

В гл. 26 были рассмотрены основные принципы явления электрического тока. Теперь мы применим эти принципы к анализу цепей постоянного тока и разберемся в работе некоторых важных приборов<sup>1)</sup>.

На схемах источник напряжения батарея обозначается символом  $\text{—}| \text{—}$ , конденсатор  $\text{—}| \text{—}$ , резистор  $\text{—}\omega\text{—}$ . Провода с сопротивлением, пренебрежимо малым по сравнению с сопротивлением остальных элементов схемы, изображаются просто линиями. В этой главе мы по большей части (за исключением разд. 27.5) будем рассматривать стационарные цепи. Другими словами, мы не будем интересоваться цепями в тот момент, когда в них происходят какие-либо изменения, например подключается или отключается батарея или резистор. Будут рассматриваться цепи, в которых сила тока приняла установившееся (стационарное) значение.

## 27.1. Последовательное и параллельное соединения резисторов

Если два или несколько резисторов соединяются друг за другом (рис. 27.1) так, что сила тока в них оказывается одной и той же, то говорят, что они соединены *последовательно*. Если же резисторы соединяются так, что ток от источника разветвляется (рис. 27.2), то такое соединение называется *параллельным*; в этом случае ко всем резисторам приложена одна и та же разность потенциалов. Посмотрим, чему равно общее сопротивление последова-

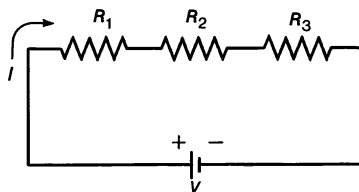


Рис. 27.1. Последовательное соединение резисторов  
 $R = R_1 + R_2 + R_3$ .

<sup>1)</sup> Если цепь переменного тока содержит только источник ЭДС и резисторы, ее можно анализировать на основе выводов, полученных для цепей постоянного тока. Но в общем случае анализ цепей переменного тока, содержащих, скажем, конденсаторы, более сложен, и мы займемся ими в гл. 32.

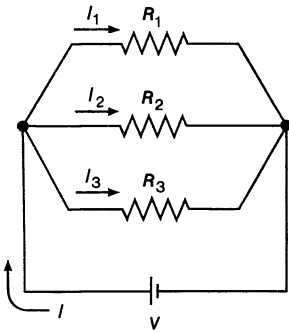


Рис. 27.2. Параллельное соединение резисторов  $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$ .

тельного и параллельного соединений резисторов. Другими словами, найдем, каким резистором  $R$  можно заменить данную комбинацию, чтобы это не отразилось на остальной цепи. Резисторы могут быть типа показанных на рис. 26.6, но это могут быть и электрические лампочки или другие устройства, обладающие электрическим сопротивлением.

Рассмотрим сначала последовательное соединение резисторов (рис. 27.1). В этом случае через резисторы протекает ток  $I$  одинаковой силы (в противном случае в какой-то точке цепи накапливался бы заряд, но это не происходит в стационарном случае). Пусть  $V$  — напряжение на всех трех резисторах; будем считать, что сопротивлением остальной цепи можно пренебречь, и тогда  $V$  равно ЭДС батареи. Обозначим через  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$  разности потенциалов (или, как говорят, падения напряжения) на каждом из резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Согласно закону Ома,  $V_1 = IR_1$ ,  $V_2 = IR_2$ ,  $V_3 = IR_3$ . В соответствии с законом сохранения энергии полное напряжение  $V$  равно сумме падений напряжения на каждом из резисторов, или

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3.$$

Для эквивалентного резистора  $R$ , через который течет тот же ток,

$$V = IR.$$

Приравняв эти два выражения для  $V$ , получим

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad [\text{последовательное соединение}]. \quad (27.1)$$

Этого, собственно, и следовало ожидать. При последовательном соединении резисторов их общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных резисторов. Это утверждение справедливо для любого числа резисторов, а не только для трех. Ясно, что при подключении в цепь дополнительного сопротивления ток в цепи уменьшится. Если к 12-вольтовой батарее подключить 4-омный резистор, то сила тока составит 3 А. Но если ту же батарею подключить к последовательно соединенным трем резисторам по 4 Ом, их общее сопротивление составит 12 Ом и сила тока в цепи уменьшится до 1 А.

Иначе обстоит дело с параллельным соединением (рис. 27.2). Найдем сопротивление резистора  $R$ , эквивалентного трем резисторам, соединенным параллельно. В этом случае полный ток  $I$  от батареи, разветвляясь на три ветви; пусть  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  — силы токов, текущих соответственно через  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Вследствие сохранения заряда сила тока, втекающего в узел, должна быть равна силе тока, вытекающего из узла, т. е.

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

К каждому резистору приложено полное напряжение ба-

тарей, так что

$$I_1 = \frac{V}{R_1}; \quad I_2 = \frac{V}{R_2}; \quad I_3 = \frac{V}{R_3}.$$

Для резистора  $R$ , эквивалентного  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , соединенным параллельно,

$$I = \frac{V}{R}.$$

Объединив полученные равенства, находим

$$I = I_1 + I_2 + I_3, \\ \frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3},$$

и, разделив обе части на  $V$ , получим

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad [\text{параллельное соединение}]. \quad (27.2)$$

Если, например, три резистора по 30 Ом соединены параллельно, то общее сопротивление цепи  $R$  равно

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{30 \text{ Ом}} + \frac{1}{30 \text{ Ом}} + \frac{1}{30 \text{ Ом}} = \frac{1}{10 \text{ Ом}}$$

и  $R = 10$  Ом. Таким образом, общее сопротивление оказывается *меньше* сопротивления каждого из резисторов в отдельности. Это легко понять: включая резистор параллельно имеющимся, мы создаем для тока дополнительный путь, и общее сопротивление цепи падает.

**Пример 27.1.** Какой силы ток создается батареей в цепи на рис. 27.3, *a*?

**Решение.** Найдем сначала эквивалентное сопротивление  $R_p$  соединенных параллельно резисторов 500 и 700 Ом:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{500 \text{ Ом}} + \frac{1}{700 \text{ Ом}} = 0,0020 \text{ Ом}^{-1} + \\ + 0,0014 \text{ Ом}^{-1} = 0,0034 \text{ Ом}^{-1}.$$

Чтобы найти  $R_p$ , следует взять значение, обратное полученному. (Распространенная ошибка состоит в том, что это забывают сделать. Напоминанием служит наименование «обратный ом»,  $\text{Ом}^{-1}$ .) Итак,

$$R_p = \frac{1}{0,0034 \text{ Ом}^{-1}} = 290 \text{ Ом}.$$

Это сопротивление, эквивалентное двум параллельно соединенным резисторам, включено последовательно с резистором

400 Ом (эквивалентная схема показана на рис. 27.3, *b*). Чтобы найти общее сопротивление  $R_T$ , сложим сопротивления 400 и 290 Ом, так как они включены последовательно:

$$R_T = 400 \text{ Ом} + 290 \text{ Ом} = 690 \text{ Ом}.$$

Тогда полная сила тока, текущего от батареи, равна

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12,0 \text{ В}}{690 \text{ Ом}} = 17 \text{ мА}.$$

**Пример 27.2.** Какой силы ток течет через 500-омный резистор в схеме на рис. 27.3, *a*?

**Решение.** Для решения этой задачи надо найти напряжение на 500-омном резисторе; на схеме это соответствует напряжению между точками  $b$  и  $c$ , которое мы обозначим через  $V_{bc}$ . Зная  $V_{bc}$ , по закону Ома можно найти силу тока. Найдем вначале падение напряжения  $V_{ab}$  на 400-

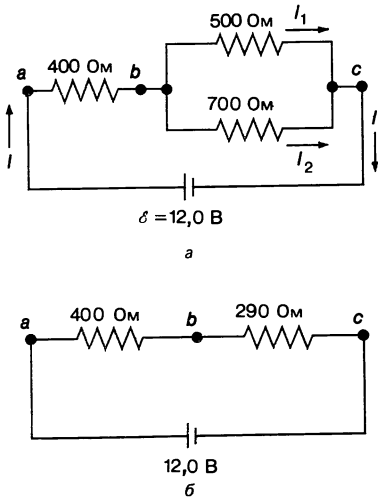


Рис. 27.3. *а* – схема к примерам 27.1 и 27.2; *б* – эквивалентная схема, на которой параллельно соединенные резисторы 500 и 700 Ом заменены одним резистором 290 Ом.

омном резисторе. Через этот резистор течет ток силой 17 мА, и по закону Ома ( $V = IR$ )

$$V_{ab} = (0,017 \text{ A})(400 \text{ Ом}) = 6,8 \text{ В}.$$

К схеме приложено напряжение  $V_{ac} = 12 \text{ В}$ ; следовательно,  $V_{bc} = 12 \text{ В} - 6,8 \text{ В} = 5,2 \text{ В}$ , и по закону Ома сила тока  $I_1$  через 500-омный резистор равна

$$I_1 = \frac{5,2 \text{ В}}{500 \text{ Ом}} = 10 \text{ мА}.$$

Это и есть ответ на поставленный вопрос. Но можно еще рассчитать силу тока  $I_2$  через 700-омный резистор, напряжение на котором также равно 5,2 В:

$$I_2 = \frac{5,2 \text{ В}}{700 \text{ Ом}} = 7 \text{ мА}.$$

Обратите внимание на то, что в точке *c* силы тока  $I_1$  и  $I_2$  суммируются, создавая полную силу тока  $I$ :  $10 \text{ мА} + 7 \text{ мА} = 17 \text{ мА}$ ; таким образом, полная сила тока соответствует рассчитанной в примере 27.1.

## 27.2. ЭДС и напряжение на клеммах источника

Как уже говорилось в гл. 26, батареи, электрические генераторы и другие устройства, преобразующие различные виды энергии (химическую, механическую, световую и т. п.) в электрическую энергию, называют *источниками ЭДС (электродвижущей силы)*. (Термин «электродвижущая сила» неудачен: ни о какой силе, измеряемой в ньютонах, здесь нет и речи. Поэтому, чтобы избежать путаницы, мы будем пользоваться только сокращением ЭДС.) Вам, вероятно, приходилось встречаться с фактом падения напряжения на клеммах батареи ниже номинального значения ЭДС, когда к батарее подключают нагрузку, т. е. отбирают ток. Например, свет фар тускнеет, когда запускают двигатель: стартер берет от аккумулятора ток очень большой силы и в результате напряжение на клеммах аккумуляторной батареи падает. Химические реакции внутри аккумулятора не успевают пополнять заряд на электродах с такой скоростью, чтобы поддерживать номинальную ЭДС. Заряды перемещаются в электролите от одного электрода к другому, и их поток всегда встречает на своем пути сопротивление. Таким образом, источник сам по себе обладает некоторым сопротивлением, кото-

рое называют *внутренним сопротивлением* и обозначают обычно через  $r$ . Внутреннее сопротивление можно представить себе включенным последовательно с источником ЭДС (рис. 27.4); конечно, это сопротивление неотделимо от источника, поскольку оно присутствует в самом источнике. Точки  $a$  и  $b$  на схеме (рис. 27.4) соответствуют клеммам батареи, и то, что мы измеряем, — это **напряжение на клеммах источников**  $V_{ab}$ . Когда сила тока во внешней цепи отсутствует, напряжение на клеммах равно ЭДС, которая определяется химическими процессами, происходящими внутри батареи:  $V_{ab} = \mathcal{E}$ . Если же от батареи отбирается ток  $I$ , то напряжение на клеммах падает на величину  $Ir$ :

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir.$$

Если, например, внутреннее сопротивление 12-вольтовой батареи составляет 0,1 Ом, то при силе тока 10 А напряжение на клеммах батареи составит 12 В — (10 А)(0,1 Ом) = 11 В. Обычно внутреннее сопротивление невелико: у свежей батарейки для карманного фонарика оно составляет, вероятно, 0,05 Ом. Однако по мере старения батареи и высыхания электролита внутреннее сопротивление возрастает до нескольких ом. У автомобильного аккумулятора внутреннее сопротивление еще меньше <sup>1)</sup>.

