22 Электрический заряд и электрическое поле

Слово «электричество» может вызвать представление о сложной современной технике: компьютерах, светильниках, электродвигателях, электрогенераторах. Но электричество играет в нашей жизни гораздо более серьезную роль. Ведь, согласно атомной теории строения вещества, силы, действующие между атомами и молекулами, в результате чего возникают жидкости и твердые тела,– это электрические силы. Они ответственны и за обмен веществ, происходящий в человеческом организме. Даже когда мы что-нибудь тянем или толкаем, это оказывается результатом действия электрических сил между молекулами руки и того предмета, на который мы воздействуем. И вообще большинство сил, с которыми мы имели дело начиная с гл. 4 (например, силы упругости и реакция опоры), сегодня принято считать электрическими силами, действующими между атомами. Сила тяжести, однако, не относится к электрическим силам[1].

Электрические явления известны с древних времен, но лишь в последние два столетия они были досконально изучены. В следующих двенадцати главах мы проследим, как развивались представления об электричестве, а также рассмотрим связь между электричеством и магнетизмом и познакомимся с некоторыми практическими приложениями.

22.1. Статическое электричество. Закон сохранения электрического заряда

Слово *электричество* происходит от греческого названия янтаря – «электрон». Янтарь – это окаменевшая смола хвойных деревьев; древние заметили, что если потереть

---

[1] В нынешнем столетии физики пришли к выводу о существовании лишь четырех различных видов сил: 1) гравитационных, 2) электромагнитных (далее мы увидим, что электрические и магнитные силы тесно связаны между собой), 3) сильных ядерных и 4) слабых ядерных. Последние два вида сил действуют в пределах атомных ядер и гораздо реже дают о себе знать в нашей повседневной практике, хотя именно они ответственны за такие явления, как радиоактивность и ядерная энергия. Мы поговорим о них в гл. 42 и 43.

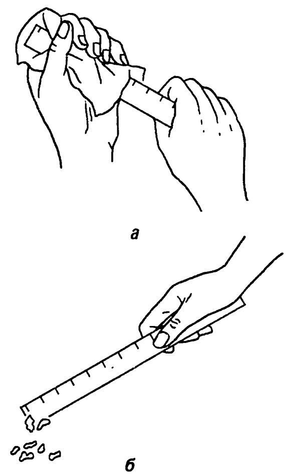


Рис. 22.1. Потрите пластмассовую линейку (*а*) и поднесите ее к мелко нарезанным кусочкам бумаги (*б*).

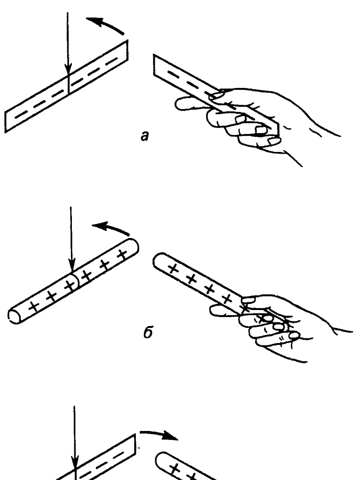


Рис. 22.2 Разноименные заряды отталкиваются, одноименные заряды притягиваются друг к другу. *а* – две пластмассовые линейки отталкиваются; *б* – два стеклянных стержня отталкиваются; *в* – стеклянный стержень притягивает пластмассовую линейку.

янтарь куском ткани, то он будет притягивать легкие предметы или пыль. Это явление, которое мы сегодня называем *статическим электричеством*, можно наблюдать, и натерев тканью эбонитовую или стеклянную палочку или же просто пластмассовую линейку. Пластмассовая линейка, которую хорошенько потерли бумажной салфеткой, притягивает мелкие кусочки бумаги (рис. 22.1). Разряды статического электричества вы могли наблюдать, расчесывая волосы или снимая с себя нейлоновую блузку или рубашку. Не исключено, что вы ощущали электрический удар, прикоснувшись к металлической дверной ручке после того, как встали с сиденья автомобиля или прошлись по синтетическому ковру. Во всех этих случаях объект приобретает **электрический заряд** благодаря трению; говорят, что происходит *электризация трением*.

Все ли электрические заряды одинаковы или существуют различные их виды? Оказывается, существует два вида электрических зарядов, что можно доказать следующим простым опытом. Подвесим пластмассовую линейку за середину на нитке и хорошенько потрем ее куском ткани. Если теперь поднести к ней другую наэлектризованную линейку, мы обнаружим, что линейки *отталкивают* друг друга (рис. 22.2, *а*). Точно так же, поднеся к одной наэлектризованной стеклянной палочке другую, мы будем наблюдать их отталкивание (рис. 22.2, *б*). Если же заряженный стеклянный стержень поднести к наэлектризованной пластмассовой линейке, они *притянутся* (рис. 22.2, *в*). Линейка, по-видимому, обладает зарядом иного вида, нежели стеклянная палочка. Экспериментально установлено, что все заряженные объекты делятся на две категории: либо они притягиваются пластмассой и отталкиваются стеклом, либо, наоборот, отталкиваются пластмассой и притягиваются стеклом. Существуют, по-видимому, два и только два вида зарядов, причем заряды одного и того же вида отталкиваются, а заряды разных видов притягиваются. Мы говорим, что *одноименные заряды отталкиваются*, а *разноименные притягиваются*.

Американский государственный деятель, философ и ученый Бенджамин Франклин (1706–1790) назвал эти два вида зарядов *положительным* и *отрицательным*. Какой заряд как назвать, было совершенно безразлично; Франклин предложил считать заряд наэлектризованной стеклянной палочки положительным. В таком случае заряд, появляющийся на пластмассовой линейке (или янтаре), будет отрицательным; этого соглашения придерживаются и по сей день.

Разработанная Франклином теория электричества в действительности представляла собой концепцию «одной жидкости»: положительный заряд рассматривался как избыток «электрической жидкости» против ее нормального содержания в данном объекте, а отрицательный –

как ее недостаток. Франклин утверждал, что, когда в результате какого-либо процесса в одном теле возникает некоторый заряд, в другом теле одновременно возникает такое же количество заряда противоположного вида. Названия «положительный» и «отрицательный» следует поэтому понимать в *алгебраическом* смысле, так что суммарный заряд, приобретаемый телами в каком-либо процессе, всегда равен нулю. Например, когда пластмассовую линейку натирают бумажной салфеткой, линейка приобретает отрицательный заряд, а салфетка – равный по величине положительный заряд. Происходит разделение зарядов, но их сумма равна нулю. Этим примером иллюстрируется твердо установленный **закон сохранения электрического заряда**, который гласит:

Суммарный электрический заряд, образующийся в результате любого процесса, равен нулю.

Отклонений от этого закона никогда не наблюдалось, поэтому можно считать, что он столь же твердо установлен, как и законы сохранения энергии и импульса.

22.2. Электрические заряды в атомах

Лишь в прошлом столетии стало ясно, что причина существования электрического заряда кроется в самих атомах. Позднее мы обсудим строение атома и развитие представлений о нем более подробно; здесь же кратко остановимся на основных идеях, которые помогут нам лучше понять природу электричества.

По современным представлениям атом (несколько упрощенно) состоит из тяжелого положительно заряженного ядра, окруженного одним или несколькими отрицательно заряженными электронами. В нормальном состоянии положительный и отрицательный заряды в атоме равны по величине, и атом в целом электрически нейтрален. Однако атом может терять или приобретать один или несколько электронов. Тогда его заряд будет положительным или отрицательным, и такой атом называют *ионом*.

В твердом теле ядра могут колебаться, оставаясь вблизи фиксированных положений, в то время как часть электронов движется совершенно свободно. Электризацию трением можно объяснить тем, что в различных веществах ядра удерживают электроны с различной силой. Когда пластмассовая линейка, которую натирают бумажной салфеткой, приобретает отрицательный заряд, это означает, что электроны в бумажной салфетке удерживаются слабее, чем в пластмассе, и часть их переходит с салфетки на линейку. Положительный заряд салфетки равен по величине отрицательному заряду, приобретенному линейкой.

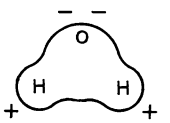


Рис. 22.3. Схематическое изображение молекулы воды. Такую молекулу называют «полярной», поскольку у нее возникает разделение зарядов.

Обычно предметы, наэлектризованные трением, лишь некоторое время удерживают заряд и в конце концов возвращаются в электрически нейтральное состояние. Куда исчезает заряд? Он «стекает» на содержащиеся в воздухе молекулы воды. Дело в том, что молекулы воды *полярны*: хотя в целом они электрически нейтральны, заряд в них распределен неоднородно (рис. 22.3). Поэтому лишние электроны с наэлектризованной линейки будут «стекать» в воздух, притягиваясь к положительно заряженной области молекулы воды. С другой стороны, положительный заряд предмета будет нейтрализоваться электронами, которые слабо удерживаются молекулами воды в воздухе. В сухую погоду влияние статического электричества гораздо заметнее: в воздухе содержится меньше молекул воды и заряд стекает не так быстро. В сырую дождливую погоду предмет не в состоянии надолго удержать свой заряд.

22.3. Изоляторы и проводники

Пусть имеются два металлических шара, один из которых сильно заряжен, а другой электрически нейтрален. Если мы соединим их, скажем, железным гвоздем, то незаряженный шар быстро приобретет электрический заряд. Если же мы одновременно коснемся обоих шаров деревянной палочкой или куском резины, то шар, не имевший заряда, останется незаряженным. Такие вещества, как железо, называют **проводниками** электричества; дерево же и резину называют **непроводниками, или изоляторами**.

Металлы обычно являются хорошими проводниками; большинство других веществ изоляторы (впрочем, и изоляторы чуть-чуть проводят электричество). Любопытно, что почти все природные материалы попадают в одну из этих двух резко различных категорий. Есть, однако, вещества (среди которых следует назвать кремний, германий и углерод), принадлежащие к промежуточной (но тоже резко обособленной) категории. Их называют *полупроводниками.*

С точки зрения атомной теории электроны в изоляторах связаны с ядрами очень прочно, в то время как в проводниках многие электроны связаны очень слабо и могут свободно перемещаться внутри вещества[1]. Когда положительно заряженный предмет подносится вплотную к проводнику или соприкасается с ним, свободные электроны быстро перемещаются к положительному заряду.

[1] Свободные электроны довольно легко перемещаются внутри металла, однако обычно нелегко покидают его. Действительно, натирая металлический предмет, редко удается получить статический заряд, как в случае непроводников типа стекла или пластмассы.

Если же предмет заряжен отрицательно, то электроны, наоборот, стремятся удалиться от него. В полупроводниках свободных электронов очень мало, а в изоляторах они практически отсутствуют.

22.4. Индуцированный заряд. Электроскоп

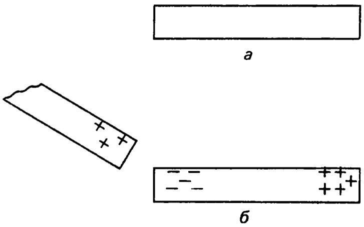


Рис. 22.4. Индуцированный заряд. *а* – нейтральный металлический стержень; *б* – металлический стержень в целом по-прежнему нейтрален, но на его концах возникает разделение зарядов.

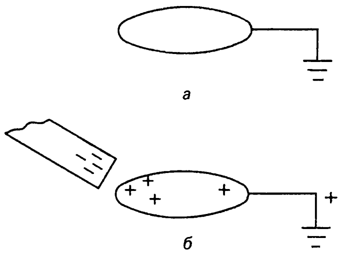


Рис. 22.5. Индуцированный заряд на объекте, соединенном с землей.

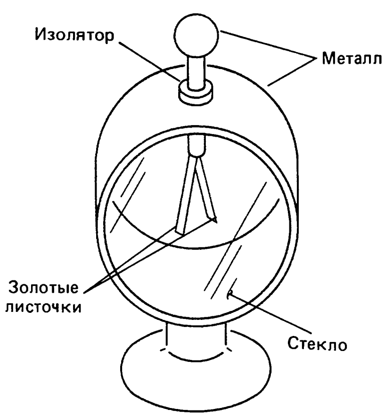


Рис. 22.6. Электроскоп.

Поднесем положительно заряженный металлический предмет к другому (нейтральному) металлическому предмету. При соприкосновении свободные электроны нейтрального предмета притянутся к положительно заряженному и часть их перейдет на него. Поскольку теперь у второго предмета недостает некоторого числа электронов, заряженных отрицательно, он приобретает положительный заряд. Этот процесс называется электризацией за счет электропроводности.

