звука, то возникает более серьезный эффект, называемый *ударной волной*. В этом случае источник звука действительно «перегоняет» создаваемые им звуковые волны. Как показано на рис. 16.9,*в*, когда источник звука движется со скоростью звука, волны, испускаемые им вперед, в буквальном смысле «нагромождаются» прямо перед ним.



*в*  $v_{\text{тело}} = v_{\text{зв}}$



*г*  $v_{\text{тело}} > v_{\text{зв}}$

Рис. 16.9. Звуковые волны, испускаемые покоящимся (*а*) и движущимися (*б*, *в*, *г*) телами. Если скорость тела меньше скорости звука, то имеет место эффект Доплера (*б*); если скорость тела больше скорости звука, то возникает ударная волна (*г*).



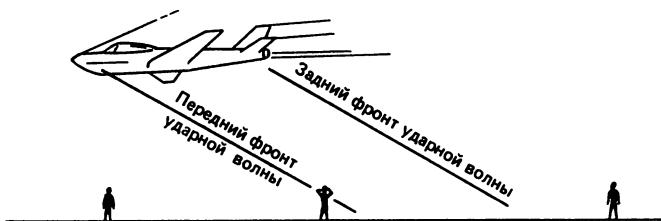
Рис. 16.10. Корабль создает носовую волну. (С разрешения Военно-морского центра фотографии США.)

Когда тело движется со сверхзвуковой скоростью, волны нагромождаются друг на друга, вписываясь в угол, как показано на рис. 16.9, г. Различные гребни волн налагаются друг на друга и образуют один огромный гребень, который и называется ударной волной. Позади этого очень высокого гребня образуется, как правило, столь же глубокая впадина. Ударная волна возникает, по существу, благодаря усиливающей интерференции большого числа волн. В воздухе она аналогична носовой волне морского корабля, который идет со скоростью, превышающей скорость распространения создаваемых им волн на воде (рис. 16.10).

Когда самолет летит со сверхзвуковой скоростью, производимый им шум и возмущение воздуха образуют ударную волну, содержащую огромное количество звуковой энергии. Если такая ударная волна пройдет близко от человека, то он воспримет ее как громкий «акустический удар». Акустический удар продолжается только долю секунды, но заключенной в нем энергии часто бывает достаточно, чтобы разбить окна или вызвать другие повреждения. Он может вызвать и психологический дискомфорт. Фактически акустический удар, вызываемый сверхзвуковым самолетом, представляет собой двойной удар, поскольку ударная волна образуется как спереди, так и позади самолета (рис. 16.11).

В момент времени, когда самолет достигает скорости звука, он преодолевает барьер, образованный звуковыми волнами перед ним (рис. 16.9, в). Чтобы превзойти скорость звука, требуется дополнительное усилие для преодоления этого «звукового барьера». Если сверхзвуково-

Рис. 16.11. Человек, находящийся справа от самолета, уже услышал (двойной) акустический удар; человек, стоящий в центре, только что услышал его, а человек, находящийся слева от самолета, вскоре услышит его.



вая скорость достигнута, то звуковой барьер уже не оказывает сопротивления движению. Иногда ошибочно полагают, что акустический удар возникает только в момент преодоления самолетом звукового барьера. В действительности ударная волна сопровождает самолет в течение всего времени его движения со сверхзвуковой скоростью. Каждый из нескольких наблюдателей, стоящих на земле, будет слышать громкий «удар» по мере прохождения ударной волны (рис. 16.11). Ударная волна образует конус с вершиной на самолете. Угол раствора конуса  $\theta$  (рис. 16.9,  $\gamma$ ) дается выражением

$$\sin \theta = v_{\text{зв}} / v_r, \quad (16.11)$$

где  $v_r$  — скорость тела (самолета), а  $v_{\text{зв}}$  — скорость звука в среде (доказательство этого соотношения содержится в приведенной ниже задаче 57).