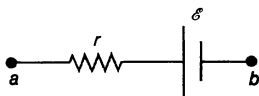


Рис. 27.4. Эквивалентная схема гальванического элемента или батареи.

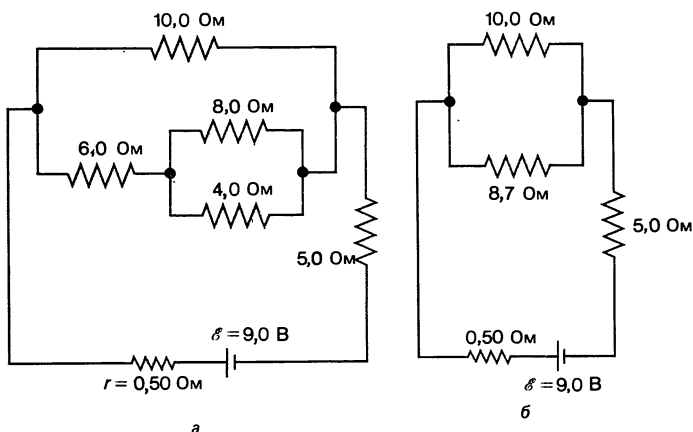


Рис. 27.5. К примеру 27.3;  $r$  — внутреннее сопротивление батареи.

**Пример 27.3.** Батарея с ЭДС 9,0 В и внутренним сопротивлением  $r = 0,50$  Ом подключена к цепи, показанной на рис. 27.5, а. а) Чему равна сила тока, потребляемого от батареи? б) Чему равно напряжение на клеммах батареи?

**Решение.** а) Сопротивление  $R_T$ , эквивалентное параллельно соединенным резисторам 4,0 и 8,0 Ом, находим по формуле

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{8,0 \text{ Ом}} + \frac{1}{4,0 \text{ Ом}} = \frac{3}{8,0 \text{ Ом}},$$

<sup>1)</sup> Когда аккумулятор заряжают, через него пропускают электрический ток (рис. 27.8, б), и тогда  $V_{ab} = \mathcal{E} + Ir$ . См., например, задачу 23 и рис. 27.21.

откуда  $R_I = 2,7 \text{ Ом}$ . Это сопротивление включено последовательно с резистором  $6,0 \text{ Ом}$ , и общее сопротивление нижней ветви цепи равно  $6,0 \text{ Ом} + 2,7 \text{ Ом} = 8,7 \text{ Ом}$  (рис. 27.5, б). Теперь найдем эквивалентное сопротивление  $R_{II}$  параллельно соединенных сопротивлений  $10,0$  и  $8,7 \text{ Ом}$ :

$$\frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{10,0 \text{ Ом}} + \frac{1}{8,7 \text{ Ом}} = 0,21 \text{ Ом}^{-1}$$

и  $R_{II} = 4,8 \text{ Ом}$ . Последовательно с ним включены резистор в  $5,0 \text{ Ом}$  и внутреннее сопротивление батареи  $0,50 \text{ Ом}$ , так что полное сопротивление цепи составляет  $R = 4,8 \text{ Ом} + 5,0 \text{ Ом} + 0,50 \text{ Ом} = 10,3 \text{ Ом}$ . Сила тока в цепи равна

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{9,0 \text{ В}}{10,3 \text{ Ом}} = 0,87 \text{ А}.$$

б). Напряжение на клеммах батареи равно  $V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 9,0 \text{ В} - (0,87 \text{ А}) \times (0,50 \text{ Ом}) = 8,6 \text{ В}$ .

### 27.3. Правила Кирхгофа

В последних нескольких примерах нам удавалось рассчитать силу тока в цепях, выделяя последовательные и параллельные комбинации резисторов и применяя к ним закон Ома. Подобный метод можно успешно применять во многих случаях. Иногда, однако, встречаются цепи, которые оказываются слишком сложными для такого анализа. Например, нам не удастся определить силу тока во всех участках цепи на рис. 27.6, как раньше, просто комбинируя, сопротивления.

Для анализа сложных цепей пользуются правилами Кирхгофа. Немецкий физик Густав Кирхгоф (1824–1887) сформулировал их в середине прошлого века. Правил Кирхгофа всего два; в их основе лежат законы сохранения заряда и энергии. **Первое правило Кирхгофа (правило узлов)** отражает сохранение заряда, и мы по существу уже воспользовались им при выводе формулы для параллельного соединения резисторов. Оно утверждает, что для любого узла цепи сумма токов, вытекающих из узла, должна быть равна сумме токов, вытекающих из узла. Например, для точки  $a$  на рис. 27.6 ток  $I_3$  является вытекающим, а токи  $I_1$  и  $I_2$  – вытекающими и, согласно правилу Кирхгофа,  $I_3 = I_1 + I_2$ . С этим мы уже сталкивались в конце решения примера 27.2: силы тока через резисторы  $400$  и  $700 \text{ Ом}$  составляли соответственно  $10$  и  $7 \text{ мА}$ ; в точке  $c$  на рис. 27.3,  $a$  они складывались; ток, вытекающий из узла, был равен  $17 \text{ мА}$ .

Правило узлов Кирхгофа основано на законе сохране-

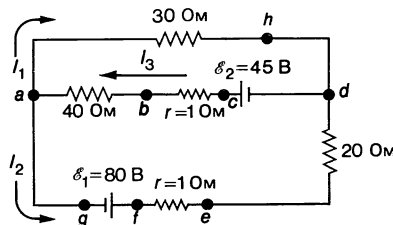


Рис. 27.6. Определение токов в цепи по правилам Кирхгофа.

ния электрического заряда. Весь входящий в узел заряд должен выходить из него: заряды не появляются и не исчезают. **Второе правило Кирхгофа (правило контуров)** отражает закон сохранения энергии. Оно гласит, что *алгебраическая сумма изменений напряжения вдоль любого замкнутого контура электрической цепи должна равняться нулю*. Чтобы пояснить это правило, проведем аналогию с тележкой, движущейся по рельсам в аттракционе «американские горы». В верхней точке (на старте) тележка обладает определенной потенциальной энергией. При въезде тележки на первую горку ее потенциальная энергия возрастает и достигает наверху локального максимума. При спуске с первой горки потенциальная энергия тележки уменьшается и внизу достигает локального минимума. Таким образом, пока тележка движется по горкам вверх и вниз, ее потенциальная энергия все время меняется. Но когда тележка в конце концов возвращается к месту старта, ее потенциальная энергия в точности равна начальной: сколько было спусков, столько и подъемов.

Подобные же рассуждения можно применить и к электрической цепи. Для примера рассмотрим простую цепь на рис. 27.7. (Мы намеренно взяли ту же самую цепь, что и на рис. 27.3, б, с которой мы уже имели дело.) Как было показано в примере 27.1, сила тока в этой цепи равна  $I = (12,0 \text{ В}) / (690 \text{ Ом}) = 0,017 \text{ А}$ . (Обратите внимание: мы пренебрегли внутренним сопротивлением батареи.) Положительная клемма батареи (точка  $e$ ) имеет более высокий потенциал, чем отрицательная (точка  $d$ ); точку  $e$  можно уподобить вершине «американских гор». Проследим за силой тока, текущего по цепи, начиная с любой точки. Начнем с точки  $e$  и проследим за перемещением положительного пробного заряда вдоль всего замкнутого контура. При этом будем отмечать все изменения потенциала; когда заряд вернется в точку  $e$ , потенциал здесь будет таким же, как и вначале, так что полное изменение потенциала равно нулю. (Удобно изображать изменения потенциала графически, как это сделано на рис. 27.7, б; потенциал точки  $d$  условно принят за нулевой.) При движении положительного пробного заряда от точки  $e$  к точке  $a$  потенциал не изменяется: здесь нет ни источников ЭДС, ни резисторов. По пути из точки  $a$  в точку  $b$  заряд проходит через резистор  $400 \text{ Ом}$ , на котором происходит падение напряжения, равное  $V = IR =$

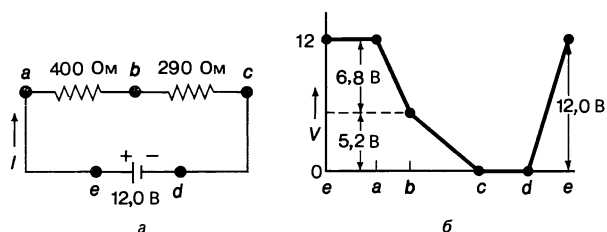


Рис. 27.7. Электрическая цепь (а) и диаграмма изменений потенциала в цепи (б).

$= (0,017\text{A})(400\ \text{Ом}) = 6,8\ \text{В}$ . Наш пробный заряд как бы «съезжает с горки» к отрицательной клемме батареи (см. график на рис. 27.7, б). Уменьшение напряжения между концами резистора ( $= IR$ ) называют *падением напряжения*. Поскольку напряжение *падает*, его изменение войдет в сумму (второе правило Кирхгофа) со знаком минус:

$$V_{ba} = -6,8\ \text{В}.$$

Далее, от  $b$  к  $c$  падение напряжения составит  $(0,017\ \text{А}) \times (290\ \text{Ом}) = 5,2\ \text{В}$ , и

$$V_{cb} = -5,2\ \text{В}.$$

При перемещении заряда от  $c$  к  $d$  напряжение не изменяется. А когда положительный пробный заряд переходит от отрицательного полюса батареи («низкий потенциал»)  $d$  к положительному полюсу  $e$ , напряжение *увеличивается* на  $12,0\ \text{В}$ :

$$V_{ed} = +12,0\ \text{В}.$$

Сумма всех изменений напряжения вдоль замкнутого контура на рис. 27.7 составляет, таким образом,

$$-6,8\ \text{В} - 5,2\ \text{В} + 12,0\ \text{В} = 0$$

в полном соответствии со вторым правилом Кирхгофа.

На примере уже знакомой нам цепи мы показали, как применяется правило контуров. Прежде чем воспользоваться правилами Кирхгофа для определения силы токов в более сложных цепях, отметим, что силы токов в каждой ветви цепи принято обозначать подстрочными индексами, как на рис. 27.6:  $I_1, I_2, I_3$ . Не требуется заранее знать, в каком направлении текут токи: направление обхода контура выбирается наугад; если окажется, что ток течет в противоположном направлении, то результат получится со знаком минус. Поясним в деталях использование правил Кирхгофа на следующем примере.