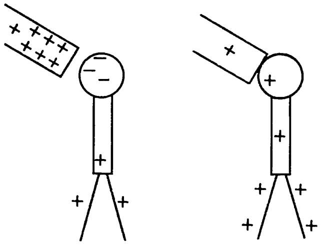
Приблизим теперь положительно заряженный предмет к нейтральному металлическому стержню, но так, чтобы они не соприкасались. Хотя электроны не покинут металлического стержня, они тем не менее переместятся в направлении заряженного предмета; на противоположном конце стержня возникнет положительный заряд (рис. 22.4). В таком случае говорят, что на концах металлического стержня индуцируется (или наводится) заряд. Разумеется, никаких новых зарядов не возникает: произошло просто *разделение* зарядов, в целом же стержень остался электрически нейтральным. Однако если бы мы теперь разрезали стержень поперек посредине, то получили бы два заряженных предмета – один с отрицательным зарядом, другой с положительным.

Сообщить металлическому предмету заряд можно также, соединив его проводом с землей (или, например, с водопроводной трубой, уходящей в землю), как показано на рис. 22.5, *а* (значок ⏚ обозначает заземление). Предмет, как говорят, заземлен. Благодаря своим огромным размерам земля принимает и отдает электроны; она действует как резервуар заряда. Если поднести близко к металлу заряженный, скажем, отрицательно предмет, то свободные электроны металла будут отталкиваться и многие уйдут по проводу в землю (рис. 22.5, *б*). Металл окажется заряженным положительно. Если теперь отсоединить провод, на металле останется положительный наведенный заряд. Но если сделать это после того, как отрицательно заряженный предмет удален от металла, то все электроны успеют вернуться назад и металл останется электрически нейтральным.

Для обнаружения электрического заряда используется *электроскоп* (или простой *электрометр*). Как видно из рис. 22.6, он состоит из корпуса, внутри которого находятся два подвижных листочка, сделанных нередко из золота. (Иногда подвижным делается только один листочек.) Листочки укреплены на металлическом стержне, который изолирован от корпуса и заканчивается снаружи металлическим шариком. Если поднести заряженный предмет близко к шарику, в стержне происходит разделение зарядов (рис. 22.7, *а*), листочки оказываются одноименно заряженными и отталкиваются друг от друга, как показано на рисунке. Можно целиком зарядить стержень за счет электропроводности (рис. 22.7, *б*). В любом случае, чем больше заряд, тем сильнее расходятся листочки.

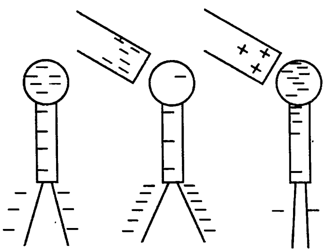
Заметим, однако, что знак заряда таким способом определить невозможно: отрицательный заряд разведет листочки точно на такое же расстояние, как и равный ему по величине положительный заряд. И все же электроскоп можно использовать для определения знака заряда – для этого стержню надо сообщить предварительно, скажем, отрицательный заряд (рис. 22.8, *а*). Если теперь к шарику электроскопа поднести отрицательно заряженный предмет (рис. 22.8, *б*), то дополнительные электроны переместятся к листочкам и они раздвинутся сильнее. Наоборот, если к шарику поднести положительный заряд, то электроны переместятся от листочков и они сблизятся (рис. 22.8, *в*), так как их отрицательный заряд уменьшится.

Электроскоп широко применялся на заре электротехники. На том же принципе при использовании электронных схем работают весьма чувствительные современные *электрометры*.



а *б*

Рис. 22.7. Сообщение электроскопу заряда за счет индукции (*а*) и за счет проводимости (*б*).



а *б* *в*

Рис. 22.8. Предварительно заряженный электроскоп может использоваться для определения знака неизвестного заряда.

22.5. Закон Кулона

Итак, между электрическими зарядами действует сила. Как она зависит от величины зарядов и других факторов? Этот вопрос исследовал в 1780-е годы французский физик Шарль Кулон (1736–1806). Он воспользовался крутильными весами (рис. 22.9), очень похожими на те, которые применял Кавендиш для определения гравитационной постоянной (разд. 5.2).

Хотя в те времена еще не было приборов для точного определения величины заряда, Кулон сумел приготовить небольшие шарики с известным *соотношением* зарядов. Если заряженный проводящий шарик, рассуждал он, при-

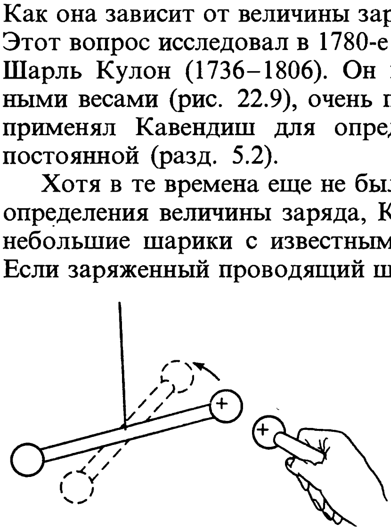


Рис. 22.9. Схема опыта Кулона. Установка аналогична той, которую использовал Кавендиш для измерения гравитационной постоянной. Когда к шарику на конце стержня, подвешенного на нити, подносят заряд, стержень слегка отклоняется, нить закручивается, и угол закручивания нити пропорционален действующей между зарядами силе (крутильные весы). С помощью этого прибора Кулон определил зависимость силы от величины зарядов и расстояния между ними.

вести в соприкосновение с точно таким же незаряженным шариком, то имевшийся на первом заряд в силу симметрии распределится поровну между двумя шариками. Это дало ему возможность получать заряды, составлявшие $^1/_2$, $^1/_4$ и т.д. от первоначального. Несмотря на некоторые трудности, связанные с индуцированием зарядов, Кулону удалось доказать, что сила, с которой одно заряженное тело действует на другое малое заряженное тело, прямо пропорциональна электрическому заряду каждого из них. Другими словами, если заряд любого из этих тел удвоить, то удвоится и сила; если же удвоить одновременно заряды обоих тел, то сила станет вчетверо больше. Это справедливо при условии, что расстояние между телами остается постоянным. Изменяя расстояние между телами, Кулон обнаружил, что действующая между ними сила обратно пропорциональна квадрату расстояния: если расстояние, скажем, удваивается, сила становится вчетверо меньше. Итак, заключил Кулон, сила, с которой одно малое заряженное тело (в идеальном случае – *точечный заряд*, т.е. тело, подобно материальной точке не имеющее пространственных размеров) действует на другое заряженное тело, пропорциональна произведению их зарядов Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \tag{22.1}$$

где k – коэффициент пропорциональности. Это соотношение известно как **закон Кулона**; его справедливость подтверждена тщательными экспериментами, гораздо более точными, чем первоначальные трудно воспроизводимые опыты Кулона. Показатель степени 2 установлен в настоящее время с точностью 10^{-16}, т.е. он равен $2 \pm 2 \cdot 10^{-16}$.

Коль скоро мы теперь имеем дело с новой величиной – электрическим зарядом,– мы можем подобрать такую единицу измерения, чтобы постоянная k в формуле (22.1) равнялась единице. И действительно, такая система единиц еще недавно широко использовалась в физике[1]. Теперь, однако, заряд чаще всего выражают в системе СИ, где его единицей является *кулон* (Кл). Точное определение кулона через электрический ток и магнитное поле мы приведем позднее (разд. 29.4). В системе СИ постоянная k имеет величину

$$k = 8{,}988 \cdot 10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2 \approx 9{,}0 \cdot 10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2.$$

[1] Речь идет о системе СГС (сантиметр – грамм – секунда), в которой используется *электростатическая единица заряда* СГСЭ. По определению два малых тела, каждое с зарядом 1 СГСЭ, расположенные на расстоянии 1 см друг от друга, взаимодействуют с силой 1 дина.

Таким образом, заряды в 1 Кл, расположенные на расстоянии 1 м друг от друга, взаимодействуют с силой, равной $(9{,}0\cdot 10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2)(1{,}0\ \text{Кл})(1{,}0\ \text{Кл})/(1{,}0\ \text{м}^2) = 9{,}0\cdot 10^9\ \text{Н}$.

Заряды, возникающие при электризации трением обычных предметов (расчески, пластмассовой линейки и т.п.), по порядку величины составляют микрокулон и меньше ($1\ \text{мкКл} = 10^{-6}\ \text{Кл}$). Заряд электрона (отрицательный) приблизительно равен $1{,}602\cdot 10^{-19}$ Кл. Это наименьший известный заряд[1]; он имеет фундаментальное значение и обозначается символом e; его часто называют *элементарным зарядом*:

$$e = (1{,}6021892 \pm 0{,}0000046)\cdot 10^{-19}\ \text{Кл},$$

или

$$e \approx 1{,}602\cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

Поскольку тело не может приобрести или потерять долю электрона, суммарный заряд тела должен быть целым кратным элементарного заряда. Говорят, что заряд *квантуется* (т.е. может принимать лишь дискретные значения). Однако, поскольку заряд электрона e очень мал, мы обычно не замечаем дискретности макроскопических зарядов (заряду 1 мкКл соответствуют примерно 10^{13} электронов) и считаем заряд непрерывным.

Формула (22.1) характеризует силу, с которой один заряд действует на другой. Эта сила направлена вдоль линии, соединяющей заряды. Если знаки зарядов одинаковы, то силы, действующие на заряды, направлены в противоположные стороны. Если же знаки зарядов различны, то действующие на заряды силы направлены навстречу друг другу (рис. 22.10). Заметим, что в соответствии с третьим законом Ньютона сила, с которой один заряд действует на другой, равна по величине и противоположна по направлению силе, с которой второй заряд действует на первый. Закон Кулона можно записать в векторной форме подобно закону всемирного тяготения

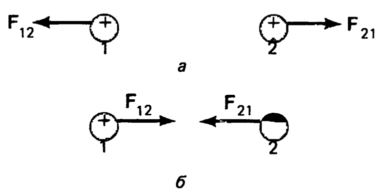


Рис. 22.10. Направление силы зависит от того, имеют ли заряды одинаковые (*а*) или противоположные (*б*) знаки. $\mathbf{F}_{12}$ – сила, действующая на заряд *1* со стороны заряда *2*; $\mathbf{F}_{21}$ – сила, действующая на заряд *2* со стороны заряда *1*.

[1] В физике элементарных частиц предполагается существование субэлементарных частиц – кварков с зарядом $^1/_3 e$ и $^2/_3 e$. Экспериментально кварки не удалось зарегистрировать, а теория предсказывает, что кварки не могут существовать в свободном состоянии (см. гл. 43).

Ньютона (гл. 5):

$$\mathbf{F}_{12} = k\frac{Q_1 Q_2}{r_{21}^2}\hat{\mathbf{r}}_{21},$$

где $\mathbf{F}_{12}$ – вектор силы, действующей на заряд Q_1 со стороны заряда Q_2, а $\hat{\mathbf{r}}_{21}$ – единичный вектор, направленный от Q_2 к Q_1[1].

Следует иметь в виду, что формула (22.1) применима лишь к телам, расстояние между которыми значительно больше их собственных размеров. В идеальном случае это точечные заряды. Для тел конечного размера не всегда ясно, как отсчитывать расстояние r между ними, тем более что распределение заряда может быть и неоднородным. Если оба тела – сферы с равномерным распределением заряда, то r означает расстояние между центрами сфер. (Мы обсудим это далее в настоящей и следующей главах.) Важно также понимать, что формула (22.1) определяет силу, действующую на данный заряд со стороны *единственного* заряда. Если система включает несколько (или много) заряженных тел, то результирующая сила, действующая на данный заряд, будет равнодействующей (векторной суммой) сил, действующих со стороны остальных зарядов.

Пример 22.1. Чему равна электрическая сила, действующая на электрон в атоме водорода со стороны ядра (единственного протона) с зарядом $Q_2 = e$, когда электрон движется вокруг протона по орбите со средним радиусом $0{,}53\cdot 10^{-10}$ м?

Решение. Подставим в формулу (22.1) значения $Q_2 = +1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл, $Q_1 = -Q_2$, $r = 0{,}53\cdot 10^{-10}$ м:

$$F = (0{,}53\cdot 10^{-10}\ \text{м})^{-2}(9{,}0\cdot 10^{9}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2)\times$$
$$\times(+1{,}6\cdot 10^{-19}\,\text{Кл})(-1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл}) =$$
$$= -8{,}2\cdot 10^{-8}\ \text{Н}.$$

Знак минус означает, что заряды притягиваются.