### Заключение

Звук распространяется в виде продольной волны в воздухе и других средах. Скорость звука в воздухе увеличивается с ростом температуры; при 0°C она равна приблизительно 331 м/с. Звуковую волну можно рассматривать с точки зрения как смещения молекул или частиц среды, так и изменения давления в среде. Волна давления отличается по фазе от волны смещения на 90°. Это значит, что гребни одной волны следуют за гребнями другой через четверть длины волны.

*Высота* звука определяется его частотой; чем большее частота, тем выше звук. Слышимые человеком частоты лежат в диапазоне от 20 до 20 000 Гц (1 Гц — одно колебание в секунду). *Громкость*, или *интенсивность*, звука пропорциональна квадрату амплитуды звуковой волны. Поскольку человеческое ухо может воспринимать звук интенсивностью от  $10^{-12}$  до 1 Вт/м<sup>2</sup>, для рассмотрения уровней громкости применяется логарифмическая шкала. Уровень громкости  $\beta$  выражается через интенсивность  $I$  следующим образом:  $\beta = 10 \lg(I/I_0)$ , где опорная интенсивность  $I_0$  обычно выбирается равной  $1,0 \cdot 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>. Например, рост интенсивности в 100 раз соответствует повышению уровня громкости на 20 дБ.

Музыкальные инструменты представляют собой простые источники звука, в которых создаются стоячие волны. Струны струнных инструментов могут колебаться как целое, имея узлы только на концах. Частота, с которой происходят эти колебания, называется *основной*. Струна может колебаться и с более высокими частотами, называемыми *обертонами* или *гармониками*. При этом возникает один (или несколько) дополнительных узлов. Частота каждой гармоники кратна основной частоте. В духовых инструментах стоячие волны возникают в воздушном столбе внутри трубы. Воздух, колеблющийся в открытой трубе (с обеих сторон), имеет на обоих концах трубы пучности колебаний. Основная частота таких коле-

баний соответствует длине волны, равной удвоенной длине трубы. Частота гармоник равна частоте основного колебания, умноженной на 2, 3, 4, ... . В случае, если труба закрыта (с одной стороны), длина волны основного колебания равна четырем длинам трубы. При этом имеются только нечетные гармоники, равные основной частоте, умноженной на 1, 3, 5, 7, ... .

Излученные различными источниками звуковые волны могут интерферировать друг с другом. Если два звука имеют несколько различные частоты, то возникают биения, частота которых равна разности частот двух источников.

*Эффект Доплера* состоит в том, что движение источника звука или слушателя вызывает изменение высоты звука. Если источник звука и слушатель сближаются, то высота звука растет; если же они удаляются друг от друга, то высота звука понижается.

## Вопросы

1. Приведите доказательства того, что звук распространяется в виде волны.
2. Что является свидетельством того, что звук является формой энергии?
3. Сельские жители пользуются своим жизненным опытом, согласно которому задержка между моментом наблюдения молнии и звуком грома показывает, насколько далеко ударила молния; например, каждые 5 с соответствуют около 1,6 км. Объясните.
4. Ночью при плавании на лодке по озеру или реке часто можно ясно слышать звуки радио-приемника или голоса людей, находящихся на берегу на достаточно большом расстоянии. Значительно реже такая слышимость наблюдается в дневное время. Это явление можно объяснить, рассмотрев отражение звука от разных слоев воздуха, имеющих различные плотности (в силу разницы температур). Изобразите на рисунке этот процесс и определите, когда ближайший к воде слой воздуха плотнее, чем верхние слои воздуха – ночью или днем.
5. Как вы думаете, меняется ли частота или длина волны звука, когда он проходит из воздуха в воду?
6. Какие доказательства вы можете привести в пользу того, что скорость распространения звука в воздухе в основном не зависит от частоты?
7. Какова главная причина того, что скорость распространения звука в водороде меньше, чем в воздухе?
8. Молекулы газа, например воздуха, хаотически движутся с очень высокими скоростями (гл. 18). Среднее расстояние между молекулами

во много раз превосходит их диаметр. При прохождении волны через газ одна молекула может сообщить импульс другой молекуле, только если это расстояние между молекулами пройдено и две молекулы сталкиваются. Не следует ли из этого, что скорость звука в газе ограничена средней скоростью молекул?