**Пример 27.4.** Рассчитаем силы тока  $I_1, I_2, I_3$  в ветвях цепи, показанной на рис. 27.6.

**Решение.** Выберем направления токов, как показано на схеме. Поскольку принято считать, что ток течет от положительного полюса батареи к отрицательному, направления токов  $I_3$  и  $I_2$  вряд ли могут быть другими. О направлении тока  $I_1$  сказать пока трудно, поэтому оно выбрано условно. У нас три неизвестных, и поэтому нужна система трех уравнений. Применим вначале правило узлов Кирхгофа к токам в точке  $a$ : ток  $I_3$  втекает в узел, а токи  $I_2$  и  $I_1$  вытекают из него. Следовательно,

$$I_3 = I_1 + I_2. \quad (\text{a})$$

Аналогичное уравнение справедливо и для узла  $d$ . Применим теперь правило контуров к двум разным замкнутым контурам; пусть первым будет контур  $ahdcba$ . Между точками  $a$  и  $h$  происходит падение напряжения  $V_{ha} = -(I_1)(30\ \text{Ом})$ ; между  $h$  и  $d$  напряжение не меняется, а между  $d$  и  $c$  возрастает на  $45\ \text{В}$ :  $V_{cd} = +45\ \text{В}$ . Между  $c$  и  $a$  происходит падение напряжения на двух резисторах на величину  $V_{ac} = -(I_3)(40\ \text{Ом} + 1\ \text{Ом})$ . Итак,  $V_{ha} + V_{cd} + V_{ac} = 0$ , или

$$-30I_1 - 41I_3 + 45 = 0 \quad (\text{б})$$

(для краткости обозначения единиц опущены). В качестве второго контура возьмем «внешний» контур  $ahdefga$  (с таким же



успехом можно было взять контур  $abcdefga$ ). Снова  $V_{ha} = -(I_1)(30 \text{ Ом})$  и  $V_{dh} = 0$ . Но дальше, перемещая положительный пробный заряд от  $d$  к  $e$ , мы будем «взбираться на горку», т. е. двигаться против направления тока (во всяком случае, против *выбранного* нами направления, а именно это важно при пользовании правилом Кирхгофа). Поэтому  $V_{ed} = I_2(20 \text{ Ом})$  входит в сумму с *плюсом*, как и  $V_{fe} = I_2(1 \text{ Ом})$ . Между  $f$  и  $g$  происходит падение потенциала на 80 В, так как мы движемся от положительного полюса батареи к отрицательному, от более высокого потенциала к более низкому;  $V_{fg} = -80 \text{ В}$ . Наконец,  $V_{ag} = 0$ , и сумма всех изменений напряжения вдоль этого контура равна

$$-30I_1 + 21I_2 - 80 = 0. \quad (\text{в})$$

Теперь у нас имеются три уравнения – (а), (б), (в) – с тремя неизвестными. Из уравнения (в) находим

$$I_2 = \frac{80 + 30I_1}{21} = 3,8 + 1,4I_1, \quad (\text{г})$$

из уравнения (б) получаем

$$I_3 = \frac{45 - 30I_1}{41} = 1,1 - 0,73I_1. \quad (\text{д})$$

Подставляя (г) и (д) в уравнение (а), находим

$$I_1 = I_3 - I_2 = -2,7 - 2,1I_1,$$

$$3,1I_1 = -2,7,$$

$$I_1 = -0,87 \text{ А}.$$

Сила тока  $I_1$  равна 0,87 А; знак минус означает, что действительное направление тока оказалось противоположным выбранному нами вначале и показанному стрелкой. Обратите внимание на то, что ответ автоматически получен в амперах, так как напряжения мы выражали в вольтах, а сопротивления – в омах. Из уравнения (г) находим

$$I_2 = 3,8 + 1,4I_1 = 2,6 \text{ А},$$

а из (д) получаем

$$I_3 = 1,1 - 0,73I_1 = 1,7 \text{ А}.$$

Этим решение завершается.

## 27.4. Последовательное и параллельное соединения источников ЭДС

При последовательном соединении двух или нескольких источников ЭДС общее напряжение равно алгебраической сумме их напряжений. Если, например, два элемента для карманного фонаря по 1,5 В соединены, как показано на рис. 27.8, а, то напряжение на лампе  $V_{ca}$  (представленной в виде резистора  $R$ ) составит 3,0 В. (Строго говоря, следовало бы учесть еще внутреннее сопротивление элементов, но мы считаем его малым.) С другой стороны, когда батареи напряжением 20 и 12 В соединены, навстречу друг другу, как показано на рис. 27.8, б, их общее напряжение  $V_{ca}$  равно 8 В: при переносе пробного положительного заряда от  $a$  к  $b$  потенциал увеличится на 20 В, а далее, от  $b$  к  $c$ , понизится на 12 В, так что изменение напряжения от  $a$  к  $c$  равно 20 В – 12 В = 8 В. Можно подумать, что «встречное» включение батарей лишено смысла, и в большинстве случаев так оно и есть. Но именно так включаются зарядные устройства: на рис. 27.8, б батареи напряжением 12 В заряжаются от 20-вольтового источника. Поскольку напряжение последнего выше, он подзаряжает 12-вольтовую батарею: электроны подводятся к отрицательному электроду и удаляются от положительного. Однако не всякие батареи поддаются подзарядке, так как не всегда

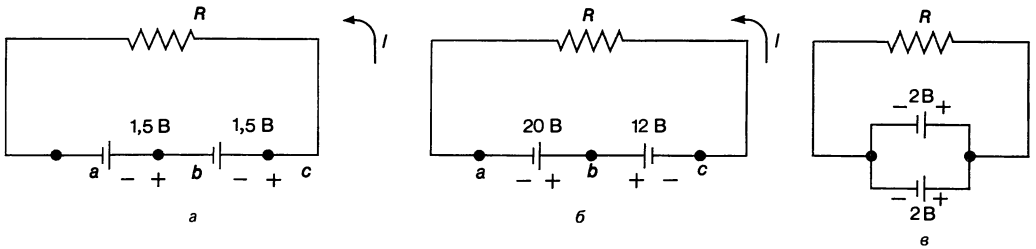


Рис. 27.8. Последовательное (а, б) и параллельное (в) соединения батарей.

химические реакции можно обратить. В таком случае в ситуации, изображенной на рис. 27.8, б, энергия будет тратиться впустую.

Источники ЭДС можно соединять и параллельно (рис. 27.8, в). Это делается не для повышения напряжения, а для того, чтобы обеспечить большую силу тока, т. е. для увеличения энергии. Каждая из параллельно включенных батарей обеспечивает лишь часть общей силы тока, и потери на внутреннем сопротивлении оказываются меньше, чем при использовании единственной батареи.

## 27.5. Цепи, содержащие резистор и конденсатор

Часто встречаются цепи, содержащие одновременно резисторы и конденсаторы. Простой пример приведен на рис. 27.9. Проанализируем такую *RC-цепочку*. Пусть вначале ключ  $S_2$  разомкнут, так что правая часть схемы отсоединена. При замыкании ключа  $S_1$  мы будем иметь дело с цепью, показанной на рис. 27.10, а. В такой цепи сразу начинает течь ток. Электроны движутся от отрицательной клеммы батареи через резистор  $R$  и будут накапливаться на верхней обкладке конденсатора. С нижней обкладки конденсатора электроны будут уходить к положительной клемме батареи, и обкладка зарядится положительно. По мере накопления заряда на конденсаторе сила тока в цепи будет уменьшаться, пока в конце концов напряжение на конденсаторе не станет равным ЭДС батареи; тогда ток в цепи прекратится. Таким образом, после замыкания ключа  $S_1$  заряд  $Q$  на конденсаторе  $C$  будет постепенно возрастать (рис. 27.10, б) и достигнет максимального значения  $C\mathcal{E}$  [формула (25.1),  $Q = CV_{ba} = C\mathcal{E}$ ]. Кривую заряда конденсатора (т. е. зависимость  $Q$  от времени) можно установить, пользуясь законом сохранения энергии или правилом контуров Кирхгофа. ЭДС батареи равна сумме падений напряжения на резисторе ( $IR$ ) и конденсаторе ( $Q/C$ ):

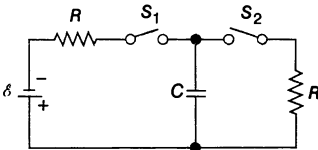


Рис. 27.9. *RC-цепочки*.

$$\mathcal{E} = IR + \frac{Q}{C}. \quad (27.3)$$

Сопротивление  $R$  учитывает полное сопротивление цепи, включая внутреннее сопротивление батареи;  $I$  — сила тока

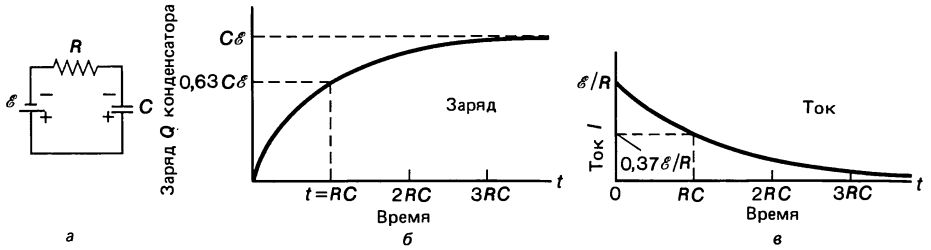


Рис. 27.10. а – схема зарядки конденсатора; графики изменения заряда (б) и тока (в) во времени для  $RC$ -цепочки.

в цепи в данный момент, а  $Q$  – заряд на конденсаторе в тот же момент времени. Величины  $\mathcal{E}$ ,  $R$  и  $C$  постоянны, тогда как  $I$  и  $Q$  зависят от времени. Скорость, с которой заряд протекает через резистор ( $I = dQ/dt$ ), равна скорости, с которой он накапливается на конденсаторе. Это позволя-ет нам написать

$$\mathcal{E} = R \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C} Q.$$

Чтобы решить это уравнение, преобразуем его к виду

$$\frac{dQ}{Q - C\mathcal{E}} = - \frac{dt}{RC}$$

и проинтегрируем

$$\int \frac{dQ}{Q - C\mathcal{E}} = - \frac{1}{RC} \int dt,$$

$$\ln(Q - C\mathcal{E}) = - \frac{t}{RC} + K,$$

где  $K$  – постоянная интегрирования. Значение  $K$  можно найти из условия  $Q = 0$  при  $t = 0$ , откуда

$$\ln(-C\mathcal{E}) = K.$$

Подставив это значение  $K$ , получим

$$\ln(Q - C\mathcal{E}) - \ln(-C\mathcal{E}) = - \frac{t}{RC},$$

или

$$\ln\left(1 - \frac{Q}{C\mathcal{E}}\right) = - \frac{t}{RC}.$$

Теперь избавимся от логарифма в левой части:

$$1 - \frac{Q}{C\mathcal{E}} = e^{-t/RC},$$

или

$$Q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}). \quad (27.4)$$

Полученное решение показывает, что заряд  $Q$  на конденсаторе возрастает от значения  $Q = 0$  при  $t = 0$  до максимального значения  $Q = C\mathcal{E}$  в течение очень долгого време-

ни. Величина  $RC$  называется *постоянной времени* цепи (размерность  $RC$  равна  $\text{Ом} \cdot \text{Ф} = (\text{В}/\text{А})(\text{Кл}/\text{В}) = \text{Кл}/(\text{Кл}/\text{с}) = \text{с}$ ). Постоянная времени характеризует промежуток времени, за который заряд на конденсаторе достигает  $(1 - e^{-1})$ , или 63% своего максимального значения  $Q$  [ $Q = C\mathcal{E}(1 - e^{-1}) \approx 0,63C\mathcal{E}$ ]. Таким образом, величина  $RC$  характеризует скорость зарядки конденсатора. Любая цепь содержит сопротивление (хотя бы сопротивление соединительных проводов), поэтому подключенный к батарее конденсатор никогда не заряжается мгновенно.

Из (27.4) следует, что  $Q$  вообще никогда не достигает (вернее, достигает лишь через бесконечно большое время) своего максимального значения  $Q = C\mathcal{E}$ . Однако заряд достигает 86% максимального через время  $2RC$ , 95% через  $3RC$ , 98% через  $4RC$  и т. д.; иначе говоря, значение  $Q$  довольно быстро оказывается сколь угодно близким к максимальному. Например, если  $R = 20 \text{ кОм}$  и  $C = 0,30 \text{ мкФ}$ , то постоянная времени равна  $(2,0 \cdot 10^4 \text{ Ом}) \times (3,0 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}) = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , и заряд на конденсаторе превысит 98% максимального за время менее  $1/40 \text{ с}$ .

Силу тока  $I$  в цепи на рис. 27.10, а в произвольный момент времени  $t$  можно получить, продифференцировав (27.4):

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}. \quad (27.5)$$

Таким образом, при  $t = 0$  сила тока равна  $I = \mathcal{E}/R$ , как если бы цепь содержала только резистор (в этот момент на конденсаторе еще не возникла разность потенциалов). Затем сила тока экспоненциально убывает во времени с постоянной времени  $RC$  (рис. 27.10, в). Постоянная времени характеризует время, за которое ток уменьшается до  $1/e \approx 0,37$  своего начального значения.

**Пример 27.6.** В цепи на рис. 27.10, а емкость  $C = 0,30 \text{ мкФ}$ , полное сопротивление  $R = 20 \text{ кОм}$ , ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ . Определите а) постоянную времени; б) максимальный заряд, приобретаемый конденсаторами; в) время, через которое заряд достигает 99% максимального.