Пример 22.2. Рассчитайте результирующую электрическую силу, действующую на заряд Q_3 на рис. 22.11, *а* со стороны двух других зарядов.

Решение. Результирующая сила, действующая на заряд Q_3, представляет собой сумму сил $\mathbf{F}_{31}$, действующей со стороны Q_1, и $\mathbf{F}_{32}$, действующей со стороны Q_2. Эти силы равны:

$$\mathbf{F}_{31} = (0{,}30\ \text{м})^{-2}(9{,}0\cdot 10^{9}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2)\times$$
$$\times(-4{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{Кл})(-3{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{Кл}) =$$
$$= 1{,}2\ \text{Н},$$
$$\mathbf{F}_{32} = (0{,}20\ \text{м})^{-2}(9{,}0\cdot 10^{9}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2)\times$$
$$\times(5{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{Кл})(-4{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{Кл}) =$$
$$= -4{,}5\ \text{Н}.$$

Сила $\mathbf{F}_{31}$ – отталкивание, а $\mathbf{F}_{32}$ – притяже-

[1] Заметим, что если Q_1 и Q_2 имеют одинаковый знак, то $Q_1 Q_2 > 0$ и сила, действующая на Q_1, направлена в сторону, противоположную Q_2: заряды отталкиваются. Если же знаки Q_1 и Q_2 различны, то $Q_1 Q_2 < 0$, и сила $\mathbf{F}_{12}$ направлена в сторону Q_2: заряды притягиваются.

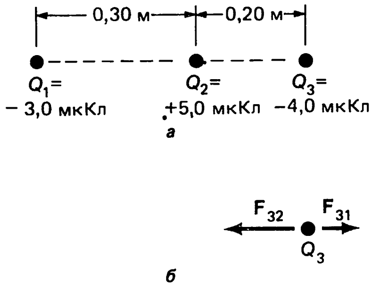


Рис. 22.11. К примеру 22.2.

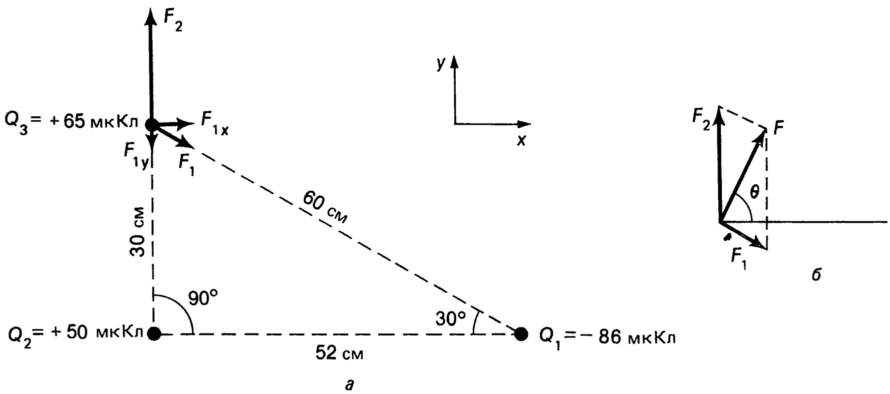


Рис. 22.12. К определению сил в примере 22.3.

ние, и эти силы действуют как показано на рис. 22.11, *б*. Тогда результирующая сила, действующая на заряд Q_3, равна

$$F = F_{32} + F_{31} = -4{,}5\ \text{Н} + 1{,}2\ \text{Н} = -3{,}3\ \text{Н}.$$

Результирующая сила имеет величину 3,3 Н и направлена на рисунке влево. (Обратим внимание на тот факт, что средний заряд Q_2 никак не препятствует влиянию заряда Q_1, а лишь создает свою собственную силу.)

Пример 22.3. Рассчитайте силу, действующую на заряд Q_3 со стороны зарядов Q_1 и Q_2 на рис. 22.12.

Решение. Силы $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ направлены, как показано на чертеже, поскольку Q_1 создает силу притяжения, а Q_2 – силу отталкивания. По величине силы $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ составляют (без учета знаков, так как их направления нам известны):

$$F_1 = (0{,}60\ \text{м})^{-2}(9{,}0\cdot 10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2) \times (6{,}5\cdot 10^{-5}\ \text{Кл})(8{,}6\cdot 10^{-5}\ \text{Кл}) = 140\ \text{Н},$$

$$F_2 = (0{,}30\ \text{м})^{-2}(9{,}0\cdot 10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2) \times (6{,}5\cdot 10^{-15}\ \text{Кл})(5{,}0\cdot 10^{-5}\ \text{Кл}) = 330\ \text{Н}.$$

Разложим $\mathbf{F}_1$ на составляющие по осям x и y:

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ = 120\ \text{Н},$$

$$F_{1y} = -F_1 \sin 30^\circ = -70\ \text{Н}.$$

Сила $\mathbf{F}_2$ имеет только составляющую по оси y. Таким образом, результирующая сила $\mathbf{F}$, действующая на заряд Q_3, имеет составляющие $F_x = F_{1x} = 120$ Н и $F_y = F_2 + F_{1y} = 330\ \text{Н} - 70\ \text{Н} = 260$ Н. Отсюда величина результирующей силы составит $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(120\text{Н})^2 + (260\text{Н})^2} = 290$ Н, а угол θ, который составляет направление этой силы с осью x, определится (рис. 22.12, *б*) соотношением $\operatorname{tg}\theta = F_y/F_x = 260\ \text{Н}/120\ \text{Н} = 2{,}2$; отсюда $\theta = 65^\circ$.

Постоянная k в формуле (22.1) обычно выражается через другую константу, ε_0, так называемую **электрическую постоянную**, которая связана с k соотношением $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$. С учетом этого закон Кулона можно переписать в виде

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \tag{22.2}$$

где с наивысшей на сегодня точностью

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = (8{,}85418782 \pm 0{,}00000007)\cdot 10^{-12}\ \text{Кл}^2/\text{Н}\cdot\text{м}^2,$$

или округленно

$$\varepsilon_0 \approx 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{Кл}^2/\text{Н}\cdot\text{м}^2.$$

Хотя формула (22.2) выглядит несколько сложнее, чем (22.1), запись большинства других уравнений электромагнитной теории упрощается при использовании ε_0, поскольку 4π в окончательном результате часто сокращается. Поэтому мы будем обычно использовать формулу (22.2), считая, что

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9{,}0\cdot 10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2.$$

Закон Кулона описывает силу, действующую между двумя покоящимися зарядами. Когда заряды движутся, между ними возникают дополнительные силы, и их мы обсудим в последующих главах. Здесь же рассматриваются только покоящиеся заряды; этот раздел учения об электричестве называется **электростатикой**.

22.6. Электрическое поле

В гл. 5 (разд. 5.9) мы видели, что мыслителям прошлого трудно было принять концепцию «действия на расстоянии». И правда, как может один заряд действовать на другой, если они не соприкасаются? Даже Ньютону, применившему эту идею в теории всемирного тяготения, нелегко было свыкнуться с нею. Как мы видели, однако, эти трудности можно преодолеть с помощью понятия *поля*, которое ввел английский ученый Майкл Фарадей (1791–1867). Согласно Фарадею, от каждого заряда исходит *электрическое поле*, пронизывающее все пространство. Когда к одному заряду подносят другой, он испытывает действие силы, которая обусловлена электрическим полем первого заряда. Электрическое поле в точке, где находится второй заряд, влияет непосредственно на этот заряд, создавая действующую на него силу. Следует подчеркнуть, что поле *не* является некой разновидностью вещества; правильнее сказать, это – чрезвычайно полезная концепция[1].

Поле, создаваемое одним или несколькими зарядами, можно исследовать с помощью небольшого положительного пробного заряда, измеряя действующую на него силу. Под пробным зарядом мы понимаем достаточно малый заряд, собственное поле которого не меняет существенно распределения остальных зарядов, создающих исследуемое поле. Силы, действующие на малый пробный заряд q в окрестности уединенного положительного заряда Q, показаны на рис. 22.13. Сила в точке b меньше, чем в a, из-за большего расстояния между зарядами (закон Кулона); в точке c сила еще меньше. Во всех случаях сила направлена радиально от заряда Q. По определению **напряженность электрического поля** (или просто **электрическое поле**) $\mathbf{E}$ в любой точке пространства равна отношению силы $\mathbf{F}$, действующей на малый положительный пробный заряд, к величине этого заряда q:

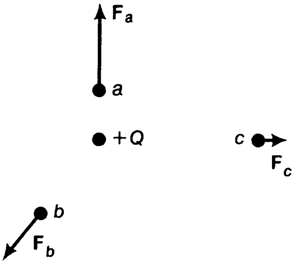


Рис. 22.13. Сила, действующая со стороны заряда $+Q$ на малый пробный заряд q, помещаемый в точки a, b и c.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}. \qquad (22.3)$$

(Более строго $\mathbf{E}$ определяется как предел отношения $\mathbf{F}/q$ при q, стремящемся к нулю.) Из определения (22.3) следует, что направление напряженности электрического поля в любой точке пространства совпадает с направлением силы, действующей в этой точке на положительный пробный заряд. Напряженность электрического поля представляет собой *силу, действующую на единицу заряда*; она измеряется в ньютонах на кулон (Н/Кл).

Напряженность электрического поля $\mathbf{E}$ определяется через отношение $\mathbf{F}/q$, чтобы исключить зависимость поля $\mathbf{E}$ от величины пробного заряда q. Иначе говоря, $\mathbf{E}$ учитывает только те заряды, которые создают рассматриваемое в данной точке электрическое поле. Поскольку $\mathbf{E}$ – векторная величина, электрическое поле является *векторным полем.*

22.7. Расчет напряженности электрического поля E

Для многих простых случаев можно рассчитать напряженность электрического поля в заданной точке с по

[1] Вопрос о «реальности» и существовании электрического поля на самом деле – это философский, скорее даже метафизический вопрос. В физике представление о поле оказалось чрезвычайно полезным – это одно из величайших достижений человеческого разума. (С автором вряд ли можно согласиться. Вопрос о «реальности» того или иного понятия относится к компетенции соответствующей области физики, т.е. является естественнонаучной, а не гносеологической проблемой.– *Прим. ред.*)

мощью формулы (22.3). Например, напряженность поля, создаваемого уединенным точечным зарядом Q на расстоянии r от этого заряда, равна

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\cdot\frac{1}{q}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad \text{[уединенный точечный заряд]}. \tag{22.4}$$

Наряду с формулой (22.2) это выражение для напряженности электрического поля точечного заряда также называют часто законом Кулона. Заметим еще раз, что E не зависит от q: напряженность электрического поля определяется только зарядом Q, который создает это поле, и не зависит от величины пробного заряда.

Пример 22.4. Рассчитайте величину и направление напряженности электрического поля в точке P, расположенной на расстоянии 30 см вправо от точечного заряда $Q = -3{,}0\cdot10^{-6}$ Кл.

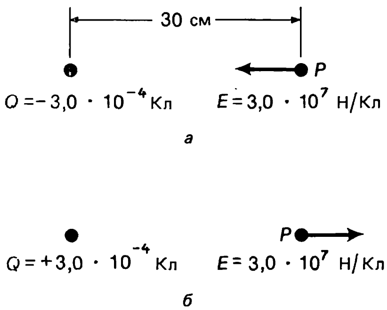


Рис. 22.14. Электрическое поле, создаваемое в точке P отрицательным зарядом Q (*а*) и положительным зарядом Q (*б*) (к примеру 22.4).

Решение. Напряженность электрического поля равна

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}=$$
$$=\frac{(9{,}0\cdot10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2)(3{,}0\cdot10^{-6}\ \text{Кл})}{(0{,}30\ \text{м})^2}=$$
$$=3{,}0\cdot10^5\ \text{Н/Кл}.$$

Вектор напряженности электрического поля направлен *в сторону* заряда Q, как показано на рис. 22.14, *а*, поскольку, согласно определению, его направление совпадает с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд. Если бы заряд Q был положительным, то вектор напряженности поля был бы направлен *от заряда* (рис. 22.14, *б*).

Напряженность поля нескольких зарядов рассчитывается как векторная сумма напряженностей, создаваемых каждым из зарядов. Напряженность $\mathbf{E}$ электрического поля n точечных зарядов равна

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2+\mathbf{E}_3+\ldots+\mathbf{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\mathbf{E}_i, \tag{22.5}$$

где $\mathbf{E}_i$ – напряженность электрического поля создаваемого i-м зарядом. Справедливость этого *принципа суперпозиции* подтверждена экспериментально, и исключений из него не наблюдалось.