9. Два камертона колеблются с одинаковыми амплитудами, однако частота колебаний одного из них в два раза больше, чем другого. Какой из них дает более громкий звук (если вообще существует различие в громкости)?
10. Как влияет повышение температуры воздуха на громкость звука, приходящего от источника с фиксированной частотой и амплитудой? (Считайте, что атмосферное давление не меняется.)
11. Голос человека, вдохнувшего гелий, становится очень высоким. Почему?
12. Почему струны, изготовленные из жил животных, в некоторых музыкальных инструментах оплетены тонким проводом?
13. Попробуйте посвистеть губами и опишите, каким образом вы управляете высотой свиста.
14. Постройте график, соответствующий каждому из случаев, показанных на рис. 16.2, для стоячих волн давления а) в открытой трубе; б) в закрытой трубе.
15. Объясните, каким образом можно использовать трубу в качестве фильтра для уменьшения амплитуды звука в различных частотных диапазонах. (Примером является глушитель автомобиля.) Существует ли при передаче звука низкочастотная граница пропускания? Если да, то чем она определяется?
16. Каким образом температура воздуха в помещении влияет на высоту звука труб органа?

**17.** Защита от шумов является сегодня актуальной проблемой. Одним из путей ее решения является уменьшение колеблющихся площадей в устройствах, создающих шумы. Это делают, например, уменьшая, насколько это возможно, габариты таких устройств или изолируя их (акустически) от пола и стен. Другой метод состоит в том, что поверхности устройств делают из более толстого материала. Объясните, каким образом каждая из этих мер может уменьшить уровень шума.

**18.** Почему на гитаре лады располагаются все теснее друг к другу по мере того, как вы движетесь по грифу к кобылке?

**19.** Можно сказать, что стоячие волны вызваны «интерференцией в пространстве», тогда как про биения можно сказать, что они обусловлены «интерференцией во времени». Объясните.

**20.** При каких условиях вы сможете услышать биения, возникшие при звучании двух камертонов, которые имеют в точности одинаковые частоты?

**21.** Допустим, что источник звука движется под прямым углом к линии зрения покоящегося слушателя в неподвижном воздухе. Будет ли в этом случае иметь место эффект Доплера? Объясните.

**22.** Если дует ветер, то изменится ли при этом частота звука, слышимого человеком, покоящимся относительно источника звука? Изменятся ли длина волн и скорость звука?

**\*23.** Звук акустического удара очень напоминает звук взрыва. Поясните сходство между этими явлениями.

## Задачи

### Раздел 16.1

**1. (I)** Дельфины испускают ультразвуковые волны с частотой 250 000 Гц. Определите длину волн такого звука а) в воде; б) в воздухе. Считайте, что температура равна 20 °С.

**2. (I)** Путешественник определяет длину озера, прислушиваясь к звуку эха своего голоса, отраженного от скалы на противоположном берегу озера. Он слышит эхо через 1,20 с после крика. Какова длина озера?

**3. (II)** Камень сброшен с вершины скалы. Всплеск от его падения в воду слышен через 4,0 с. Какова высота скалы? (Считайте, что температура воздуха равна 20 °С.)

**4. (II)** Человек видит, как тяжелый камень падает на бетонный тротуар. Некоторое время спустя он слышит два звука от удара: один пришел по воздуху, а другой распространялся в бетоне. Промежуток времени между этими звуками равен 1,2 с. На каком расстоянии от человека упал камень?

### Раздел 16.2

**5. (II)** Изменение давления в звуковой волне выражено выражением

$$p = 2,2 \sin(\pi x/3 - 1700\pi t),$$

где  $p$  измеряется в паскалях,  $x$  – в метрах, а  $t$  – в секундах. Определите: а) длину волны; б) частоту; в) скорость распространения; г) амплитуду смещения волны. Считайте, что плотность среды равна  $\rho = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**6. (II)** Ультразвуковые волны мегагерцевого диапазона часто используются для целей медицинской диагностики. Допустим, что ультразвуковая волна с частотой 5,0 МГц проходит из мышечной ткани, где ее скорость равна 1200 м/с, в кость, где ее скорость равна 2800 м/с. Напишите два выражения для изменения давления в двух волнах  $p(x, t)$ , распространяющихся в мышце и в кости, сначала через  $\lambda$  и  $v$ , а затем через  $\lambda$  и  $f$ . Обозначьте соответствующие амплитуды волн давления в двух средах через  $p_{\text{М-мышца}}$  и  $p_{\text{М-кость}}$ .