**Решение.** а) Постоянная времени равна  $RC = (2,0 \cdot 10^4 \text{ Ом})(3,0 \cdot 10^{-7} \text{ Ф}) = 6,0 \times 10^{-3} \text{ с}$ .

б) Максимальный заряд  $Q = C\mathcal{E} = (3,0 \cdot 10^{-7} \text{ Ф})(12 \text{ В}) = 3,6 \text{ мкКл}$ .

в) Подставим  $Q = 0,99C\mathcal{E}$  в (27.4):

$$0,99C\mathcal{E} = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}),$$

или

$$e^{-t/RC} = 1 - 0,99 = 0,01,$$

откуда

$$\frac{t}{RC} = -\ln(0,01) = 4,6$$

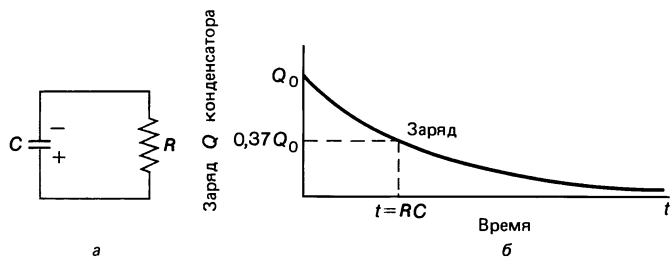
и

$$t = 4,6RC = 28 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 28 \text{ мс}$$

(т. е. менее  $1/30 \text{ с}$ ).

Вернемся теперь к схеме на рис. 27.9. Предположим, что конденсатор заряжен до величины  $Q_0$  и мы разомкнули ключ  $S_1$  и замкнули  $S_2$ . Получается цепь, изображенная на рис. 27.11, а. Как только ключ  $S_2$  замкнется, заряд

Рис. 27.11. *а*—схема разряда конденсатора; *б*—график изменения заряда во времени для  $RC$ -цепочки.



потечет через сопротивление  $R$  с одной обкладки конденсатора на другую, пока конденсатор полностью не разрядится. Закон сохранения энергии (или правило контуров Кирхгофа) можно применить и здесь, и формула (27.3) справедлива при  $\mathcal{E} = 0$ :

$$IR + \frac{Q}{C} = 0;$$

так как  $I = dQ/dt$ , то

$$\frac{dQ}{dt}R + \frac{Q}{C} = 0.$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

и проинтегрируем:

$$\ln Q = -\frac{t}{RC} + K.$$

Постоянная интегрирования  $K$  находится из условия  $Q = Q_0$  при  $t = 0$ , откуда  $K = \ln Q_0$ . Итак,

$$\ln Q - \ln Q_0 = \ln \frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC},$$

или

$$Q = Q_0 e^{-t/RC}. \quad (27.6)$$

Мы видим, что заряд на конденсаторе убывает экспоненциально с постоянной времени  $RC$  (рис. 27.11, *б*). Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \quad (27.7)$$

также экспоненциально убывает во времени с той же постоянной времени  $RC$ .

## \*27.6. Амперметры и вольтметры

*Амперметр* служит для измерения силы тока, *вольтметр* — для измерения разности потенциалов (напряжения). Основной частью этих приборов является *гальванометр*, принцип действия которого основан на силе, с которой магнитное поле действует на виток провода, по которому течет ток. Это явление будет обсуждаться в гл. 28; пока же нам достаточно просто знать, что отклонение стрелки гальванометра пропорционально силе протекающего через него тока. Сила тока  $I_m$ , отвечающая отклонению стрелки гальванометра на всю шкалу, характеризует *чувствительность* прибора (рис. 27.12). Если, например,  $I_m = 50$  мкА, то при силе тока через гальванометр 50 мкА стрелка отклонится до конца шкалы, а при силе тока 25 мкА — до середины шкалы; в отсутствие тока стрелка должна стоять на нуле (для установки на нуль в приборе обычно имеется регулировочный винт).

Многие измерительные приборы, с которыми мы сталкиваемся в повседневной практике, представляют собой гальванометры, включенные по схеме амперметров или вольтметров (индикаторы уровня записи в магнитофонах, а также некоторые приборы на щитке автомобиля).

Гальванометр можно непосредственно использовать для измерения слабых токов. Например, гальванометр со шкалой 50 мкА способен измерять токи силой от 1 мкА (меньшее значение тока будет трудно считывать со шкалы) до 50 мкА. Чтобы измерять более сильные токи, параллельно гальванометру включается резистор. Таким образом, амперметр (на схемах обозначается символом  $\text{---}(\text{A})\text{---}$ ) состоит из гальванометра  $\text{---}(\text{G})\text{---}$  с параллельным, или *шунтирующим, резистором*. На рис. 27.13, а шунтирующее сопротивление (или просто шунт) обозначено  $R$ , а сопротивление подвижной катушки (рамки) гальванометра обозначено  $r$ . Значение  $R$  подбирается для достижения

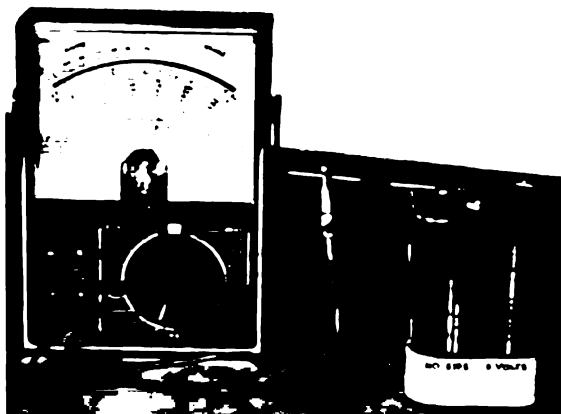


Рис. 27.12. Измерение тока в цепи с помощью многопредельного прибора (фирма «Лестер В. Бергман»).

при заданном токе отклонения стрелки гальванометра на всю шкалу.

Допустим, нам необходим амперметр со шкалой 1,0 А, а мы располагаем гальванометром с полным отклонением 50 мкА и собственным сопротивлением  $r = 30$  Ом. Это значит, что, когда через амперметр проходит ток 1 А, сила тока через гальванометр  $I_G$  должна составлять в точности 50 мкА, чтобы стрелка отклонялась на всю шкалу. Иначе говоря, при силе тока через прибор 1 А через шунт  $R$  должен течь ток силой  $I_R = 0,999950$  А. Так как напряжение на шунте равно напряжению на гальванометре, то

$$I_R R = I_G r,$$

откуда

$$R = \frac{I_G r}{I_R} = \frac{(5,0 \cdot 10^{-5} \text{ А})(30 \text{ Ом})}{(0,999950 \text{ А})} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Ом},$$

или 0,0015 Ом. Таким образом, шунтирующий резистор должен иметь очень малое сопротивление, чтобы через него проходила бóльшая часть общего тока. Если сила тока  $I$  через амперметр будет равна 0,50 А, то через гальванометр пройдет 25 мкА, и стрелка отклонится на половину шкалы.

*Вольтметр* (обозначается символом  $\text{---}\text{V}\text{---}$ ) тоже содержит гальванометр и резистор (рис. 27.13, б). Но резистор  $R$  (добавочное сопротивление) включается последовательно с гальванометром; обычно добавочное сопротивление имеет большую величину. Пусть, например, имея тот же гальванометр с собственным сопротивлением  $r = 30$  Ом и полным отклонением 50 мкА, мы хотим сделать вольтметр со шкалой от 0 до 15 В. Это означает, что, когда на клеммах нашего вольтметра будет разность потенциалов 15 В, через гальванометр должен идти ток силой 50 мкА, чтобы стрелка отклонилась до конца шкалы. Согласно закону Ома,

$$15 \text{ В} = (50 \text{ мкА})(r + R),$$

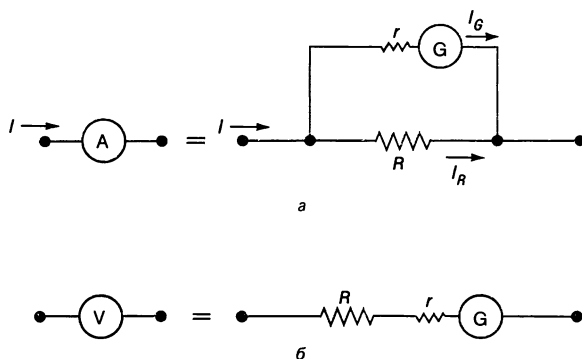


Рис. 27.13. Амперметр–гальванометр с параллельно подключенным небольшим сопротивлением (шунтом)  $R$  (а) и вольтметр–гальванометр с последовательно включенным большим добавочным сопротивлением  $R$  (б).

откуда

$$R = \frac{15 \text{ В}}{5,0 \cdot 10^{-5} \text{ А}} - r = 300 \text{ кОм}.$$

Обратите внимание на то, что сопротивление  $r$  настолько мало по сравнению с добавочным сопротивлением  $R$ , что им можно пренебречь. Шкала вольтметра также будет линейной: если измеряемое напряжение равно 6,0 В, то сила тока через вольтметр (и гальванометр) составит  $6,0 \text{ В} / 3,0 \cdot 10^5 \text{ Ом} = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ А} = 20 \text{ мкА}$ . Стрелка отклонится на две пятых шкалы, т.е. пропорционально измеряемому напряжению.

### \*27.7. Измерение тока и напряжения. Поправка на внутреннее сопротивление прибора

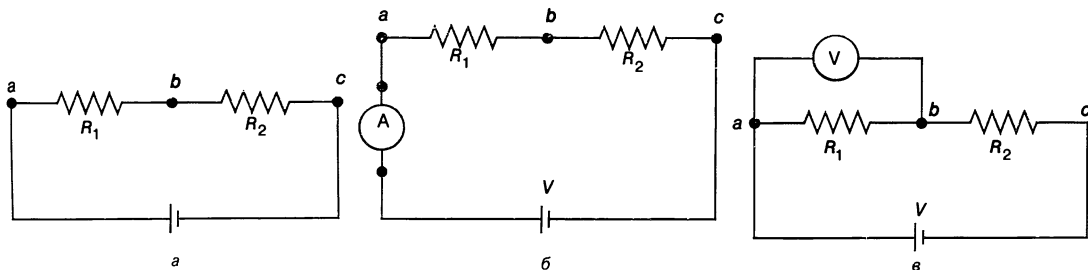
Пусть необходимо измерить силу тока  $I$  в цепи, изображенной на рис. 27.14, а, и напряжение  $V$  на резисторе  $R_1$ . Как подключить к цепи вольтметр и амперметр?

Амперметр, измеряющий силу тока в цепи, должен включаться в саму цепь последовательно с остальными элементами (рис. 27.14, б).

Вольтметр же подключается параллельно тому участку цепи, на котором измеряется падение напряжения. Вольтметр измеряет разность потенциалов между двумя точками и подсоединяется к этим точкам гибкими проводниками (как показано на рис. 27.14, в для измерения падения напряжения на резисторе  $R_1$ ).

Вольтметры и амперметры нередко снабжаются наборами последовательно подключаемых резисторов или шунтов, что позволяет расширить диапазон измерений. *Мультиметры* могут измерять напряжение, ток и сопротивление; такие комбинированные приборы называют также ампервольтметрами, авометрами, тестерами. Существуют также измерительные приборы с цифровой индикацией (цифровые вольтметры, цифровые мультиметры). Для измерения сопротивлений в приборе должна быть батарея с известным напряжением, которая соединяется с амперметром (гальванометром с шунтом); такой прибор называют *омметром* (см. задачу 51). Резистор, сопротивление которого требуется измерить, образует с

Рис. 27.14. Измерение тока и напряжения.





батареей и амперметром замкнутую цепь. В этом случае отклонение стрелки обратно пропорционально сопротивлению: чем меньше измеряемое сопротивление, тем больше отклонение стрелки и наоборот. Калибровка шкалы зависит от величины резистора, включенного в цепь последовательно. Поскольку при подключении омметра через измеряемое сопротивление течет ток, этот прибор не следует использовать для измерения сопротивления таких устройств, которые могут быть повреждены электрическим током.