Пример 22.5. Рассчитайте напряженность электрического поля в точках A и B (рис. 22.15).

Решение. а) Расчет очень похож на проведенный в примере 22.3, но теперь мы имеем дело с электрическими полями. Напряженность электрического поля в точке A есть векторная сумма напряженностей $\mathbf{E}_{A1}$, обусловленной зарядом Q_1, и $\mathbf{E}_{A2}$,

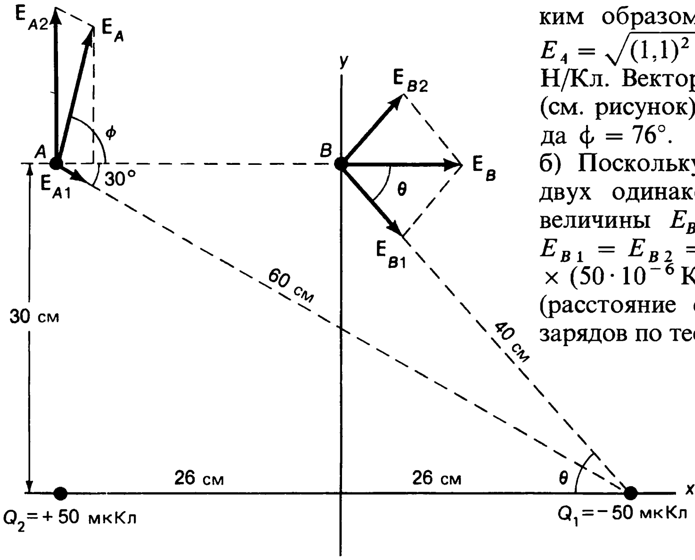


Рис. 22. 15. К расчету электрического поля в точках A и B в примере 22.5.

обусловленной Q_2: $E_{A1} = (9{,}0 \cdot 10^9$ Н $\times$ $\times$ м^2/Кл^2)(50 $\cdot 10^{-6}$ Кл)/(0,60 м)$^2 = 1{,}25 \times$ $\times\, 10^6$ Н/Кл; аналогично $E_{A2} = 5{,}0 \cdot 10^6$ Н/Кл. Векторы направлены, как показано на рисунке; соответственно результирующий вектор $\mathbf{E}_A$ в точке A имеет составляющие $E_{Ax} = E_{A1} \cos 30° = 1{,}1 \cdot 10^6$ Н/Кл и $E_{Ay} = E_{A2} - E_{A1} \sin 30° = 4{,}4 \cdot 10^6$ Н/Кл. Таким образом, по абсолютной величине $E_4 = \sqrt{(1{,}1)^2 + (4{,}4)^2} \cdot 10^6$ Н/Кл $= 4{,}5 \cdot 10^6$ Н/Кл. Вектор $\mathbf{E}_A$ направлен под углом ϕ (см. рисунок), и $\operatorname{tg} \phi = 4{,}4/1{,}1 = 4{,}0$, откуда $\phi = 76°$.

б) Поскольку точка B равноудалена от двух одинаковых зарядов, абсолютные величины E_{B1} и E_{B2} также одинаковы: $E_{B1} = E_{B2} = (9{,}0 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл$^2) \times$ $\times$ (50 $\cdot 10^{-6}$ Кл)/(0,40 м)$^2 = 2{,}8 \cdot 10^6$ Н/Кл (расстояние от точки B до каждого из зарядов по теореме Пифагора равно 40 см).

В силу симметрии задачи y-компоненты равны между собой и противоположно направлены. Отсюда результирующая напряженность поля E_B направлена по оси x и равна $E_{B1} \cos\theta + E_{B2} \cos\theta = 2E_{B1} \cos\theta$; из рисунка $\cos\theta = 26$ см/40 см $= 0{,}65$ и $E_B = 2(2{,}8 \cdot 10^6$ Н/Кл)(0,65) $= 3{,}6 \cdot 10^6$ Н/Кл.

Во многих случаях распределение заряда можно считать непрерывным. Это означает, что распределенные заряды можно представить в виде набора бесконечно малых элементов dQ, каждый из которых создает на расстоянии r электрическое поле напряженностью

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dQ}{r^2}. \tag{22.6а}$$

Значение напряженности электрического поля в любой точке можно получить, просуммировав вклады всех бесконечно малых элементов, т. е. взяв интеграл

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E}. \tag{22.6б}$$

Заметим, что $d\mathbf{E}$ – вектор [величина которого дается формулой (22.6а)], так что интегрирование может оказаться непростым. Поэтому для вычисления $\mathbf{E}$ часто используются другие методы, которые мы обсудим в двух следующих главах. Тем не менее формулы (22.6) в относительно простых случаях нередко позволяют аналитически рассчитать $\mathbf{E}$. Во многих случаях применяются также методы численного интегрирования.

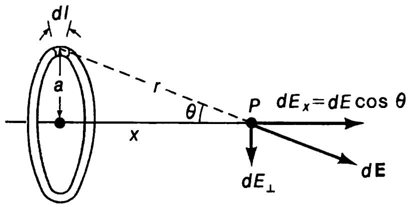


Рис. 22.16. К примеру 22.6.

Пример 22.6. По тонкому кольцу радиусом a равномерно распределен заряд Q. Определить напряженность электрического поля в точке P на оси кольца на расстоянии x от его центра (рис. 22.16).

Решение. Напряженность электрического поля $d\mathbf{E}$, обусловленная элементом кольца длиной dl, равна

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r^2},$$

где $dQ = Q(dl/2\pi a)$, поскольку заряд равномерно распределен по длине кольца $2\pi a$. Отсюда

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\,dl}{r^2 2\pi a}.$$

Вектор $d\mathbf{E}$ имеет компоненты dE_x вдоль оси x и $dE_\perp$ в направлении, перпендикулярном оси x (рис. 22.16). Суммируя (интегрируя) по всему кольцу, заметим, что каждому элементу dl кольца соответствует диаметрально противоположный элемент равной длины такой, что перпендикулярные компоненты напряженности электрического поля этих двух элементов взаимно компенсируются. Это справедливо для всех элементов кольца, так что в итоге вектор $\mathbf{E}$ направлен вдоль оси x и нам остается просуммировать только x-компоненты, dE_x. Тогда полная напряженность электрического поля равна

$$E = \int dE_x \int dE \cos\theta = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2\pi a}\int \frac{dl}{r^2}\cos\theta.$$

Заметив, что $\cos\theta = x/r$, где $r = (x^2 + a^2)^{1/2}$, получим

$$E = \frac{Q}{(4\pi\varepsilon_0)(2\pi a)}\frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi a} dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}.$$

На больших расстояниях ($x \gg a$) полученное выражение сводится к $E = Q/4\pi\varepsilon_0 x^2$. Этого следовало ожидать, так как на больших расстояниях кольцо подобно точечному заряду (имеет место зависимость $1/r^2$). Подобная «проверка» при больших r служит подтверждением (но не доказательством) правильности полученного ответа. Если бы в пределе больших r результат оказался иным, наше решение было бы заведомо неверным.

Пример 22.7. *Линейное распределение заряда.* Определите напряженность электрического поля в точке P на расстоянии x от очень длинного, линейного, равномерно распределенного заряда (например, проводника, рис. 22.17). Пусть λ – заряд, приходящийся на единицу длины (Кл/м); будем считать, что величина x мала по сравнению с длиной проводника.

Решение. Выберем систему координат так, чтобы ось y совпадала с проводником, а начало отсчета находилось в точке O (как показано на рисунке). Элемент

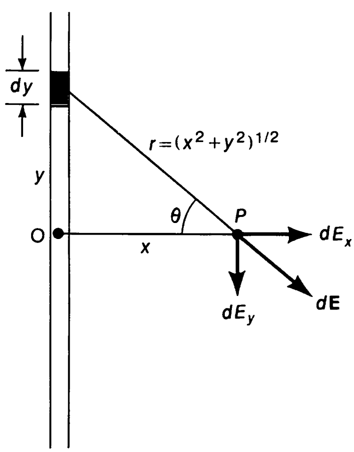


Рис. 22.17. К примеру 22.7.

длины dy несет заряд $dQ = \lambda dy$; создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке P равна

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)}.$$

Вектор $d\mathbf{E}$ обладает компонентами dE_x и dE_y, причем $dE_x = dE\cos\theta$ и $dE_y = dE\sin\theta$. Если проводник имеет большую протяженность в обе стороны от O (так что вкладами удаленных частей можно пренебречь по сравнению с близкими) или если точка O находится точно посередине отрезка проводника (даже короткого), то y-компонента $\mathbf{E}$ обратится в нуль, так как вклады в $E_y = \int dE_y$ участков проводника, расположенных выше и ниже точки O, будут одинаковы, т.е.

$$E_y = \int dE\sin\theta = 0.$$

Тогда

$$E = E_x = \int dE\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\cos\theta dy}{(x^2 + y^2)}.$$

Теперь мы должны выразить θ через y или y через θ. Сделаем последнее: поскольку $y = x\,\mathrm{tg}\,\theta$, то $dy = x d\theta/\cos^2\theta$ и $(x^2 + y^2) = x^2/\cos^2\theta$. Тогда

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\sin\theta)\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x},$$

где мы предположили, что проводник имеет очень большую протяженность в обоих направлениях ($y \to \pm\infty$), т.е. пределы интегрирования равны $\theta = \pm\pi/2$. Таким образом, напряженность электрического поля линейного распределения заряда изменяется обратно пропорционально первой степени расстояния до заряда. Этот результат, полученный нами для бесконечно длинного линейного заряда, является хорошим приближением и для линейного заряда конечной длины при условии, что величина x мала по сравнению с расстоянием от точки P до обоих концов проводника.

Пример 22.8. *Равномерно заряженная плоскость.* Заряд равномерно распределен в пределах большой квадратной плоскости со стороной L (рис. 22.18). Заряд, приходящийся на единицу площади, равен σ. Рассчитайте напряженность электрического поля в точке P на расстоянии z над центром квадрата (z намного меньше L).

Решение. Поскольку мы уже знаем, какое поле создается равномерным линейным распределением заряда (пример 22.7), разобьем плоскость на узкие полоски шириной dy и длиной L и затем просуммируем значения напряженности поля, создаваемые каждой такой полоской. Поскольку на единицу площади приходится заряд σ, то для каждой полоски $\sigma = dQ/Ldy$, где dQ – заряд полоски, а Ldy – ее площадь. Таким образом, $dQ =$

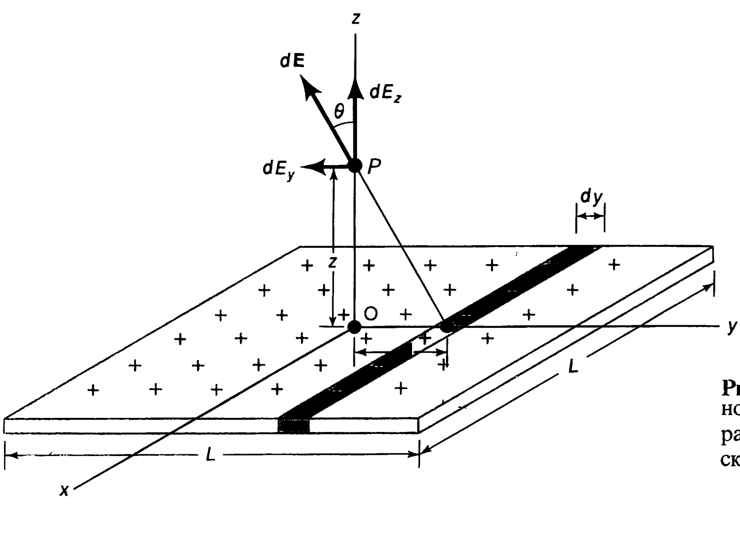


Рис. 22.18. Расчет напряженности электрического поля над равномерно заряженной плоскостью.