**7. (II)** Покажите, что амплитуда одномерной продольной волны давления может быть записана в виде произведения модуля всестороннего сжатия среды и отношения максимальной скорости частицы ( $\partial D / \partial t$ ) к скорости распространения волны.

### Раздел 16.3

**8. (I)** Две звуковые волны имеют одинаковые амплитуды смещения, однако частота одной волны в два раза больше, чем другой. а) У какой из двух волн амплитуда давления больше? Во сколько раз? б) Каково отношение интенсивностей этих волн?

**9. (I)** а) Чему равен уровень громкости звука, имеющего интенсивность  $7,5 \cdot 10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup>? б) Какова интенсивность звука с уровнем громкости 35 дБ?

**10. (I)** Амплитуда звуковой волны увеличилась в три раза. а) Во сколько раз возросла ее интенсивность? б) На сколько децибел увеличился уровень громкости?

**11. (II)** Чему равен уровень громкости (в дБ) звуковой волны в воздухе, который соответствует амплитуде смещения колеблющихся молекул воздуха 1,2 мм при частоте 80 Гц?

**12. (II)** Про стереофонический магнитофон говорят, что отношение сигнал/шум у него равно 58 дБ. Каково отношение интенсивностей сигнала и фонового шума?

**13. (II)** Человеческое ухо способно воспринимать разницу уровней громкости 1,0 дБ. Каково отношение амплитуд двух звуков, уровни громкости которых различаются на эту величину?

14. (II) а) Вычислите максимальное смещение молекул воздуха (при температуре 20 °С) при прохождении звуковой волны с частотой 120 Гц, интенсивность которой равна порогу болевого ощущения (120 дБ). б) Какова амплитуда давления в этой волне?

15. (II) Если в некоторой точке пространства две штухи создают уровень громкости 95 дБ, то чему будет равен уровень громкости, если взорвутся только одна из них?

16. (II) Одиночный москит, находящийся на расстоянии 10 м от человека, создает звук, близкий к порогу слышимости (0 дБ). Какой уровень громкости создадут 1000 москитов?

17. (II) Звуковая волна с уровнем громкости 75 дБ падает на барабанную перепонку площадью  $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ . Сколько энергии поглощает барабанная перепонка в секунду?

18. (II) а) Оцените выходную мощность звука нормальной разговорной речи. Воспользуйтесь табл. 16.2. Считайте, что звук распространяется приблизительно равномерно в полусфере вокруг рта человека. б) Сколько человек должны разговаривать одновременно, чтобы создать звук с выходной мощностью 100 Вт?

19. (II) При частоте звука 1000 Гц стереофонический усилитель дает выходную мощность 25 Вт. При частоте 20 Гц уровень громкости падает на 2 дБ. Какова выходная мощность при частоте 20 Гц?

20. (II) Чему равен результирующий уровень громкости, если звуки с уровнями громкости 80 и 85 дБ слышны одновременно?

21. (II) Коэффициент усиления  $\beta$  звуковых систем и систем связи дается выражением  $\beta = 10 \lg(P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}})$ ,

где  $P_{\text{вх}}$  – входная мощность системы, а  $P_{\text{вых}}$  – ее выходная мощность. Пусть выходная мощность стереофонического усилителя при мощности на входе 1 мВт равна 35 Вт. Чему равен его коэффициент усиления в децибелах?

22. (II) а) Покажите, что уровень громкости  $\beta$  можно записать через амплитуду давления  $p_m$  следующим образом:

$$\beta(\text{дБ}) = 20 \lg(p_m/p_{m0}),$$

где  $p_{m0}$  – амплитуда давления при некотором опорном уровне громкости. б) Опорное давление  $p_{m0}$  во многих случаях выбирают равным  $3,0 \cdot 10^{-5} \text{ Н}/\text{м}^2$ , что соответствует интенсивности  $1,0 \cdot 10^{-12} \text{ Вт}/\text{м}^2$ . Чему был бы равен уровень громкости, если бы  $p_m$  было равно 1 атм?