*Чувствительность* прибора обычно указывается на его лицевой панели. У многопредельных приборов чувствительность часто выражается в омах на вольт и отражает входное сопротивление прибора в расчете на одновольттовую шкалу<sup>1)</sup>. Если, например, указано значение 30 000 Ом/В, то на пределе измерения 10 В вольтметр обладает входным сопротивлением 300 000 Ом. (Полное отклонение гальванометра  $I_m$ , о котором мы упоминали выше, является величиной, обратной чувствительности, выраженной в омах на вольт (Ом/В);  $1 \text{ Ом/В} = 1 \text{ А}^{-1}$ . Например, вольтметр с чувствительностью 30 000 Ом/В будет иметь предел измерения 1 В в том случае, когда к гальванометру подключено добавочное сопротивление 30 000 Ом. Полное отклонение гальванометра соответствует в таком случае силе тока  $1,0 \text{ В}/3,0 \cdot 10^4 \text{ Ом} = 33 \text{ мкА}$ .)

Входное сопротивление измерительного прибора может заметно влиять на результаты измерений, как показывает следующий пример.

**Пример 27.5.** Пусть на рис. 27.14, а  $R_1 = R_2 = 15 \text{ кОм}$ . Напряжение батареи равно 8,0 В, а ее внутреннее сопротивление пренебрежимо мало. Вольтметр с чувствительностью 10 000 Ом/В установлен на предел измерения 5,0 В. Что покажет этот вольтметр, если подключить его к выводам  $R_1$ , и какова погрешность, обусловленная конечным входным сопротивлением прибора?

**Решение.** На шкале 5,0 В входное сопротивление вольтметра составит (5,0 В)(10 000 Ом/В) = 50 000 Ом. Входное сопротивление вольтметра (50 кОм) включается параллельно резистору  $R_1 = 15 \text{ кОм}$  (рис. 27.14, в); их общее сопротивление  $R$  определяется из равенства  $1/R = 1/(50 \text{ кОм}) + 1/(15 \text{ кОм}) = 13/(150$

кОм), откуда  $R = 11,5 \text{ кОм}$ . Это сопротивление включено последовательно с  $R_2 = 15 \text{ кОм}$ , и общее сопротивление цепи после подключения вольтметра составляет 26,5 кОм. Сила тока, текущего от батареи, равна  $I = 8,0 \text{ В}/26,5 \text{ кОм} = 0,30 \text{ мА}$ , и падение напряжения на резисторе  $R_1$  и на вольтметре составит  $(3,0 \cdot 10^{-4} \text{ А}) \times (11,5 \cdot 10^3 \text{ Ом}) = 3,5 \text{ В}$ . [Падение напряжения на  $R_2$  равно  $(3,0 \cdot 10^{-4} \text{ А}) (15 \times 10^3 \text{ Ом}) = 4,5 \text{ В}$ , и в сумме получается 8,0 В.] Если вольтметр точный, то он покажет 3,5 В. В схеме же без вольтметра  $R_1 = R_2$  и напряжение на  $R_1$  равно половине напряжения батареи, или 4,0 В. Получается, что конечное сопротивление вольтметра приводит к заниженным показаниям. В данном случае расхождение составляет 0,5 В, или свыше 10%.

<sup>1)</sup> В отечественной литературе чувствительностью называют отношение перемещения указателя к вызвавшему его изменению измеряемой величины.—Прим. перев.

Этот пример показывает, насколько серьезно прибор может влиять на цепь и давать ошибочный результат. Если входное сопротивление вольтметра существенно превышает сопротивление цепи, то его влияние будет незначительным, и результатам измерения можно доверять, по крайней мере в пределах класса точности прибора, который для обычных измерительных приборов соответствует погрешности 3–4% предела измерения. Амперметр также может влиять на цепь, но его влияние тем меньше, чем ниже внутреннее сопротивление прибора. Как для вольтметра, так и для амперметра влияние прибора тем меньше, чем выше чувствительность используемого в нем гальванометра. Прибор с чувствительностью 50 000 Ом/В гораздо лучше, чем прибор с чувствительностью 1000 Ом/В.

Чувствительность электронных измерительных приборов на транзисторах составляет  $10^6$ – $10^7$  Ом/В. Поэтому они очень слабо влияют на большинство цепей, и их показания почти всегда надежны. Входное сопротивление вольтметров с очень высокой чувствительностью (*электрометров*) может превышать  $10^{14}$  Ом.

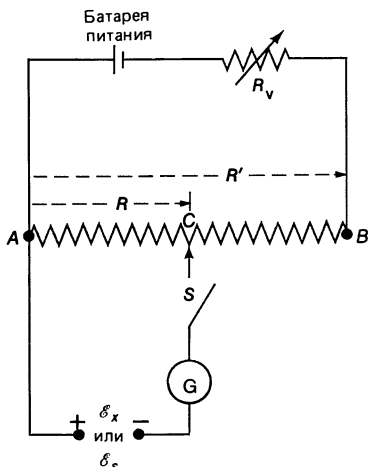
## \* 27.8. Потенциометр

*Потенциометр* – это устройство для точного измерения разности потенциалов. В нем используется «нулевой» метод измерения, описываемый ниже; особое достоинство метода заключается в том, что при измерении напряжения *не отбирается ток* в измерительную цепь. Это позволяет непосредственно измерять ЭДС (падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника отсутствует). Подобное измерение не влияет и на распределение токов в исследуемой цепи.

Упрощенная схема потенциометра приведена на рис. 27.15. Свежая батарея («батарея питания») включена последовательно с переменным резистором  $R_v$ , с помощью которого подбирается подходящее напряжение между точками *A* и *B*. Благодаря разности потенциалов  $V$  между точками *A* и *B* через прецизионный резистор  $R'$  со скользящим контактом *C* течет постоянный ток. Резистор  $R'$  может представлять собой просто однородный провод (реохорд), по которому скользит контакт *C*, что позволяет изменять величину сопротивления между *A* и *C*<sup>1)</sup>. Измеряемая ЭДС  $\mathcal{E}_x$  включается, как показано на схеме;

<sup>1)</sup> В качестве  $R'$  используют также набор прецизионных резисторов с выведенными на панель клеммами («магазин сопротивлений») плюс переменный резистор, что обеспечивает точные значения  $R$  в широком диапазоне.

Рис. 27.15. Потенциометр.



контакт реохорда перемещают до тех пор, пока стрелка гальванометра не перестанет отклоняться при кратковременном замыкании ключа  $S$ . В этом положении контакта ток от источника неизвестной ЭДС равен нулю, и, значит, напряжение между точками  $A$  и  $C$  равно  $\mathcal{E}_x$ :

$$V_{AC} = \mathcal{E}_x.$$

Это равенство справедливо только при условии, что сила тока через гальванометр равна нулю, так как в противном случае наблюдалось бы падение напряжения на внутренних сопротивлениях гальванометра и источника неизвестной ЭДС. Сила тока  $I$  через  $R'$ , конечно, не равна нулю, и если обозначить через  $R_x$  сопротивление между точками  $A$  и  $C$  реохорда  $R'$  в «нулевом» положении скользящего контакта, то

$$\mathcal{E}_x = IR_x.$$

Затем необходимо произвести еще одно измерение, подключив к прибору «стандартный элемент» — источник, ЭДС которого  $\mathcal{E}_s$  известна с высокой точностью. (От стандартного элемента никогда нельзя брать ток, так как это со временем скажется на его ЭДС.) Контакт переводят в новое положение  $C'$ , в котором гальванометр вновь не регистрирует тока; в этом положении

$$\mathcal{E}_s = IR_s$$

(где  $R_s$  — сопротивление между  $A$  и  $C'$ ), поскольку через  $R'$  протекает ток той же самой силы  $I$ . Тогда

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_s} = \frac{IR_x}{IR_s} = \frac{R_x}{R_s},$$

или

$$\mathcal{E}_x = \left( \frac{R_x}{R_s} \right) \mathcal{E}_s.$$

(Если  $R'$  представляет собой однородную проволоку, то отношение  $R_x/R_s$  равно отношению длин  $AC/AC'$ .)

Следует отметить, что потенциометром нередко называют и просто переменный резистор (переменное сопротивление).

## \* 27.9. Мост Уитстона

Мост Уитстона является, пожалуй, самой распространенной из так называемых *мостовых схем*, используемых для точного измерения сопротивлений (рис. 27.16). Сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  трех плеч моста известны с высокой точностью; по крайней мере одно из них ( $R_3$  на схеме рис. 27.16) делается переменным; его значение обычно считывается по шкале. Измеряемое сопротивление  $R_x$  образует четвертое плечо моста. После подключения батареи через каждый резистор течет ток. Для измерения неизвестного сопротивления переменное сопротивление  $R_3$  изменяют до тех пор, пока точки  $B$  и  $D$  не будут иметь одинаковый потенциал (при этом стрелка гальванометра не будет отклоняться при кратковременном замыкании ключа  $S$ ). Мост, как говорят в этом случае, уравновешен (сбалансирован),  $V_{AB} = V_{AD}$ , или

$$I_3 R_3 = I_1 R_1$$

( $I_1$  — сила тока, текущего через  $R_1$  и  $R_2$  в уравновешенном мосте,  $I_3$  — сила тока через  $R_3$  и  $R_x$ ). В уравновешенном мосте падение напряжения на  $R_x$  равно падению напряжения на  $R_2$ , т. е.

$$I_3 R_x = I_1 R_2.$$

Разделив полученные равенства одно на другое, имеем

$$\frac{I_3 R_x}{I_3 R_3} = \frac{I_1 R_2}{I_1 R_1},$$

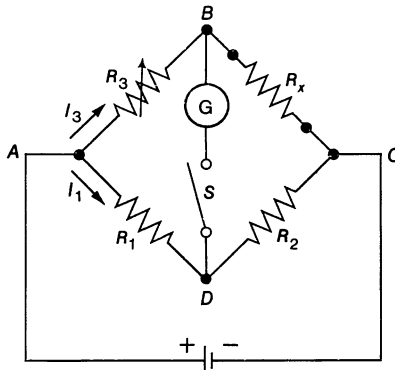


Рис. 27.16. Мост Уитстона.

или

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3.$$

По этой формуле нетрудно рассчитать  $R_x$ , зная с высокой точностью сопротивления остальных плеч моста. Обычно применяются гальванометры очень высокой чувствительности, и при подстройке  $R_3$  ключ замыкают лишь на короткое время, чтобы проверить, идет ток через гальванометр или нет.

Мост Уитстона часто используется в тех случаях, когда требуется измерить сопротивление с высокой точностью, например в термометре сопротивления (пример 26.4).

## \* 27.10. Датчики и преобразователи. Термопары

*Преобразователем* называют устройство, преобразующее один вид энергии в другой. Примером может служить громкоговоритель: он преобразует электрическую энергию в звуковую (гл. 28); преобразователем является и микрофон, превращающий звук в электрические сигналы.

Преобразователи часто используются для различных измерений; измеряемая величина при этом преобразуется обычно в электрический сигнал. Уже упоминавшиеся ранее *термометры сопротивления* и *термисторы* можно рассматривать как преобразователи изменений температуры в изменения электрической характеристики сопротивления.

Рассмотрим еще несколько видов преобразователей, нашедших широкое применение. Позднее нам встретятся и другие преобразователи.

Измерительные преобразователи называют также *датчиками*. Действие *тензодатчика* (датчика механических деформаций) (рис. 27.17) основано на том, что растяжение проволоки пропорционально приложенной к ней силе (или механическому напряжению). Когда проволоку растягивают, ее сопротивление увеличивается, так как увеличивается ее длина и уменьшается площадь сечения [см. уравнение (26.4)]. Тонкая проволока в тензодатчике обычно наклеивается на эластичную подложку. Тензодатчик плотно прикрепляется к исследуемой конструкции, и его сопротивление прямо зависит от механических напряжений, возникающих в конструкции. Поскольку растяжение проволоки не должно превышать предела упругости, изменения ее длины невелики. Поэтому и изменения сопротивления тоже очень малы (порядка десятых долей процента), и для их измерений используется очень чувствительный мост Уитстона. Разумеется, перед использованием тензодатчики тщательно

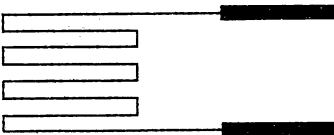


Рис. 27.17. Тензодатчик.