$= \sigma L dy$, и каждую полоску мы можем рассматривать как равномерное распределение заряда с линейной плотностью

$$\lambda = \frac{dQ}{L} = \frac{\sigma L dy}{L} = \sigma dy.$$

Пользуясь результатом примера 22.7, мы можем написать для напряженности электрического поля, создаваемого полоской (поскольку $z \ll L$),

$$dE = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{(z^2+y^2)^{1/2}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dy}{(z^2+y^2)^{1/2}},$$

где $(z^2+y^2)^{1/2}$ – расстояние от точки P до середины полоски. Квадрат симметричен относительно оси x, поэтому при суммировании по всем полоскам y-компоненты взаимно уничтожатся. Таким образом, нам достаточно провести суммирование по z-компонентам, для которых

$$dE_z = dE\cos\theta = dE\frac{z}{(z^2+y^2)^{1/2}}.$$

Тогда напряженность электрического поля на расстоянии z равна

$$E = \int dE_z = \frac{\sigma z}{2\pi\varepsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dy}{(z^2+y^2)^{1/2}} =$$

$$= \frac{\sigma z}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z}\operatorname{arctg}\frac{y}{z}\right)_{y=-L/2}^{y=L/2}.$$

Поскольку $z \ll L$, вклад удаленных участков плоскости мал (согласно закону Кулона), и можно положить $y = \pm L/2 \to \infty$; таким образом,

$$E = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Этот результат справедлив для любой точки над (или под) бесконечной заряженной плоскостью. Он выполняется также для точки, находящейся достаточно близко к плоскости конечных размеров[1)], если расстояние до плоскости намного меньше расстояния до ее краев. Мы видим, что электрическое поле большой равномерно заряженной плоскости однородно и направлено перпендикулярно плоскости.

Пример 22.9. Определите напряженность электрического поля между двумя большими параллельными пластинами, расположенными на расстоянии d друг от друга, мало по сравнению с размерами пластин. Поверхностная плотность заряда одной пластины равна $+\sigma$, другой $-\sigma$ (рис. 21.19).

Решение. Согласно результату примера 22.8, каждая пластина создает электрическое поле напряженностью $E = \pm\sigma/2\varepsilon_0$. Поле, создаваемое положительно заря-

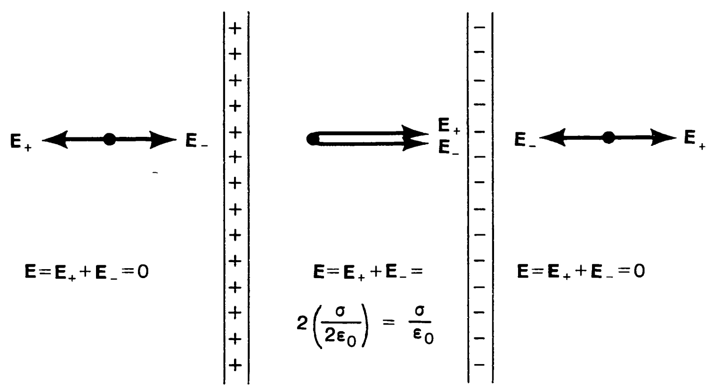


Рис. 22.19. К примеру 22.9.

[1)] Точность этого результата для больших L определяется значением $\operatorname{arctg}(L/2z)$. Например, для $(z/L) \lesssim 0{,}008$ результат, полученный в предположении, что $L = \infty$ и $z/L = 0$, выполняется с точностью примерно 1%, так как $\operatorname{arctg}(L/2z)$ отличается от $\pi/2$ не более чем на 1%.

женной пластиной, направлено от этой пластины, а поле, создаваемое отрицательной пластиной, направлено к пластине. Таким образом, в зазоре между пластинами создаваемые ими электрические поля складываются:

$$E = E_{+} + E_{-} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ [между параллельными пластинами].

Поле однородно, и поэтому его напряженность одинакова в любой точке между пластинами. Во внешней же области поля взаимно компенсируются:

$$E = E_{+} + E_{-} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0,$$

как показано на рисунке. Полученные результаты в идеальном случае справедливы для пластин бесконечно большого размера; они служат хорошим приближением в том случае, когда расстояние между пластинами конечных размеров намного меньше их размеров, и для точек, не слишком близких к краям пластин. (Эти полезные и довольно неожиданные результаты наглядно иллюстрируют принцип суперпозиции и его большие возможности с точки зрения практических расчетов.)

22.8. Силовые линии

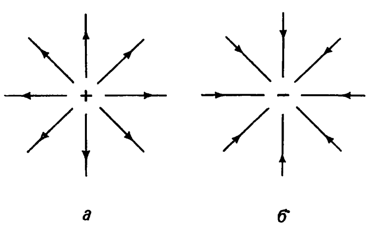


Рис. 22.20. Силовые линии электрического поля вблизи положительного точечного заряда (*а*) и отрицательного точечного заряда (*б*).

Коль скоро электрическое поле является *векторным*, его можно изображать в различных точках стрелками, как это сделано на рис. 22.13. Направления векторов $\mathbf{E}_a$, $\mathbf{E}_b$, $\mathbf{E}_c$ совпадали бы с направлениями показанных на этом рисунке сил и лишь длина их была бы уже иной в результате деления на q. Отношение длин векторов $\mathbf{E}_a$, $\mathbf{E}_b$, $\mathbf{E}_c$ сохранится прежним, так как мы делим на один и тот же заряд. Однако изображать электрическое поле таким образом неудобно, поскольку при большом числе точек весь рисунок будет испещрен стрелками. Поэтому пользуются другим способом изображения поля – методом силовых линий.

Для наглядного представления электрического поля его изображают семейством линий, указывающих направление напряженности поля в каждой точке пространства. Эти так называемые **силовые линии** проводятся так, чтобы указывать направление силы, действующей в данном поле на положительный пробный заряд. Силовые линии точечного положительного заряда показаны на рис. 22.20, *а*, отрицательного – на рис. 22.20, *б*. В первом случае линии радиально расходятся от заряда, во втором они радиально сходятся к заряду. Именно в таком направлении будут действовать силы на положительный пробный заряд. Конечно, силовые линии можно нанести и в промежутках между изображенными на рисунке. Но мы условимся наносить силовые линии с таким расчетом, чтобы число линий, исходящих от положительного заряда или заканчивающихся на отрицательном заряде, было пропорционально величине этого заряда. Обратим внимание на то, что вблизи заряда, где сила максимальна, линии расположены более тесно. Это общее свойство силовых линий: *чем теснее расположены силовые линии, тем сильнее элек-*

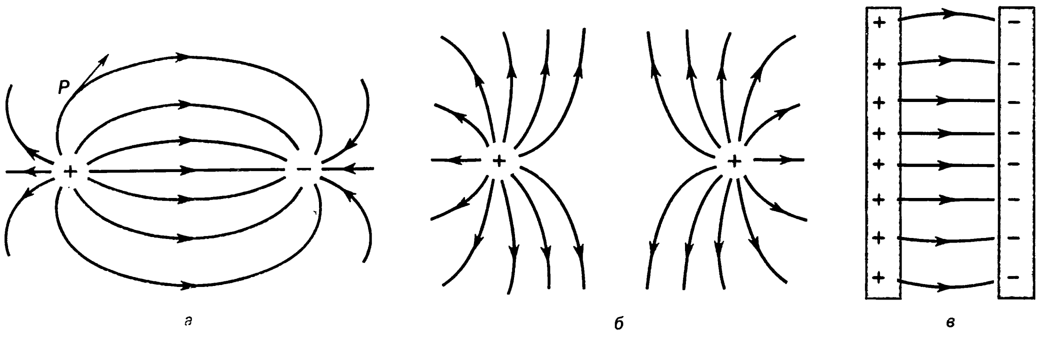
трическое поле в этой области. Вообще говоря, можно всегда изображать силовые линии таким образом, чтобы число линий, пересекающих единичную площадку, перпендикулярную направлению поля **E**, было пропорционально напряженности электрического поля. Например, для уединенного точечного заряда (рис. 22.20) напряженность электрического поля убывает как $1/r^2$; так же будет уменьшаться с расстоянием и число равномерно распределенных силовых линий, пересекающих единичную площадку: ведь общее число силовых линий остается постоянным, а площадь поверхности, через которую они проходят, растет как $4\pi r^2$ (поверхность сферы радиусом r). Соответственно число силовых линий на единицу площади пропорционально $1/r^2$.

На рис. 22.21, *а* показаны силовые линии поля, создаваемого двумя зарядами противоположных знаков. Здесь силовые линии искривлены и направлены от положительного заряда к отрицательному. Поле в любой точке направлено по касательной к силовой линии, как показано стрелкой в точке P. Чтобы убедиться в том, что силовые линии идут именно так, а не иначе, вы можете проделать вычисления в духе примера 22.5 специально для этого случая (см. рис. 22.15). На рис. 22.21, *б* и *в* показаны силовые линии электрического поля двух положительных зарядов и поля между двумя параллельными противоположно заряженными пластинами. Заметим, что силовые линии поля между пластинами параллельны и расположены на равном расстоянии друг от друга, исключая область вблизи краев. Таким образом, в центральной области напряженность электрического поля во всех точках одинакова, и мы можем написать

$$E = \text{const} \text{ [между близко расположенными параллельными пластинами].} \qquad (22.7)$$

Хотя вблизи краев это не так (силовые линии изгибаются), часто этим можно пренебречь, особенно если расстояние между пластинами мало по сравнению с их размерами. [Сравните этот результат со случаем уединенного точечного заряда, где поле изменяется обратно пропорцио-

Рис. 22.21. Силовые линии электрического поля для двух разноименных зарядов (*а*), двух одноименных зарядов (*б*) и параллельных, противоположно заряженных пластин (*в*).



нально квадрату расстояния; формула (22.4).] Итак, силовые линии обладают следующими свойствами:

1. Силовые линии указывают направление напряженности электрического поля: в любой точке напряженность поля направлена по касательной к силовой линии.
2. Силовые линии проводятся так, чтобы напряженность электрического поля E была пропорциональна числу линий, проходящих через единичную площадку, перпендикулярную линиям.
3. Силовые линии начинаются только на положительных зарядах и заканчиваются только на отрицательных зарядах; число линий, выходящих из заряда или входящих в него, пропорционально величине заряда.

Можно также сказать, что силовая линия электрического поля – это траектория, по которой следовал бы помещенный в поле малый пробный заряд. (Строго говоря, это верно лишь в том случае, если пробный заряд не обладает инерцией или движется медленно, например вследствие трения.) Силовые линии никогда не пересекаются. (Если бы они пересекались, это означало бы, что в одной и той же точке напряженность электрического поля имеет два различных направления, что лишено смысла.)

22.9. Электрические поля и проводники

В статическом случае (т.е. когда заряды покоятся) электрическое поле внутри хорошего проводника отсутствует. Если бы в проводнике существовало электрическое поле, то на внутренние свободные электроны действовала бы сила, вследствие чего электроны пришли бы в движение и двигались до тех пор, пока не заняли бы такое положение, при котором, напряженность электрического поля, а стало быть, и действующая на них сила обратились бы в нуль.

Из этого рассуждения вытекают любопытные следствия. В частности, если проводник обладает результирующим зарядом, то этот заряд распределяется по внешней поверхности проводника. Этот факт можно объяснить с иной точки зрения. Если, например, проводник заряжен отрицательно, то мы легко можем представить, что отрицательные заряды отталкивают друг друга и устремляются к поверхности проводника, чтобы расположиться как можно дальше друг от друга. Другое следствие состоит в следующем. Пусть положительный заряд Q помещен в центр полого изолированного проводника в форме сферической оболочки (рис. 22.22). Поскольку внутри проводника электрического поля быть не может, силовые линии, идущие от положительного заряда, должны заканчиваться на отрицательных зарядах на внутренней поверхности металлической сферы. В результате на внутренней поверхности сферического проводника будет индуцирован соот-

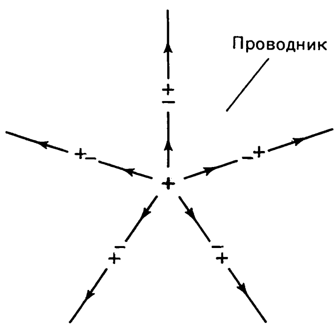


Рис. 22.22. Точечный заряд, помещенный внутрь металлической сферической оболочки. На поверхности оболочки индуцируется заряд. Электрическое поле существует и вне оболочки, но в самой оболочке равно нулю.

ветствующий отрицательный заряд $-Q$, а равный по величине положительный заряд $+Q$ распределится по внешней поверхности сферы (поскольку в целом оболочка нейтральна). Таким образом, хотя внутри проводника электрическое поле отсутствует, снаружи сферы существует электрическое поле (рис. 22.22), как если бы металлической сферы вовсе не было.

С этим связано также и то обстоятельство, что силовые линии электрического поля всегда перпендикулярны поверхности проводника. Действительно, если бы вектор напряженности электрического поля **E** имел компоненту, параллельную поверхности проводника, то электроны под действием силы двигались бы до тех пор, пока не заняли положение, в котором на них не действует сила, т. е. пока вектор напряженности электрического поля не будет перпендикулярен поверхности.