23. (II) Уровень громкости на расстоянии 12,0 м от громкоговорителя равен 100 дБ. Какова акустическая выходная мощность (в Вт) громкоговорителя?

24. (II) Реактивный самолет излучает звуковую энергию  $2,0 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{с}$ . а) Чему равен уровень громкости на расстоянии 40 м от самолета? Воздух поглощает звук с коэффициентом около 7 дБ/км. Вычислите, какой уровень громкости будет на расстояниях б) 1 км и в) 5 км от самолета, учитывая поглощение звука воздухом. ..

#### Раздел 16.4

25. (II) Струна «соль» скрипки имеет основную частоту 196 Гц. Колеблющийся участок струны длиной 32 см имеет массу 0,50 г. Какое натяжение должна иметь настроенная струна?

26. (I) Незажатая струна гитары имеет длину 0,70 м; она настроена таким образом, что дает ноту «ми», которая выше «до» первой октавы (330 Гц). На каком расстоянии от конца струны должен быть помещен палец гитариста, чтобы струна давала звук «ля» той же октавы (440 Гц)?

27. (I) На каком расстоянии от конца флейты из примера 16.6 должно располагаться отверстие, которое нужно открыть для исполнения ноты «ре», расположенной выше первой октавы (294 Гц)?

28. (I) Определите длину закрытой трубы органа, которая создает звук ноты «до» средней октавы (264 Гц) при температуре 15 °С.

29. (II) Орган настроен при температуре 20 °С. Насколько «куйдет» его частота, если температура упадет до 10 °С?

30. (II) Вычислите резонансную частоту столба воздуха во внешнем ухе человека, длина которого равна приблизительно 2,5 см.

31. (II) Струны скрипки настроены таким образом, что частота звучания каждой последующей струны в 1,5 раза превосходит частоту звучания соседней. Если натяжения всех струн одинаковы, то какова должна быть при этом линейная плотность (масса на единицу длины) каждой струны относительно линейной плотности струны с наименшей высотой звука?

32. (II) Струна «ля» на скрипке имеет длину (между точками закрепления) 32 см, основную частоту 440 Гц и линейную плотность  $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ кг}/\text{м}$ . а) Каковы скорость распространения волны и натяжение в струне? б) Чему равна длина трубы простого духового инструмента (например, трубы органа), закрытой с одного конца, если основная частота колебаний воздуха в трубе равна также 440 Гц, а скорость звука в воздухе 331 м/с? в) Определите частоту первого обертона каждого из этих инструментов.

33. (II) а) Если температура воздуха 20 °С, то какой длины должна быть открытая труба органа, чтобы ее основная частота была равна

264 Гц? б) Какова будет основная частота звучания трубы, если она заполнена гелием?

34. (II) Камертон колеблется над вертикальной открытой трубой, заполненной водой. Уровень воды постепенно понижается. По мере понижения уровня воды наблюдается резонанс воздушного столба над водой и камертона – сначала, когда уровень воды находится от отверстия трубы на расстоянии 0,125 м, и затем – на расстоянии 0,395 м. Какова частота звучания камертона? Считайте, что температура воздуха равна 20 °C.

35. (II) Сколько обертонов имеется в диапазоне слышимого звучания органной трубы длиной 100 см при температуре воздуха 20 °C, а) если труба открыта; б) если она закрыта?

36. (II) Струна гитары массой 1,50 г и длиной 80 см расположена вблизи открытой с одного конца трубы, имеющей длину также 80 см. Каково должно быть натяжение струны, чтобы частота ее третьей гармоники совпадала с частотой четвертой гармоники трубы? Температуру положите равной 20 °C.

#### \* Раздел 16.5

37. (II) Чему равна приблизительно интенсивность звука первых двух обертонов скрипки относительно интенсивности ее звучания на основной частоте? На сколько децибел слабее, чем основная, звучат первая и вторая гармоники? (См. рис. 16.3.)