калибруются. Архитекторы и инженеры устанавливают тензодатчики на моделях различных сооружений и конструкций, чтобы исследовать механические напряжения в критических точках.

Проволочный тензодатчик может также быть прикреплен к гибкой мембране. При изменении давления на мембрану в проволоке возникают деформации; это позволяет измерять давление. Подобный преобразователь называют *датчиком давления*. Тензодатчик можно сделать очень маленьким (шириной всего 2–3 мм). Измеритель давления на базе крошечного тензодатчика встраивают в пилюлю и измеряют давление в желудке человека либо вводят в артерию или вену, чтобы измерять давление в кровеносных сосудах. В подобных случаях изменение температуры также влияет на сопротивление, и для компенсации в схему вводят точно такой же тензодатчик, который не подвергается механической деформации и реагирует только на изменение температуры.

Существуют датчики давления, основанные на *пьезоэлектрическом эффекте*. Некоторые кристаллы (например, кристаллы кварца) поляризуются (разд. 25.5 и 25.7) при механической деформации, и возникает ЭДС, пропорциональная приложенной силе. Пьезокристаллы используются в некоторых типах звукозаписывающих электропроигрывателей: механическое перемещение иглы преобразуется ими в электрический сигнал (ЭДС).

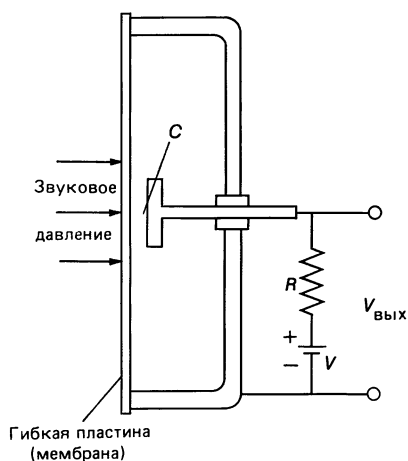
*Термопара* преобразует в электрический сигнал разность температур. В отличие от термометра сопротивления (где от температуры зависит сопротивление датчика) в термопаре возникает ЭДС. Термопары относятся к самым распространенным датчикам температуры. Действие термопары основано на термоэлектрическом эффекте: если соединить концами два провода из разных металлов, например из железа и меди (рис. 27.18)<sup>1)</sup>, то,



Рис. 27.18. Термопара.

<sup>1)</sup> Согласно теории, это обусловлено тем, что электроны в одном металле занимают более низкие энергетические состояния, чем в другом, и поэтому часть электронов переходит через спай: один из металлов оказывается положительно заряженным относительно другого и возникает *контактная разность потенциалов*. Если оба спаи имеют одинаковую температуру, то и контактные разности потенциалов одинаковы; они взаимно компенсируются, и ток в термопаре не течет. Если же спаи имеют разную температуру, то энергетические состояния изменятся и контактные разности потенциалов окажутся различными. Возникнет результирующая ЭДС, и в термопаре потечет ток.

Рис. 27.19. Конденсаторный микрофон.



если места соединения проводников (спаи) находятся при разных температурах, возникает «термо-ЭДС». Величина термо-ЭДС зависит от разности температур. При использовании термопары в качестве термометра один («холодный») спай поддерживается при постоянной температуре (часто это температура тающего льда,  $0^{\circ}\text{C}$ ). Другой («измерительный», «горячий») спай термопары помещают туда, где необходимо измерить температуру. Возникающая термо-ЭДС измеряется с высокой точностью при помощи потенциометра. Важно, чтобы клеммы потенциометра были сделаны из одного и того же металла и находились при одинаковой температуре, чтобы они не стали источником дополнительной ЭДС. Спаи термопары часто подключают с помощью соединительных проводов, и эти места соединений тоже должны иметь одинаковую температуру.

В термопарах используются различные сочетания металлов; зависимость термо-ЭДС от температуры для разных металлов и различных температур холодного спаивания приводится в таблицах. Для небольших интервалов температур термо-ЭДС пропорциональна разности температур холодного и горячего спаев, однако в широком диапазоне температур линейность не обязательно имеет место, и следует обращаться к таблицам. Погрешности в измерениях могут также возникать из-за теплопроводности проводников термопары, что влияет на температуру измерительного спаивания.

*Микрофон* преобразует звуковые волны в электрический сигнал. Одна из конструкций микрофона (конденсаторный, или емкостный, микрофон) показана на рис. 27.19. Под действием звуковой волны мембрана микрофона, представляющая собой одну из обкладок конденсатора С, колеблется. Как говорилось в гл. 25, емкость конденсатора обратно пропорциональна расстоянию между обкладками. Таким образом, под действием звуковой волны

изменяется емкость конденсатора, это в свою очередь приводит к изменению заряда  $Q$  на его обкладках ( $Q = CV$ ), и возникает электрический ток, воспроизводящий изменения звуковой волны.

## Заключение

При последовательном соединении резисторов их общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных резисторов. При параллельном соединении величина, обратная общему сопротивлению, равна сумме обратных сопротивлений каждого резистора. При параллельном соединении общее сопротивление меньше сопротивления любого из резисторов.

Батарею можно представить как источник ЭДС, включенный последовательно с внутренним сопротивлением батареи. ЭДС батареи – это разность потенциалов, обусловленная химическими процессами внутри батареи и равная напряжению на клеммах батареи, когда ток во внешней цепи равен нулю. Когда ток во внешней цепи не равен нулю, напряжение на клеммах батареи будет меньше ЭДС на величину, равную падению напряжения  $Ir$  на внутреннем сопротивлении батареи.

*Правила Кирхгофа* позволяют рассчитать силы тока и падения напряжения в сложных цепях. Первое правило Кирхгофа (правило узлов) вытекает из закона сохранения электрического заряда и утверждает, что сумма сил токов, вытекающих в любой узел цепи, равна сумме сил токов, вытекающих из этого узла. Второе правило Кирхгофа (правило контуров) основано на законе сохранения энергии и гласит, что алгебраическая сумма изменений напряжения по любому замкнутому контуру (цепи) равна нулю.

Когда цепь, содержащая последовательно соединенные резистор  $R$  и конденсатор  $C$ , подключается к источнику постоянной ЭДС, напряжение на конденсаторе постепенно возрастает по экспоненциальному закону  $(1 - e^{-t/RC})$ , где постоянная времени  $RC$  равна времени, за которое напряжение на конденсаторе достигает 63% максимального значения. Разряд конденсатора через резистор характеризуется такой же постоянной времени: за время, равное  $RC$ , напряжение на конденсаторе падает до 37% первоначального значения. Заряд конденсатора, напряжение на конденсаторе и сила тока через резистор убывают по закону  $e^{-t/RC}$ .

## Вопросы

1. Назовите достоинства и недостатки последовательного и параллельного соединений лампочек в елочной гирлянде.
2. Можно ли включить несколько 6-вольтовых лампочек в сеть напряжением 120 В так, чтобы они не перегорели? Каким образом?
3. Сравните и обсудите формулы для после-

довательного и параллельного соединений резисторов и конденсаторов (разд. 25.3).

4. Две электрические лампочки с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  ( $R_2 > R_1$ ) соединены последовательно. Какая из них будет гореть ярче? А если соединить их параллельно?
5. Объясните различие между ЭДС и разностью потенциалов.
6. Может ли резистор обладать ЭДС?



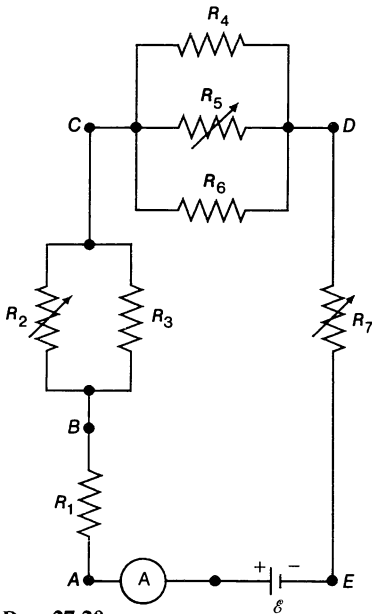


Рис. 27.20.

7. Внутреннее сопротивление гальванического элемента в действительности непостоянно. Почему?

8. Объясните, почему первое правило Кирхгофа (правило узлов) эквивалентно закону сохранения электрического заряда.

9. Объясните, почему второе правило Кирхгофа (правило контуров) является следствием закона сохранения энергии.

10. Как следует видоизменить правило узлов Кирхгофа, чтобы его можно было применять к точке, где может накапливаться заряд (например, одной обкладке конденсатора)?

11. На рис. 27.20 изображена цепь. Закончите следующие утверждения словами «увеличивается», «уменьшается», «не изменяется»:

а) если  $R_7$  увеличивается, то разность потенциалов между  $A$  и  $E$  (считая, что сопротивления амперметра и источника равны нулю) ...;

б) если  $R_7$  увеличивается, то разность потенциалов между  $A$  и  $E$  (считая, что амперметр и источник обладают сопротивлением) ...;

в) если  $R_7$  увеличивается, то падение напряжения на  $R_4$  ...;

г) если  $R_2$  уменьшается, то сила тока через  $R_1$  ...;

д) если  $R_2$  уменьшается, то сила тока через  $R_6$  ...;

е) если  $R_2$  уменьшается, то сила тока через  $R_3$  ...;

ж) если  $R_5$  увеличивается, то падение напряжения на  $R_2$  ...;

з) если  $R_5$  увеличивается, то падение напряжения на  $R_4$  ...;

и) если  $R_2$ ,  $R_5$  и  $R_7$  увеличиваются, то  $\mathcal{E}$  ...

12. Для чего батареи соединяют последовательно? параллельно? Важно ли в каждом случае, чтобы батареи были практически идентичны?

13. Почему в формуле (27.7) стоит знак минус? Другими словами, почему ток разряда конденсатора считается отрицательным?

14. На рис. 27.21 источник напряжением 18 В заряжает 12-вольтовую батарею. Объясните, как это происходит.

15. Предложите метод измерения внутреннего сопротивления батареи.

16. Может ли напряжение на клеммах батареи превышать ее ЭДС? Объясните.

17. Зависит ли знак, с которым ЭДС батареи войдет в сумму при применении правила контуров Кирхгофа (например, на рис. 27.21), от направления тока через батарею?

\* 18. В чем основное различие между вольтметром и амперметром?

\* 19. Объясните, почему сопротивление идеального амперметра равно нулю, а идеального вольтметра – бесконечности.

\* 20. В чем преимущество потенциометра перед вольтметром? В чем преимущество вольтметра перед потенциометром?

\* 21. Объясните, почему «нулевой» метод измерения обеспечивает в принципе более высокую точность, чем измерение с отсчетом по шкале?

\* 22. Предположим, что батарея, питающая мост Уитстона, немного «села» и напряжение на ее клеммах уменьшилось. Повлияет ли это на результат измерения сопротивления?

### Задачи

Если внутреннее сопротивление батареи не указано в условии, им следует пренебречь.

### Раздел 27.1

1. (I) Пять ламп с сопротивлением по 30 Ом соединены последовательно. Чему равно их

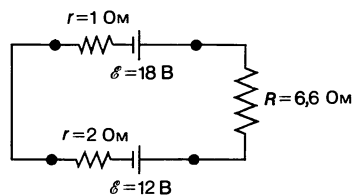


Рис. 27.21.

общее сопротивление? Чему равно их общее сопротивление при параллельном соединении?

2. (I) Имеются три резистора с сопротивлениями 600, 800 Ом и 1,2 кОм. Какое а) наибольшее и б) наименьшее сопротивление можно составить из них?