Все сказанное относится только к проводникам. В изоляторах, у которых нет свободных электронов, может существовать электрическое поле и силовые линии не обязательно перпендикулярны поверхности.

22.10. Движение заряженной частицы в электрическом поле

Как мы уже видели, понятие поля оказывается очень удобным для описания сил, действующих на заряженное тело со стороны одного или нескольких заряженных тел. Сила, действующая на заряд q в некоторой точке пространства, определяется выражением

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

[см. (22.3)], где **E** – напряженность электрического поля, создаваемого в данной точке остальными зарядами.

Из предшествующих разделов мы узнали, как в некоторых конкретных ситуациях можно определить напряженность электрического поля **E**. Теперь будем считать, что напряженность поля **E** известна, и необходимо найти силу, действующую на заряженное тело, и определить характер его движения.

Пример 22.10. Электрон (масса $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг) ускоряется в однородном поле **E** ($E = 2{,}0 \cdot 10^4$ Н/Кл) между двумя параллельными заряженными пластинами. Расстояние между пластинами 1,5 см. Электрон разгоняется из состояния покоя вблизи отрицательной пластины и пролетает через небольшое отверстие в положительной пластине (рис. 22.23). а) С какой скоростью электрон вылетает из отверстия? б) Покажите, что действием силы тяжести можно пренебречь.

Решение. а) Сила, действующая на электрон, равна

$$F = qE$$

и направлена вправо. Ускорение электрона составляет

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}.$$

В зазоре между пластинами поле **E** однородно, поэтому движение электрона про-

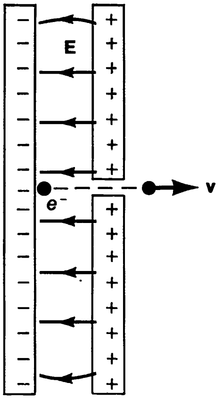


Рис. 22.23. К примеру 22.10.

исходит равноускоренно с ускорением

$$a = \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл})(2{,}0\cdot 10^{4}\ \text{Н/Кл})}{(9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{кг})} = 3{,}5\cdot 10^{15}\ \text{м/с}^2.$$

До отверстия электрон проходит путь $x = 1{,}5\cdot 10^{-2}$ м, и, поскольку его начальная скорость равна нулю, мы можем воспользоваться формулой (2.9в) с $v_0 = 0$:

$$v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2(3{,}5\cdot 10^{15}\ \text{м/с}^2)(1{,}5\cdot 10^{-2}\ \text{м})} = 1{,}0\cdot 10^{7}\ \text{м/с}.$$

Во внешней области электрическое поле отсутствует, и, пролетев через отверстие, электрон движется с постоянной скоростью.

б) Действующая на электрон электрическая сила равна $qE = (1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл}) \times (2{,}0\cdot 10^{4}\ \text{Н/Кл}) = 3{,}2\cdot 10^{-15}$ Н, а сила тяжести равна $mg = (9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{кг}) \times (9{,}8\ \text{м/с}^2) = 8{,}9\cdot 10^{-30}$ Н, т.е. в 10^{14} раз меньше! Обратите внимание на то, что мы не учитывали электрическое поле самого электрона. Его пришлось бы учесть, если бы требовалось найти силу, действующую на пластины.

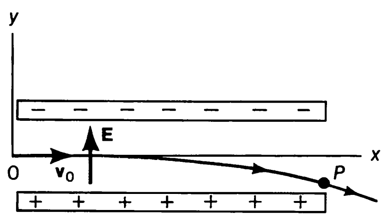


Рис. 22.24. К примерам 22.11 и 22.12.

Пример 22.11. Пусть электрон (из предыдущей задачи), движущийся со скоростью $v_0 = 1{,}0\cdot 10^{7}$ м/с, влетает в однородное электрическое поле $\mathbf{E}$, направленное под прямым углом к $\mathbf{v}_0$, как показано на рис. 22.24. Требуется найти уравнение траектории электрона в электрическом поле.

Решение. На входе в электрическое поле (в точке $x = y = 0$) скорость электрона равна $\mathbf{v}_0 = v_0\mathbf{i}$ в направлении x. Электрическое поле $\mathbf{E}$ направлено вертикально вверх и сообщает электрону постоянное вертикальное ускорение

$$a_y = \frac{F}{m} = -\frac{qE}{m}.$$

Перемещение электрона в вертикальном направлении дается выражением

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{qE}{2m}t^2,$$

а в горизонтальном – выражением

$$x = v_0 t,$$

так как $a_x = 0$. Исключая t из этих уравнений, получаем уравнение параболы

$$y = -\frac{qE}{2mv_0^2}x^2.$$

Пример 22.12. На какой угол отклонится электрон в примере 22.11, пройдя однородное электрическое поле до конца пластин (точка P на рис. 22.24)? Длина пластин составляет 6,0 см, $E = 5{,}0 \times 10^{3}$ Н/Кл.

Решение. В точке P y-компонента скорости равна [см. (2.9в)]

$$v_y = \sqrt{2a_y y} = \sqrt{\left(\frac{2qE}{m}\right)\left(\frac{qEx^2}{2mv_0^2}\right)} = \frac{qEx}{mv_0},$$

а $v_x = v_0 = \text{const}$.

Тогда

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{qEx}{mv_0^2} = \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл})(5{,}0\cdot 10^{3}\ \text{Н/Кл})(6{,}0\cdot 10^{-2}\ \text{м})}{(9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{кг})(1{,}0\cdot 10^{7}\ \text{м/с})^2} = 0{,}53,$$

откуда $\theta = 28°$ (вниз от горизонтали).

22.11. Электрические диполи

Два равных по величине заряда противоположного знака, $+Q$ и $-Q$, расположенных на расстоянии l друг от друга, образуют **электрический диполь**. Величина Ql называется **дипольным моментом** и обозначается символом p. Дипольным моментом обладают многие молекулы, например двухатомная молекула CO (атом C имеет небольшой положительный заряд, а O – небольшой отрицательный заряд); несмотря на то что молекула в целом нейтральна, в ней происходит разделение зарядов из-за неравного распределения электронов между двумя атомами. (Симметричные двухатомные молекулы, такие, как O_2, не обладают дипольным моментом.)

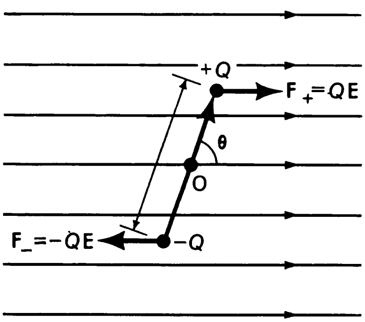


Рис. 22.25. Электрический диполь в однородном электрическом поле.

Рассмотрим вначале диполь с моментом $p = Ql$, помещенный в однородное электрическое поле напряженностью **E** (рис. 22.25). Дипольный момент можно представить в виде вектора **p**, равного по абсолютной величине Ql и направленного от отрицательного заряда к положительному. Если поле однородно, то силы, действующие на положительный заряд, Q**E**, и отрицательный, $-Q$**E**, не создают результирующей силы, действующей на диполь. Однако они приводят к возникновению *вращающего момента*, величина которого относительно середины диполя O равна

$$\tau = QE\frac{l}{2}\sin\theta + QE\frac{l}{2}\sin\theta = pE\sin\theta, \qquad (22.8а)$$

или в векторной записи

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}. \qquad (22.8б)$$

В результате диполь стремится повернуться так, чтобы вектор **p** был параллелен **E**. Работа W, совершаемая электрическим полем над диполем, когда угол θ изменяется от θ_1 до θ_2, дается выражением [см. (9.20)]

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta = pE\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta = pE(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

В результате работы, совершаемой электрическим полем, уменьшается потенциальная энергия U диполя; если положить $U = 0$, когда $\mathbf{p} \perp \mathbf{E} (\theta = 90°)$, то

$$U = -W = -pE\cos\theta = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}. \qquad (22.9)$$

Если электрическое поле *неоднородно*, то силы, действующие на положительный и отрицательный заряды диполя, могут оказаться неодинаковыми по величине, и тогда на диполь, кроме вращающего момента, будет действовать еще и результирующая сила.

Итак, мы видим, что происходит с электрическим диполем, помещенным во внешнее электрическое поле. Обратимся теперь к другой стороне дела. Предположим,

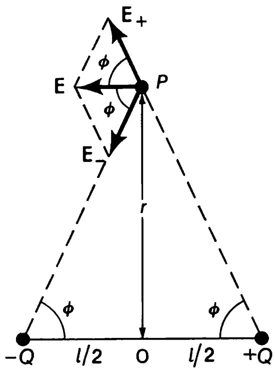


Рис. 22.26. Электрическое поле, создаваемое электрическим диполем.

что внешнее поле отсутствует, и определим электрическое поле, создаваемое *самим диполем* (способное действовать на другие заряды). Для простоты ограничимся точками, расположенными на перпендикуляре к середине диполя, подобно точке P на рис. 22.26, находящейся на расстоянии r от середины диполя. (Заметим, что r на рис. 22.26 не является расстоянием от каждого из зарядов до P, которое равно $(r^2 + l^2/4)^{1/2}$, и именно его следует подставить в формулу (22.4).) Напряженность электрического поля в точке P равна

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-,$$

где $\mathbf{E}_+$ и $\mathbf{E}_-$ – напряженности поля, создаваемые соответственно положительным и отрицательным зарядами, равные между собой по абсолютной величине:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(r^2 + l^2/4)}.$$

Их y-компоненты в точке P взаимно уничтожаются, и по абсолютной величине напряженность электрического поля $\mathbf{E}$ равна

$$E = 2E_+ \cos\phi = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(r^2 + l^2/4)}\frac{l}{2(r^2 + l^2/4)^{1/2}},$$

или

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{(r^2 + l^2/4)^{3/2}} \quad \text{[вдоль перпендикуляра к середине диполя]}. \qquad (22.10)$$

Вдали от диполя ($r \gg l$) это выражение упрощается:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3} \quad \text{[вдоль перпендикуляра к середине диполя, при } r \gg l]. \qquad (22.11)$$

Видно, что напряженность электрического поля диполя убывает с расстоянием быстрее, чем для точечного заряда (как $1/r^3$ вместо $1/r^2$). Этого и следовало ожидать: на больших расстояниях два заряда противоположных знаков кажутся столь близкими, что нейтрализуют друг друга. Зависимость вида $1/r^3$ справедлива и для точек, не лежащих на перпендикуляре к середине диполя (см. задачи).

Заключение

Существуют два вида *электрических зарядов* – положительные и отрицательные. Эти названия следует понимать алгебраически: всякий заряд содержит в единицах системы СИ плюс или минус столько-то кулонов (Кл). Электрический заряд *сохраняется*: если в результате какого-либо процесса возникает некоторое количество заряда одного знака, то непременно появляется равное количество заряда противоположного знака на этом же или на других телах; *суммарный* же заряд останется равен нулю. Согласно атомной теории, источником электрического заряда является атом, который состоит из положительно заряженного ядра, окруженного отрицательно заряженными электронами. Заряд электрона равен $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Проводниками являются вещества, в которых имеется достаточно электронов, обладающих свободой передвижения, в то время как вещества, у которых мало свободных электронов, оказываются изоляторами. Тело с избытком электронов заряжено отрицательно, а тело, в котором электронов меньше нормального количества, заряжено положительно. Тело может приобретать заряд одним из трех способов: трением, когда электроны переходят с одного тела на другое; за счет электропроводности, когда заряд при контакте переходит с одного заряженного тела на другое, и посредством индукции, когда разделение зарядов происходит при приближении к телу заряженного предмета без прямого контакта между ними.

Электрические заряды взаимодействуют друг с другом. Между зарядами противоположного знака возникает сила притяжения. Заряды одного знака отталкиваются. Сила, с которой один точечный заряд действует на другой, пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними (*закон Кулона*):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Заряд или группа зарядов создают в пространстве *электрическое поле*. Силу, действующую на заряженный предмет, можно объяснить существованием в месте его расположения электрического поля. *Напряженность электрического поля* $\mathbf{E}$ в любой точке пространства представляет собой отнесенную к единице заряда силу, действующую на положительный пробный заряд q в этой точке: $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$. Электрическое поле графически представляют в виде *силовых линий*, которые начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных. Направление силовой линии в каждой точке соответствует направлению силы, которая действует на малый положительный пробный заряд, помещенный в эту точку; плотность силовых линий пропорциональна E. Электростатическое поле (т.е. поле в отсутствие движущихся зарядов) внутри хорошего проводника равно нулю; силовые линии вблизи заряженного проводника перпендикулярны его поверхности.