#### Раздел 16.6

38. (I) Чему будет равна «частота биений» в случае, когда ноты «до» и «до диэз» (262 и 277 Гц соответственно) звучат одновременно? Будут ли слышны эти биения? Что произойдет, если каждая из нот будет исполняться на две октавы ниже (частота уменьшится в 4 раза)?

39. (II) Человек слышит звук чистого тона, исходящий из двух источников. Ему кажется, что частота звука лежит в диапазоне 500–1000 Гц. Громкость звука максимальна в точках, равноудаленных от обоих источников. Чтобы точно определить частоту звука, человек перемещается и обнаруживает, что уровень громкости минимален в точке, отстоящей от одного источника на 0,22 м дальше, чем от другого. Чему равна частота звука, если температура воздуха 20 °C?

40. (II) Два громкоговорителя расположены на расстоянии 2,5 м друг от друга. Человек находится на расстоянии 3,0 м от одного из них и на расстоянии 3,5 м от другого. а) Какова наименьшая частота, на которой в этой точке будет происходить гасящая интерференция?

б) Вычислите две другие частоты, которые также будут давать гасящую интерференцию в этой точке (назовите две следующие более высокие частоты). Температура воздуха 20 °C.

41. (II) Предполагается, что две рояльные струны должны иметь одну и ту же частоту 132 Гц, однако настройщик фортепиано слышит, что при одновременном их звучании через каждые 2 с происходят биения. а) Если одна струна колеблется с частотой 132 Гц, то какова в этом случае частота колебаний другой? (Получим ли мы один ответ на этот вопрос?) б) На какую величину (в процентах) нужно увеличить или уменьшить натяжение второй струны, чтобы настроить струны на одну частоту?

42. (II) Сколько будет слышно биений, если на двух одинаковых флейтах музыканты пытаются исполнить ноту «до» средней октавы (262 Гц), при условии что одна из флейт находится при температуре 0,0 °C, а вторая – при температуре 20,0 °C?

43. (II) Два источника звука на рис. 16.4 расположены друг против друга и испускают звуки с одинаковыми амплитудами и частотами (250 Гц), но отличающиеся по фазе на 180°. При каком минимальном расстоянии между двумя громкоговорителями в какой-либо точке будет наблюдаться а) усиливающая интерференция и б) гасящая интерференция при окружающей температуре 20 °C?

44. (II) Покажите, что если в какой-то точке пространства имеет место гасящая интерференция, то два громкоговорителя на рис. 16.4 должны находиться на расстоянии  $d$ , равном по крайней мере половине длины волны  $\lambda$ . Громкоговорители находятся в фазе.

45. (II) Источник создает звуки с длинами волн 2,80 и 3,10 м. а) Сколько будет слышно биений в секунду (считайте, что температура равна 20 °C)? б) На каком расстоянии в пространстве расположены области максимальной интенсивности?

46. (II) Два источника на рис. 16.4 испускают звуковые волны в фазе с длиной волны  $\lambda$  и амплитудой  $D_M$ . Выберите точку, такую, как  $C$  и  $D$  на рисунке. Пусть  $r_A$  и  $r_B$  – расстояния до

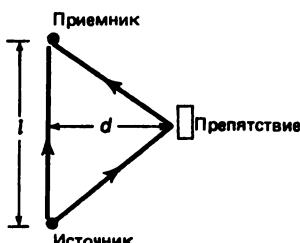


Рис. 16.12.

этой точки от источников звука *A* и *B* соответственно. Покажите, что если  $r_A$  и  $r_B$  приблизительно равны ( $r_A - r_B \ll r_A$ ), то амплитуда зависит от положения выбранной точки приблизительно следующим образом:

$$(2D_M/r_A) \cos [\pi(r_A - r_B)/\lambda].$$

47. (III) Источник звуковых волн (длина волны  $\lambda$ ) расположен на расстоянии  $l$  от приемника звука. Звук достигает приемника звука как прямым путем, так и посредством отражения от препятствия, как показано на рис. 16.12. Препятствие находится на одинаковых расстояниях от источника и приемника. В случае когда препятствие находится на расстоянии  $d$  справа от линии, соединяющей источник и приемник (как показано на рисунке), обе волны приходят к приемнику в фазе. На какое расстояние вправо нужно переместить препятствие, чтобы две волны находились в противофазе и имела место гасящая интерференция. (Считайте, что  $\lambda \ll l, d$ .)