3. (I) Пусть имеется батарея на 6,0 В, а вам необходимо напряжение 2,1 В. Как можно соединить резисторы, чтобы получился «делитель напряжения», дающий на выходе 2,1 В при напряжении на входе 6,0 В?

4. (II) Три одинаковых резистора по 200 Ом можно соединить четырьмя способами, комбинируя параллельное и последовательное соединения. Нарисуйте схемы соединений и рассчитайте общее сопротивление во всех четырех случаях.

5. (II) Чему равно общее сопротивление цепи, подключенной к батарее на рис. 27.22? Сопротивление каждого резистора  $R = 2,1$  кОм.

6. (II) Восемь ламп, соединенных последовательно, подключены к сети напряжением 120 В двумя проводами с общим сопротивлением 1,7 Ом. Чему равно сопротивление каждой лампы и какая доля общей мощности рассеивается в проводах, если через каждую лампу идет ток 120 мА?

7. (II) Елочная гирлянда на напряжение 120 В состоит из восьми лампочек по 8,0 Вт, соединенных последовательно. Чему равно сопротивление каждой лампочки?

8. (II) Пусть сопротивление человеческого тела составляет 900 Ом. а) Какой силы ток потечет через тело человека, случайно прикоснувшегося к клеммам источника напряжением 100 В? б) Какой силы ток потечет через тело человека, если, разветвляясь, ток частично уходит в землю через сопротивление 20 Ом? в) Какой силы ток потечет через тело человека в случае п. «б»,

если источник может отдавать ток не более 1,2 А?

9. (II) Два резистора, включенные последовательно в сеть 120 В, рассеивают вчетверо меньшую мощность, чем при их параллельном соединении. Если сопротивление одного резистора  $R = 1,8$  кОм, то чему равно сопротивление другого резистора?

10. (II) Лампа с тремя выводами при включении в сеть 120 В может иметь мощность 50, 100 и 150 Вт. Лампа имеет две спирали, которые включаются в сеть либо по отдельности, либо параллельно. Нарисуйте схему включения спиралей, отвечающую каждой из мощностей. Чему равно сопротивление каждой спирали?

11. (II) Лампа на 120 В, 75 Вт включена параллельно лампе на 120 В, 40 Вт. Чему равно их общее сопротивление?

12. (II) Предположим, что необходимо включить электрический прибор на расстоянии 200 м от розетки. Сопротивление единицы длины каждого из двух проводов, соединяющих прибор с розеткой, равно 0,0055 Ом/м. Если напряжение сети 120 В, а прибор потребляет ток силой 3,2 А, то чему равно падение напряжения в подводящих проводах и какое напряжение будет приложено к прибору?

13. (II) Резисторы 1,2 и 1,8 кОм соединены параллельно; последовательно с ними включен резистор 1,9 кОм. Какое наибольшее напряжение можно приложить к этой цепочке, если допустимая мощность рассеяния каждого резистора равна 0,5 Вт?

14. (II). Сколько одинаковых резисторов мощностью 0,5 Вт потребуется, чтобы составить эквивалентный резистор на 5 Вт с сопротивлением 1,2 кОм? Каким должно быть сопротивление каждого резистора и как их следует соединить?

15. (II) Рассчитайте силу тока через каждый резистор на рис. 27.22, если  $R = 2,10$  кОм. Чему равна разность потенциалов между точками А и В?

### Раздел 27.2

16. (I) Батарея с ЭДС 6,0 В и внутренним сопротивлением 0,50 Ом подключена к цепи с общим сопротивлением 11,6 Ом. Чему равно напряжение на клеммах батареи?

17. (I) Четыре элемента по 1,5 В подключены последовательно к устройству с сопротивлением 9,2 Ом. Внутреннее сопротивление каждого элемента 0,30 Ом. Какой силы ток потребляет устройство?

18. (I) Чему равно внутреннее сопротивление 12-вольтового автомобильного аккумулятора, если напряжение на его клеммах падает до 7,8 В при включении стартера, потребляющего ток силой 70 А?

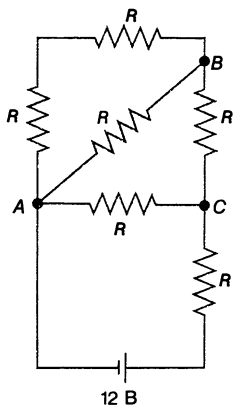


Рис. 27.22.

19. (I) Гальванический элемент с ЭДС, равной 1,5 В, можно проверить, подключив его на короткое время к амперметру с малым внутренним сопротивлением. Исправный элемент должен обеспечивать силу тока не менее 30 А. Чему равно внутреннее сопротивление такого элемента?

20. (II) Внутреннее сопротивление ртутного элемента с ЭДС, равной 1,35 В, составляет 0,030 Ом, а внутреннее сопротивление сухого элемента с ЭДС, равной 1,5 В, составляет 0,35 Ом. Объясните, почему три ртутных элемента будут лучше работать в слуховом аппарате мощностью 2 Вт, рассчитанном на напряжение питания 4,0 В, чем три сухих элемента?

21. (II) Чему равна сила тока через резистор 8,0 Ом на рис. 27.5, а?

22. (II) Напряжение на клеммах батареи равно 50,0 В при силе тока во внешней цепи 5,5 А и 58,2 В при силе тока 1,8 А. Чему равны ЭДС и внутреннее сопротивление батареи?

### Раздел 27.3

23. (I) Определите напряжение на клеммах каждой батареи на рис. 27.21.

24. (I) Чему равна разность потенциалов между точками *a* и *d* на рис. 27.6?

25. (II) Чему равно напряжение на клеммах каждой батареи на рис. 27.6?

26. (II) Определите силу тока через каждый из резисторов на рис. 27.23.

27. (II) Если резистор 30 Ом на рис. 27.23 замкнуть накоротко (сопротивление равно нулю), то какой будет сила тока через резистор 10 Ом?

28. (II) Определите силы тока  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  на рис. 27.24. Внутреннее сопротивление каждой батареи  $r = 1,0$  Ом. Чему равно напряжение на клеммах батареи с ЭДС 6,0 В?

29. (II) Чему равна сила тока  $I_1$  на рис. 27.24, если замкнуть накоротко резистор 12,0 Ом (внутреннее сопротивление батарей  $r = 1,0$  Ом)?

### Раздел 27.5

30. (II) В стимуляторе сердца, задающем ритм сокращений 70 ударов в минуту, установлен конденсатор емкостью 9,0 мкф. Каким должно быть сопротивление в RC-цепочке, чтобы стимулятор давал импульс (при котором происходит разряд конденсатора), когда напряжение на конденсаторе достигает 25% максимального?

31. (II) Два резистора и два незаряженных конденсатора образуют цепь, показанную на рис. 27.25. К цепи прикладывают разность потенциалов 24 В. а) Чему равен потенциал точки *a*, когда ключ *S* разомкнут? (Потенциал отри-

цательного полюса источника примите за нуль.) б) Чему равен потенциал точки *b*, когда ключ разомкнут? в) Каков конечный потенциал точки *b* после замыкания ключа? г) Какой заряд протекает через ключ *S* после замыкания? д) Чему равна постоянная времени цепи при разомкнутом ключе?

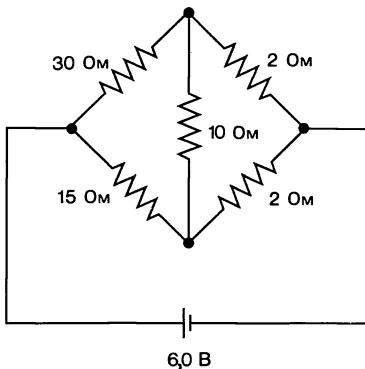


Рис. 27.23.

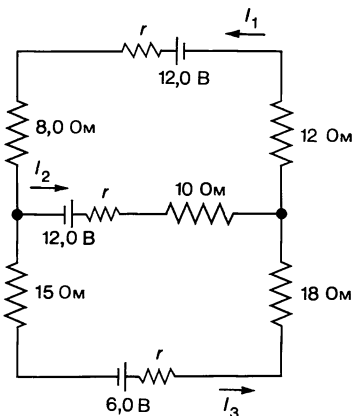


Рис. 27.24.

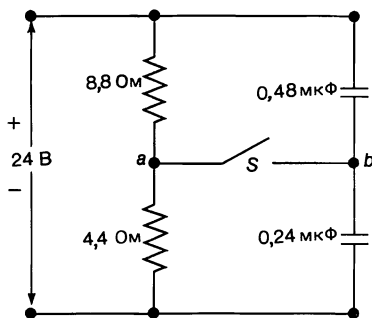


Рис. 27.25.

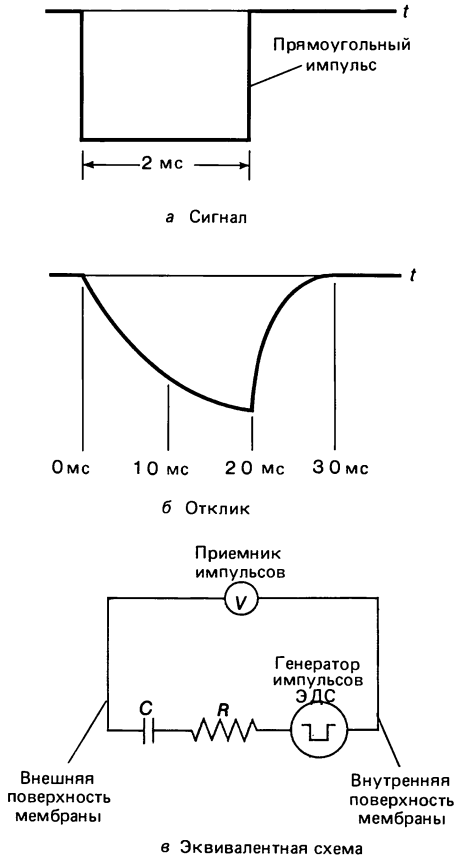


Рис. 27.26.

32. (II) Спустя какое время энергия конденсатора в последовательной  $RC$ -цепочке (рис. 27.10, а) достигнет половины своего максимального значения? Выразите ответ через постоянную времени  $\tau = RC$ .
33. (II) Два конденсатора по 6,0 мкФ, два резистора по 2,2 кОм и батарея с ЭДС 12,0 В соединены последовательно. Через какое время после подключения батареи сила тока упадет от начального значения до 1,20 мА?
34. (II) В опытах с нервными клетками и клетками мышечной ткани внутрь клетки вводят два близко расположенных электрода. Один электрод служит генератором прямоугольных импульсов, другой – приемником. Формы переданного и принятого сигналов показаны соответственно на рис. 27.26, а и б. Электрические свойства клетки в таком опыте могут быть представлены эквивалентной схемой (рис. 27.26, в), где  $C$  – емкость клеточной мембраны,  $R$  – сопротивление клеточной мембраны, электрод-генератор служит источником

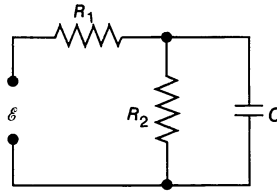


Рис. 27.27.

- ЭДС, а приемный электрод – вольтметром. а) По форме регистрируемого сигнала оцените постоянную времени клетки. б) Чему равна емкость мембраны  $C$ , если ее площадь составляет примерно  $10^{-7}$  м<sup>2</sup>, толщина  $10^{-8}$  м, а диэлектрическая проницаемость равна 3? в) Пользуясь результатами пп. «а» и «б», рассчитайте величину  $R$ .
35. (III) а) Определите постоянную времени заряда конденсатора в цепи на рис. 27.27. (Подсказка: воспользуйтесь правилами Кирхгофа.) б) Чему равен максимальный заряд на конденсаторе?
36. (III) а) Определите постоянную времени заряда конденсатора в цепи на рис. 27.28. (Подсказка: воспользуйтесь правилами Кирхгофа.) б) Чему равен максимальный заряд на конденсаторе?
37. (III) Пусть ключ на рис. 27.25 замкнут. Чему равна постоянная времени (или постоянные времени) зарядки конденсаторов?