Электрический диполь – это система из двух равных по величине зарядов противоположного знака $+Q$ и $-Q$, находящихся на расстоянии l. Величина $p = Ql$ называется дипольным моментом. Диполь, помещенный в однородное электрическое поле, испытывает действие момента сил (если **p** и **E** не параллельны) и не испытывает действия результирующей силы. Создаваемое диполем электрическое поле убывает обратно пропорционально третьей степени расстояния r от диполя ($E \sim 1/r^3$) при $r \gg l$.

Вопросы

1. Вы наэлектризовали пластмассовую расческу, потерев ее шелковым шарфом. Как определить, какой заряд у расчески, положительный или отрицательный?

2. Почему грамофонная пластинка, протертая тканью, начинает притягивать пыль?

3. Почему капли тумана или дождя образуются на ионах или электронах в воздухе?

4. Догадываетесь ли вы, для чего к автомобилям, перевозящим огнеопасные жидкости, прикрепляют цепь, которая волочится по земле?

5. Объясните разницу между *полным зарядом* проводника и «свободными» зарядами в проводнике.

6. Может ли индуцироваться заряд на изоляторе так же, как и на проводнике (рис. 22.4 и 22.5)?

7. На рис. 22.4 и 22.5 показано, что заряженный стержень, поднесенный к незаряженному металлическому предмету, притягивает или отталкивает электроны. В металле очень много электронов, однако лишь некоторые из них перемещаются, как это показано на рисунках. А почему не все?

8. Когда электроскоп заряжают, его листочки отталкиваются друг от друга и располагаются под углом. Какая сила компенсирует электрическое отталкивание, не давая листочкам расходиться еще дальше?

9. Почему нейлоновая рубашка или блузка, которую вынули из сушильного барабана, иногда липнет к телу?

10. Натертую тканью пластмассовую линейку подносят к электрически нейтральному кусочку бумаги, который притягивается к ней. Изобразите происходящее разделение зарядов и объясните, отчего возникает притяжение.

11. Математическая запись закона Кулона очень напоминает закон всемирного тяготения Ньютона. В чем различие этих законов? Сравните гравитационную массу и электрический заряд.

12. Обычно мы не замечаем электрического или гравитационного взаимодействия между телами. Объясните, в чем причина в каждом из этих случаев. Приведите примеры, когда такие взаимодействия наблюдаются, и объясните, по чему.

13. Являются ли электрические силы консервативными? Объясните ответ (см. гл. 7).

14. Существует ли притяжение между телами на рис. 22.5, *б*? Почему?

15. Какие экспериментальные факты, упоминаемые в тексте, исключают возможность того, что числитель в выражении для закона Кулона содержит сумму зарядов $(Q_1 + Q_2)$, а не их произведение $Q_1 Q_2$?

16. Отрицательно заряженная линейка притягивает подвешенный на нитке предмет (рис. 22.2). Обязательно ли предмет имеет положительный заряд? Если предмет отталкивается, то значит ли это, что он заряжен отрицательно?

17. Когда заряженная линейка притягивает кусочки бумаги, некоторые из них, коснувшись линейки, тут же отскакивают. Объясните это наблюдение.

18. При определении напряженности электрического поля обязательно ли пользоваться *положительным* пробным зарядом или можно воспользоваться отрицательным зарядом? Объясните ответ.

19. Мы хотим определить напряженность электрического поля вблизи положительно заряженной металлической сферы (хорошего проводника). Для этого подносим к ней небольшой пробный заряд q_0 и измеряем действующую на него силу F_0. Будет ли отношение F_0/q_0 больше, меньше или равно напряженности электрического поля **E** в этой точке до того, как в нее поместили пробный заряд? Что можно сказать о напряженности поля **E** в этой точке в присутствии пробного заряда q_0?

20. Почему при определении напряженности электрического поля используется *малый* пробный заряд?

21. Имеются два точечных заряда, Q и $2Q$, на расстоянии l друг от друга. Существует ли на соединяющей их прямой точка, где $E = 0$, если знаки зарядов а) противоположны и б) одинаковы? Если существует, то укажите, где примерно находится эта точка.

22. Пусть по кольцу (рис. 22.16) равномерно распределен отрицательный заряд Q. Каковы величина и направление **E** в точке P?

23. Объясните, почему для электрического поля справедлив принцип суперпозиции [формула (22.5)].

24. Рассмотрим малый положительный пробный заряд, помещенный на силовую линию электрического поля (например, в точку P на рис. 22.21, *а*). Будут ли скорость и ускорение пробного заряда направлены вдоль этой линии? Дайте подробный ответ.

25. Пользуясь тремя свойствами силовых линий, указанными в разд. 22.8, покажите, что силовые линии, начинающиеся или заканчивающиеся на уединенном точечном заряде, распределены симметрично вокруг этого заряда.

26. Отрицательный точечный заряд помещен строго в середине отрезка между двумя равными по величине положительными точечными зарядами. Как будет двигаться отрицательный заряд? Находится ли он в равновесии? Если да, то какого типа это равновесие? Что будет, если взять не отрицательный, а положительный заряд?

27. Изобразите силовые линии электрического поля, создаваемого двумя отрицательными зарядами, находящимися на расстоянии l друг от друга.

28. Пусть два противоположных по знаку заряда (рис. 22.21, *а*) удалены друг от друга на 12,0 см. Определите напряженность электрического поля на расстоянии 2,5 см от положительного заряда. С какой стороны от заряда (сверху, снизу, справа или слева) напряженность электрического поля максимальна? Минимальна?

29. Почему силовые линии никогда не пересекаются?

30. В каком отношении движение электронов в примере 22.11 сходно с движением брошенного тела (разд. 3.8)? В чем разница?

31. Опишите движение диполя (рис. 22.25) из начального положения, показанного на рисунке.

32. Объясните, как может возникать результирующая сила, действующая на диполь в неоднородном электрическом поле.

Задачи

Раздел 22.5

1. (I) Какое число электронов соответствует заряду 100 мкКл?

2. (I) Два заряженных тела взаимодействуют с силой 480 мН. С какой силой они будут действовать друг на друга, если расстояние между ними уменьшить в 8 раз?

3. (I) С какой силой ядро атома железа ($q = +26e$) притягивает электрон на внутренней оболочке, находящийся на расстоянии $1{,}0 \cdot 10^{-12}$ м.

4. (I) Чему равен суммарный заряд всех электронов в 1,0 кг H_2O?

5. (II) На каком расстоянии друг от друга должны находиться два электрона, чтобы сила электрического взаимодействия между ними равнялась весу каждого из них у поверхности Земли?

6. (II) Три заряда, $+4{,}0$, $-3{,}0$ и $-5{,}0$ мкКл, помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 1,40 м. Определите величину и направление силы, действующей на каждый заряд со стороны двух других.

7. (II) Точечные заряды $+88$, -55 и $+70$ мкКл расположены на одной прямой с интервалом 0,75 м. Определите силу, действующую на каждый из зарядов со стороны двух других.

8. (II) Заряды $+0{,}0050$ Кл помещены в вершинах квадрата со стороной 1,15 м. Определите величину и направление силы, действующей на каждый заряд.

9. (II) Решите предыдущую задачу, заменив два заряда по диагонали квадрата отрицательными той же величины.

10 (II) В простейшей модели атома водорода предполагается, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите со скоростью $1{,}1 \cdot 10^6$ м/с. Чему равен радиус орбиты?

11 (II) Заряды $-8{,}0$ и $+1{,}8$ мкКл находятся на расстоянии 11,8 см друг от друга. Где можно поместить третий заряд, чтобы действующая на него сила равнялась нулю?

12. (II) Два точечных заряда составляют в сумме 880 мкКл. При расстоянии между зарядами 1,10 м между ними действует сила отталкивания, равная 22,8 Н. Чему равен каждый заряд? А если заряды притягиваются?

13. (II) Два точечных заряда находятся на фиксированном расстоянии друг от друга, а их суммарный заряд равен Q_T. Чему должен быть равен каждый заряд, чтобы действующая между ними сила была максимальна? Минимальна?

14. (II) Медная монетка массой 3,0 г обладает положительным зарядом 0,55 мкКл. Какую долю своих электронов она потеряла?

15. (II) Листочками большого электроскопа служат проводники длиной 60 см с 25-граммовыми шариками на концах. Почти весь заряд сосредоточен на шариках. Чему равен суммарный заряд, сообщенный электроскопу, если каждый проводник отклонился на 30° от вертикали?

16. (II) Два заряда, $-Q_0$ и $-3Q_0$, находятся на расстоянии l друг от друга. Они свободны, однако остаются неподвижными из-за наличия третьего заряда. Чему равен третий заряд и где он находится?

17. (III) В каждую из вершин куба с ребром l помещен заряд Q. Чему равна сила, действующая на каждый заряд со стороны остальных?

18. (III) Две нити спиральной молекулы ДНК (носителя генетического кода клеток) удерживаются вместе электростатическими силами

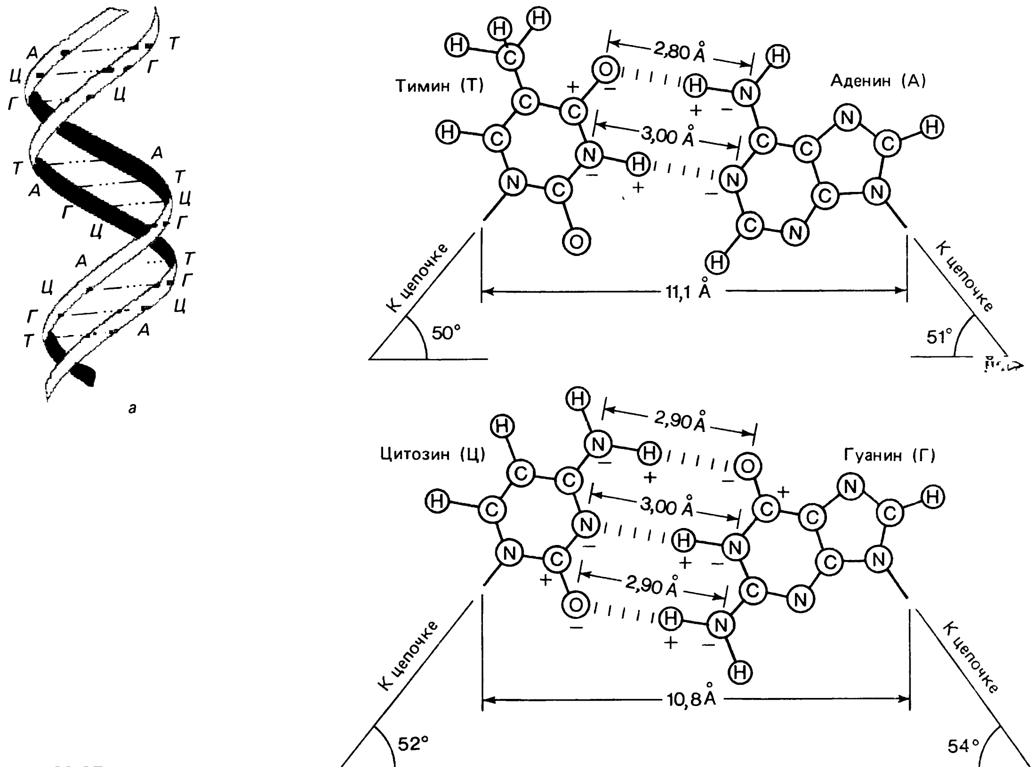


Рис. 22.27.

(рис. 22.27). Пусть заряд атомов H и N равен 0,2*e*, заряд атомов C и O равен 0,4*e*, атомы в каждой молекуле находятся на расстоянии $1{,}0\cdot 10^{-10}$ м, а углы между связями составляют 120°. Оцените силу, действующую между а) тимином и аденином; б) между цитозином и гуанином; в) между нитями ДНК, содержащими 10^5 пар таких молекул.

Раздел 22.7

19. (I) Каковы величина и направление напряженности электрического поля в точке, расположенной на расстоянии 35,0 см точно над зарядом $35{,}0\cdot 10^{-4}$ Кл?

20. (I) Каковы величина и направление напряженности электрического поля в точке посредине между зарядами −20 и +60 мкКл, удаленными на расстояние 40 см друг от друга?