### Раздел 16.7

48. (I) Основная частота звука сирены полицейского автомобиля, когда он стоит на месте, равна 1800 Гц. На какой частоте услышит звук сирены стоящий на месте наблюдатель, если полицейский автомобиль а) движется навстречу ему со скоростью 90 км/ч; б) удаляется от него с той же скоростью? в) Каковы будут частоты в случае, когда полицейский автомобиль с сиреной стоит на месте, а автомобиль наблюдателя приближается к нему или удаляется от него со скоростью 90 км/ч?

49. (II) Выведите общую формулу для изменения частоты звука  $f'$  за счет эффекта Доплера в случае, когда как источник, так и наблюдатель движутся.

50. (II) Гудки двух тепловозов имеют одинаковую частоту 260 Гц. Один из тепловозов удаляется от покоящегося наблюдателя со скоростью 80 км/ч, а другой стоит на месте. Какую частоту биений будет воспринимать наблюдатель?

51. (II) В нормальных условиях скорость потока крови в аорте приблизительно равна 0,28 м/с. Вдоль потока направляются ультразвуковые волны с частотой 4,20 МГц. Эти волны отражаются от красных кровяных телец. Какова будет частота наблюдаемых при этом биений? Считайте, что скорость этих волн равна  $1,5 \cdot 10^3$  м/с, т.е. близка к скорости звука в воде.

52. (II) а) Используя биномиальное разложение, покажите, что при малых относительных скоростях источника звука и наблюдателя вы-

ражения (16.9а) и (16.10а) в основном совпадают. б) Какова будет ошибка (в процентах), если при относительной скорости 25 м/с вместо выражения (16.9а) использовать выражение (16.10а)?

53. (II) Эффект Доплера для ультразвуковых волн на частоте 1,8 МГц используется для контроля частоты сердцебиений зародыша. Наблюданная частота биений (максимальная) равна 600 Гц. Считая, что скорость распространения звука в ткани равна  $1,5 \cdot 10^3$  м/с, вычислите максимальную скорость поверхности бьющегося сердца.

54. (II) В предыдущей задаче было найдено, что биения происходят 180 раз в минуту. Это отражает тот факт, что сердце бьется и скорость его поверхности изменяется. Какова частота сокращений сердца?

55. (III) Звук заводского гудка имеет частоту 650 Гц. Если дует северный ветер со скоростью 12,0 м/с, то звук какой частоты будет слышать покоящийся наблюдатель, находящийся а) к северу, б) к югу, в) к востоку и г) к западу от гудка? Звук какой частоты будет слышать велосипедист, приближающийся со скоростью 15 м/с к гудку д) с севера или е) с запада? (Температура воздуха равна 20°C.)

### \* Раздел 16.8

\* 56. (I) Лодка, движущаяся со скоростью 9,2 м/с, создает стоячую волну под углом 18° к направлению движения лодки. Чему равна скорость волны на поверхности воды?

\* 57. (II) Покажите, что угол  $\theta$ , который акустический удар образует с направлением движения сверхзвукового объекта, дается выражением (16.11).

\* 58. (II) Самолет движется в атмосфере, в которой скорость звука равна 310 м/с, со скоростью 2,8 М. а) Какой угол образует ударная волна с направлением движения самолета? б) Если самолет летит на высоте 6500 м, то через какой промежуток времени после того, как самолет пролетит над головой человека, стоящего на земле, тот услышит ударную волну?

\* 59. (II) Избыточное давление  $p$  акустического удара падает с увеличением высоты  $h$  полета самолета приблизительно по закону

$$p \sim 1/h^{3/4}.$$

Во сколько раз изменится давление, если высота, на которой летит самолет, увеличится вдвое? Сравните результат с законом обратных квадратов.