\* Раздел 27.6

- \* 38. (I) Чувствительность амперметра равна 5000 Ом/В. Какой силе тока соответствует полное отклонение примененного в нем гальванометра?
- \* 39. (I) Каково входное сопротивление вольтметра на шкале 50 В, если чувствительность прибора равна 30 000 Ом/В?
- \* 40. (II) Чувствительность гальванометра рав-

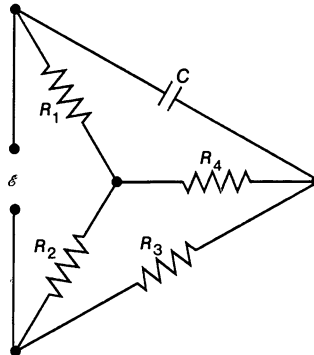


Рис. 27.28.

на 50 000 Ом/В, а внутреннее сопротивление 24 Ом. Как превратить его а) в амперметр со шкалой на 10 мА; б) в вольтметр со шкалой на 100 мВ?

\* 41. (II) Как сделать амперметр со шкалой 10 А из гальванометра, стрелка которого отклоняется до конца шкалы при силе тока 200 мкА и напряжении 10 мВ?

\* 42. (II) Имеется миллиамперметр со шкалой на 10 мА. Он состоит из гальванометра с сопротивлением 30 Ом, зашунтированного резистором 0,20 Ом. Как переделать его в вольтметр со шкалой на 10 В, не разбирая прибор? Какой будет чувствительность (в единицах Ом/В) вольтметра?

\* 43. (II) Внутреннее сопротивление гальванометра равно 30 Ом; сила тока, отвечающая полному отклонению, равна 60 мкА. Что нужно сделать, чтобы превратить его а) в амперметр для измерения токов силой до 15 А; б) в вольтметр со шкалой на 3000 В?

#### \* Раздел 27.7

\* 44. (II) Батарея с ЭДС 45 В и пренебрежимо малым внутренним сопротивлением подключена к последовательно соединенным резисторам 37 и 22 кОм. Что покажет вольтметр с входным сопротивлением 100 кОм при измерении падения напряжения на каждом из резисторов? Какова в каждом случае погрешность (в процентах), обусловленная конечным входным сопротивлением вольтметра?

\* 45. (II) Амперметр с внутренним сопротивлением 90 Ом показывает 1,60 А при включении в цепь, содержащую батарею и два последовательно соединенных резистора 300 и 500 Ом. Какова сила тока в цепи в отсутствие амперметра?

\* 46. (II) Батарея с  $\mathcal{E} = 9,0$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1,2$  Ом подключена к двум последовательно соединенным резисторам по 5,0 кОм. Цепь содержит также амперметр с внутренним сопротивлением 0,50 Ом, измеряющий силу тока в цепи, и вольтметр с внутренним сопротивлением 15 кОм, измеряющий падение напряжения на одном из резисторов. Каковы показания приборов?

\* 47. (II) Два резистора по 5,9 кОм соединены последовательно и подключены к батарее. Вольтметр с чувствительностью 1000 Ом/В показывает 2,0 В на шкале 3,0 В при включении параллельно любому из резисторов. Чему равна ЭДС батареи? (Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.)

\* 48. (II) Каким внутренним сопротивлением должен обладать вольтметр, чтобы вносимая им погрешность в примере 27.5 не превышала 3%?

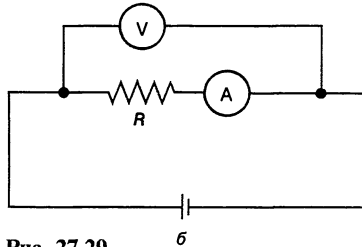
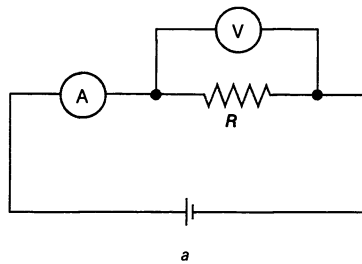


Рис. 27.29.

49. (II) а) Чтобы измерить сопротивление  $R$ , можно воспользоваться амперметром и вольтметром, включенными, как показано на рис. 27.29, а. Значение  $R$  не будет в точности равно  $V/I$ , где  $V$  — показание вольтметра, а  $I$  — показание амперметра, так как часть тока идет через вольтметр. Покажите, что истинное значение  $R$  дается выражением

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{V} - \frac{1}{R_V},$$

где  $R_V$  — сопротивление вольтметра. Заметим, что  $R \approx V/I$ , если  $R_V \gg R$ . б) Вольтметр и амперметр можно также включить, как показано на рис. 27.29, б. Покажите, что в этом случае

$$R = \frac{V}{I} - R_A,$$

где  $V$  и  $I$  — показания вольтметра и амперметра, а  $R_A$  — сопротивление амперметра. Заметим, что  $R \approx V/I$ , если  $R \gg R_A$ .

50. (II) Падение напряжения на резисторе 120 кОм в цепи, содержащей добавочное сопротивление  $R_2$ , последовательно подключенное к батарее с напряжением  $V$ , измеряется вольтметром с чувствительностью 20 000 Ом/В. Показания вольтметра составляют 25 В на шкале 100 В и 23 В на шкале 30 В. Чему равно истинное падение напряжения в отсутствие вольтметра? Чему равно  $R_2$ ?

\* 51. (II) Один из типов омметра представляет собой амперметр, соединенный с добавочным сопротивлением и батареей (рис. 27.30). Шкала омметра отличается от шкал амперметра и

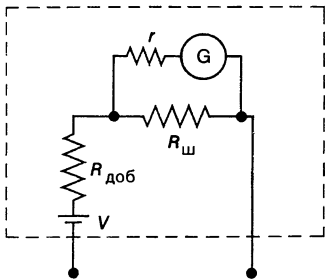


Рис. 27.30. Омметр.

вольтметра. Нуль сопротивления соответствует полному отклонению стрелки (так как в этом случае сила тока, отбираемого от батареи, максимальна); бесконечное сопротивление соответствует нулевому отклонению стрелки, так как ток через амперметр не течет. Пусть в омметре используется батарея с напряжением 9,0 В; внутреннее сопротивление гальванометра 30 Ом, а сила тока, отвечающая полному отклонению, равна 30 мкА. Каким должно быть сопротивление шунта  $R_{ш}$  и добавочное сопротивление  $R_{доб}$ , чтобы стрелка омметра устанавливалась посередине шкалы при измерении сопротивления 30 кОм? [Примечание. В омметр вводится последовательно с прибором также регулируемое сопротивление для установки нуля (максимального отклонения стрелки). При измерениях «нуль» омметра следует достаточно часто проверять, соединяя накоротко его выводы, поскольку напряжение батареи может изменяться. Из-за непостоянства напряжения батареи подобные омметры не являются прецизионными приборами, но для приближенных измерений они довольно удобны.]

\* 52. (II) Батарея с ЭДС 9,0 В и внутренним сопротивлением  $r = 1,0$  Ом подключена к двум последовательно соединенным резисторам. Вольтметр с внутренним сопротивлением 10,0 кОм показывает при подключении параллельно каждому из резисторов падения напряжения соответственно 3,0 и 4,0 В. Чему равно сопротивление каждого резистора?

\* Раздел 27.8

\* 53. (I) Потенциометр с реохордом длиной 100,0 см сбалансирован при подключении стандартного элемента с ЭДС 1,0182 В, когда его контакт установлен на отметке 40,2 см. При подключении неизвестной ЭДС потенциометр балансируется при установке контакта на отметке 11,9 см. Чему равна измеряемая ЭДС?

\* 54. (I) Гальванометр потенциометра имеет внутреннее сопротивление 40 Ом и способен

регистрировать ток 0,015 мА. С какой минимальной неопределенностью можно измерить ЭДС?

\* 55. (II) Однородный реохорд потенциометра длиной 30,00 см имеет сопротивление 3,224 Ом. При подключении стандартного источника с ЭДС 1,0183 В потенциометр балансируется при положении контакта на отметке 22,40 см. При подключении неизвестной ЭДС баланс достигается, только когда резистор 9,050 Ом, который прежде был включен между рабочей батареей и точкой А на рис. 27.15, теперь включается слева последовательно с реохордом, а контакт реохорда устанавливается на отметке 14,16 см. Чему равна измеряемая ЭДС?

\* 56. (II) Потенциометр балансируется при подключении гальванического элемента путем установки контакта на отметке 48,0 см. Если параллельно клеммам элемента подключить резистор 5,0 Ом, то баланс наступает при установке контакта на отметке 44,0 см. Чему равно внутреннее сопротивление элемента?

\* Раздел 27.9

\* 57. (I) На рис. 27.31 показан мост Уитстона с реохордом. Чему равно  $R_x$ , если гальванометр дает нулевой отсчет при  $R_3 = 34,5$  Ом и  $AC = 28,2$  см,  $CB = 71,8$  см? Считайте провод реохорда однородным по длине.

\* 58. (II) В качестве измеряемого сопротивления в мост Уитстона включается отрезок платиновой проволоки диаметром 1,2 мм. Постоянные плечи моста имеют сопротивления 36,0 и 84,0 Ом. Мост балансируется, когда сопротивление третьего плеча  $R_3$  равно 4,16 Ом. Какова длина платиновой проволоки?

\* Раздел 27.10

\* 59. (I) Удельная термо-ЭДС термопары медь-константан составляет около 40 мкВ/°С. Чему

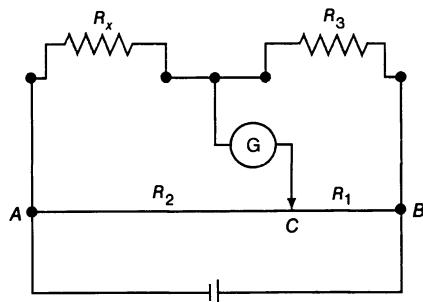


Рис. 27.31. Мост Уитстона с реохордом.

равна температура рабочего спая, если температура холодного спая поддерживается равной  $25^\circ\text{C}$ , а измеренная ЭДС равна  $1,72\text{ мВ}$ ?

\* 60. (I) В области температур вблизи комнатной удельная термо-ЭДС термопары медь-железо составляет  $14\text{ мкВ}/^\circ\text{C}$ . С какой точностью можно измерять температуру термопарой с потенциометром, способным регистрировать изменение ЭДС на  $0,50\text{ мкВ}$ ?

\* 61. (II) ЭДС термопары можно представить в виде  $\mathcal{E} = aT + bT^2$ , где  $T$  — измеряемая температура (в градусах Цельсия),  $a$  и  $b$  — постоянные, и температура холодного спая равна  $0^\circ\text{C}$ . При линейной зависимости постоянная  $b$  равна нулю (обычно она очень мала). а) Определите значения  $a$  и  $b$ , если  $\mathcal{E} = 3,62\text{ мВ}$  при  $T = 80^\circ\text{C}$  и  $\mathcal{E} = 6,80\text{ мВ}$  при  $T = 170^\circ\text{C}$ . б) Чему равна измеряемая температура, если  $\mathcal{E} = 4,90\text{ мВ}$ ?

\* 62. (II) Коэффициент сопротивления  $K$  тен-

зодатчика определяется как отношение относительного изменения сопротивления  $(\Delta R/R)$  к относительному изменению длины:

$$K = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L},$$

и при данной температуре он относительно постоянен. Другими словами, изменение сопротивления  $\Delta R$  пропорционально растяжению провода  $\Delta L$ . а) Покажите, что зависимость должна быть линейной при не слишком больших  $\Delta L/L$ . б) Тензодатчик с  $K = 1,8$  прикреплен поперек небольшой мышцы шириной  $4,5\text{ мм}$ . Тензодатчик включен в неизвестное плечо моста Уитстона. Когда мышца расслаблена, мост балансируется при  $R_2/R_1 = 1,4800$  и  $R_3 = 40,700\text{ Ом}$ . При сокращении мышцы мост балансируется при  $R_3 = 40,736\text{ Ом}$ . Насколько увеличивается ширина мышцы?