21. (I) Протон ($m = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ кг) неподвижно висит в электрическом поле напряженностью **E**. Приняв во внимание силу тяжести, определите **E**.

22. (II) Имеются два неизвестных заряда, Q_1 и Q_2. Что можно сказать об их величине, если напряженность электрического поля равна нулю в точке на линии, соединяющей заряды и отстоящей от Q_1 на $^1/_3$ общего расстояния между зарядами?

23. (II) Используя закон Кулона, определите величину и направление напряженности электрического поля в точках *A* и *B* на рис. 22.28, создаваемого двумя положительными зарядами ($Q = 4{,}0$ мкКл). Согласуется ли полученный результат с рис. 22.21, *б*?

24. (II) Рассчитайте напряженность электрического поля в центре квадрата со стороной 25 см, когда в одной из вершин находится заряд +33,0 мкКл, а в остальных - заряды по −21,0 мкКл.

25. (II) Рассчитайте напряженность электрического поля в вершине квадрата со стороной 80 см, если в три остальные вершины помещены заряды по $18{,}2\cdot 10^{-7}$ Кл.

26. (II) Рассчитайте напряженность электрического поля в центре квадрата со стороной 10 см, если в его вершинах находятся (по порядку) заряды 1,0; 2,0; 3,0 и 4,0 мкКл.

27. (II) В какой точке $x = x_М$ напряженность электрического поля на оси кольца (пример 22.6) максимальна?

28. (II) Покажите, что напряженность электри-

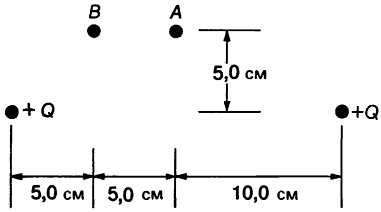


Рис. 22.28.

ческого поля однородно заряженного проводника (рис. 22.17) длиной L в точке P, находящегося на перпендикуляре к середине проводника O на расстоянии x от проводника, равна

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{L}{x(L^2 + 4x^2)^{1/2}},$$

где λ – заряд единицы длины.

29. (II) По диску радиусом a равномерно распределен заряд Q. а) Выразите зависимость $\mathbf{E}$ от расстояния r вдоль оси диска. (Подсказка: воспользуйтесь результатом примера 22.6). б) Покажите, что при $a \to \infty$ напряженность поля равна $E = \sigma/2\varepsilon_0$, где σ – поверхностная плотность заряда, и не зависит от расстояния (другими словами, поле $\mathbf{E}$ однородно).

30. (II) Пусть заряд равномерно распределен только по верхней половине кольца (рис. 22.16). Определите напряженность электрического поля $\mathbf{E}$ в точке P (направьте ось y вертикально вверх).

31. (III) Получите формулу для напряженности электрического поля на расстоянии z над центром заряженной плоскости (рис. 22.18) в общем случае, когда z не обязательно много меньше L.

32. (III) Пусть однородно заряженный проводник (рис. 22.17) направлен вертикально вверх от точки O и имеет длину L. а) Определите величину и направление напряженности электрического поля в точке P на расстоянии x от точки O (иными словами, надо рассчитать $\mathbf{E}$ вблизи одного из концов длинного проводника). б) Покажите, что при $L = \infty$ вектор $\mathbf{E}$ составляет угол 45° с горизонталью для любых x.

33. (III) Пусть в примере 22.7 $x = 0{,}250$ м, $Q = 2{,}0$ мкКл и концы однородно заряженного проводника расположены на 2,0 м выше точки O и на 4,0 м ниже точки O. а) Рассчитайте E_x и E_y. б) Оцените ошибку, возникшую при использовании для этого случая результата примера 22.7 ($E = \lambda/2\pi\varepsilon_0 x$), выразив ее в виде $(E_x - E)/E$ и E_y/E.

Раздел 22.8

34. (I) Число силовых линий электрического поля, пересекающих перпендикулярную единичную поверхность, всегда можно сделать пропорциональным напряженности электрического поля E. Если бы, однако, закон Кулона не выполнялся (т.е. если бы создаваемое уединенным зарядом поле не убывало пропорционально квадрату расстояния, а показатель в знаменателе отличался хотя бы немного от 2), то силовые линии не обладали бы этим свойством. Почему? (Подсказка: рассмотрите уединенный точечный заряд.)

35. (II) Изобразите силовые линии электрического поля двух точечных зарядов, $+q$ и $-2q$, находящихся на расстоянии l друг от друга.

36. (II) Изобразите силовые линии электрического поля для не слишком длинного прямолинейного, равномерно заряженного проводника. Расстояние между линиями вблизи проводника должно быть несколько меньше его длины l. (Подсказка: рассмотрите также точки, сильно удаленные от проводника.)

Раздел 22.9

37. (II) Рассмотрим две тонкие цилиндрические коаксиальные оболочки из металла (например, коаксиальный кабель). По внешней оболочке распределен заряд Q_1, по внутренней – заряд $-Q_2$. Изобразите силовые линии электрического поля на плоскости, перпендикулярной оси цилиндров, если а) $Q_1 = Q_2$; б) $Q_1 < Q_2$; в) $Q_1 > Q_2$.

Раздел 22.10

38. (I) Какова напряженность электрического поля в точке пространства, где протон ($m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг) движется с ускорением $7{,}6 \cdot 10^4$ м/с²?

39. (II) Электрон с начальной скоростью $v_0 = 2{,}4 \cdot 10^6$ м/с движется параллельно электрическому полю ($\mathbf{v}_0 \parallel \mathbf{E}$) с напряженностью $E = 8{,}4 \cdot 10^3$ Н/Кл. а) Какое расстояние он пройдет, прежде чем начнет двигаться в обратном направлении? б) Через какое время он вернется в исходную точку?

40. (II) Предположим, что электрон влетает в однородное электрическое поле, как показано на рис. 22.24, посередине между пластинами, но движется вверх под углом 45°. Какую максимальную скорость должен иметь электрон, чтобы не попасть на верхнюю пластину?

41. (II) Пусть электрон из примера 22.12 влетает в электрическое поле посередине между пластинами под углом θ_0 к горизонтали. Его траектория симметрична, и он выходит из зазора под тем же углом θ_0 у края верхней пластины. Чему равен угол θ_0?

42. (II) Водяная капля радиусом 0,020 мм неподвижно взвешена в воздухе. Если напряженность электрического поля у поверхности земли равна 100 Н/Кл, сколько электронов на этой капле?

Раздел 22.11

43. (II) Дипольный момент молекулы HCl равен $3{,}4 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Расстояние между атомами составляет около $1{,}0 \cdot 10^{-10}$ м. а) Чему равен результирующий заряд каждого атома? б) Является ли он целым кратным e? Если нет, то почему? в) Какой максимальный момент силы будет действовать на этот диполь в поле напряженностью $2{,}5 \cdot 10^4$ Н/Кл? г) Какая энергия необходима для поворота одной молекулы на 45° из равновесного положения с минимальной потенциальной энергией?

44. (II) Предположим, что оба заряда на рис. 22.26 положительны. а) Покажите, что напряженность поля вдоль перпендикуляра к середине соединяющего их отрезка равна $(1/4\pi\varepsilon_0)(2Q/r^2)$ при $r \gg l$. б) Объясните, почему напряженность электрического поля в отличие от диполя убывает обратно пропорционально квадрату, а не кубу расстояния.

45. (II) Электрический диполь p с моментом инерции I помещен в однородное электрическое поле напряженностью **E**. а) Если отклонить диполь на угол θ (рис. 22.25), то при каких условиях он начнет совершать простые гармонические колебания? б) Какова будет частота колебаний?

46. (II) Диполь **p** помещен в неоднородное электрическое поле напряженностью $\mathbf{E} = E\mathbf{i}$, направленное вдоль оси x. Покажите, что если **E** зависит только от x, то действующая на диполь результирующая сила равна

$$\mathbf{F} = \left(\mathbf{p} \cdot \frac{d\mathbf{E}}{dx}\right)\mathbf{i},$$

где $d\mathbf{E}/dx$ – градиент поля по оси x.

47. (II) а) Покажите, что на оси диполя (т. е. на линии, проходящей через оба заряда) электрическое поле имеет напряженность

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3}$$

при $r \gg l$ (рис. 22.26), где r – расстояние от данной точки до середины диполя. б) Куда направлен вектор **E**?

48. (II) Один из вариантов *электрического квадруполя* образован двумя диполями, соединенными, скажем, отрицательными зарядами. Иначе говоря, посередине находится заряд $-2Q$, а по обе стороны от него – заряды $+Q$. Определите напряженность электрического поля **E** вдоль перпендикуляра к середине квадруполя и покажите, что E убывает как $1/r^4$.

49. (III) *Напряженность электрического поля диполя в произвольной точке.* Примем точку O на рис. 22.26 за начало прямоугольной системы координат, направив ось x горизонтально вправо, а ось y вертикально вверх. а) Покажите, что в любой удаленной точке $P(x, y)$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p(2x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^{5/2}},$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3pxy}{(x^2 + y^2)^{5/2}}.$$

б) Покажите, что в полярных координатах r, θ (см. приложение В) при $r \gg l$ компоненты напряженности электрического поля имеют вид

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\theta}{r^3},$$

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\sin\theta}{r^3}.$$

Задачи для программируемого калькулятора

***50.** (III) *Расчет силовых линий электрического поля.* Составьте по приведенным указаниям программу, позволяющую нарисовать картину силовых линий для заданного распределения зарядов на плоскости. Мы ограничимся не более чем тремя зарядами в плоскости xy. Величина зарядов (в кулонах) и их координаты будут исходными параметрами: (Q_a, x_a, y_a; Q_b, x_b, y_b; Q_c, x_c, y_c). Поскольку нам необходимо получать точки вдоль данной силовой линии, в число исходных параметров войдет Δl – шаг, с которым определяется положение точки на силовой линии; величину Δl следует выбирать не больше $1/_{50}$ расстояния между ближайшими друг к другу зарядами; если же график не получается, то Δl следует сделать еще меньше. Наконец, задается точка (x_1, y_1) вблизи одного из зарядов. В этой исходной точке вычисляются по закону Кулона значения E_{1x} и E_{1y}, а затем угол $\theta_1 = \operatorname{arctg}(E_{1y}/E_{1x})$. Угол θ_1 задает направление электрического поля в этой точке. Следующая точка на этой силовой линии [обозначим ее (x_2, y_2)] лежит на расстоянии Δl от точки (x_1, y_1) под углом θ_1, т. е. $x_2 = x_1 + \Delta l\cos\theta_1$, $y_2 = y_1 + \Delta l\sin\theta_1$. После определения (x_2, y_2) вычисляется значение **E** в этой точке. Затем определяются координаты третьей точки и т.д. до некоторой последней точки (x_N, y_N). (Нужно ли задать N в качестве исходного параметра?) Вычисленные точки (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) и т.д. (или для простоты каждая пятая или десятая из ряда) наносятся на график и соединяются линией. Таким образом мы получаем одну силовую линию. Для построения следующей линии задается новая начальная точка (x_1, y_1). В качестве исходных следует, по-видимому, выбрать несколько точек, равномерно распределенных около каждого заряда (следует иметь в виду, что некоторые силовые линии могут начинаться на одном заряде и заканчиваться на другом). В таблице приведено несколько конфигураций зарядов, для которых полезно провести расчет силовых линий. Попробуйте предусмотреть в программе критерии, останавливающие расчет, когда линия подходит слишком близко к заряду или выходит за пределы интересующей нас области.

*51. (III) *Равномерно заряженный проводник.* Составьте программу (по указаниям задачи 50) для вычисления координат силовых линий поля тонкого заряженного проводника (рис. 22.17) конечной длины L. Нанесите по меньшей мере шесть линий через равные промежутки от одного конца до середины проводника. Это даст вам четвертую часть общей картины, остальные же три четверти получаются из соображений симметрии. Линии следует рассчитывать примерно до расстояния L от проводника.

Q_a	x_a	y_a	Q_b	x_b	y_b	Q_c	x_c	y_c	Примечание
+1	0	0	−1	10,0	0	0	0	0	Диполь (ср. рис. 22. 21, *а*)
+1	0	0	+1	10,0	0	0	0	0	Ср. рис. 22. 21, *б*
+2	0	0	−1	10,0	0	0	0	0	
+1	0	0	+1	10,0	0	+1	5,0	8,66	Равносторонний треугольник
−3	0	0	−1	0	5,0	+2	5,0	0,0	