

Рис. 29.1. Индукция магнитного поля между полюсами большого магнита почти однородна (за исключением области по краям полюсов).

В предыдущей главе мы рассматривали главным образом, как магнитное поле действует на электрические токи и движущиеся электрические заряды (т.е. создаваемые им силы и вращающие моменты). Мы видели, однако, что магнитное поле создают не только магниты, но и электрический ток (великое открытие Эрстеда). Именно этой стороне магнетизма — созданию магнитных полей — посвящена настоящая глава.

Простейший вид магнитных полей — это однородное поле, т.е. поле, которое не изменяется от точки к точке. Создать идеально однородное поле на большой площади довольно трудно. Однако магнитное поле между плоскими полюсными наконечниками магнита будет почти однородным, если площадь полюсов велика по сравнению с расстоянием между ними (рис. 29.1). Только по краям поле слегка «выдавливается», и его однородность нарушается. Параллельные, равномерно расположенные на чертеже силовые линии показывают, что в точках, не слишком близких к краям, поле однородно.

Чаще приходится сталкиваться с неоднородными магнитными полями, и тогда необходимо знать, как магнитное поле изменяется от точки к точке. Мы покажем, как в некоторых простых случаях можно вычислить магнитную индукцию, и обсудим некоторые общие соотношения между магнитными полями и их источниками.

29.1. Магнитное поле прямолинейного проводника

В предыдущей главе (рис. 28.7) мы уже видели, что силовые линии магнитного поля, создаваемого электрическим током в длинном прямолинейном проводнике, имеют вид концентрических окружностей с центром на проводнике. Можно было ожидать, что магнитная индукция в данной точке будет тем больше, чем больше сила тока в проводнике, и что она должна ослабевать по мере удаления от проводника. Так оно и есть. Тщательные измерения показали, что индукция магнитного поля B в окрестности проводника прямо пропорциональна силе тока I в проводнике и обратно пропорциональна расстоянию r до

проводника:

$$B \sim \frac{I}{r}.$$

Эта зависимость справедлива при условии, что расстояние r по перпендикуляру до проводника намного меньше расстояния до его концов.

Коэффициент пропорциональности записывается в виде $\mu_0/2\pi^1$, и тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad [\text{в окрестности длинного прямолинейного проводника}]. \quad (29.1)$$

Константа μ_0 называется *магнитной постоянной* (магнитной проницаемостью вакуума) и равна

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А}.$$

[Не следует путать μ_0 с μ —магнитным дипольным моментом (разд. 28.10): они никак не связаны между собой.]

Пример 29.1. По вертикальному проводнику в стене здания течет вверх постоянный ток силой 25 А. Чему равна индукция магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см к северу от этого проводника?

Решение. По формуле (29.1)

$$B = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А})(25 \text{ А})}{(2\pi)(0,10 \text{ м})} = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ Тл},$$

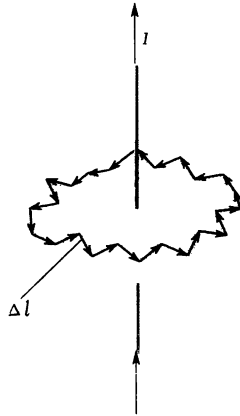
или 0,50 Гс. По правилу правой руки (рис. 28.7, б) вектор \mathbf{B} направлен в этой точке на запад. Так как поле тока примерно равно по величине магнитному полю Земли, стрелка компаса в этой точке будет указывать не на север, а на северо-запад.

29.2. Закон Ампера

Формула (29.1) устанавливает связь между силой тока в длинном прямолинейном проводнике и создаваемым им магнитным полем. Она справедлива только для длинного прямолинейного проводника. Возникает вопрос: не существует ли общего соотношения между током в проводнике произвольной конфигурации и создаваемым им магнитным полем? Такое соотношение вывел французский физик Андре Мари Ампер (1775–1836) вскоре после открытия Эрстеда. Рассмотрим произвольный замкнутый контур, охватывающий проводник с током (рис. 29.2), и разобьем его на малые участки длиной Δl . Вычислим произведение длины каждого участка Δl на компоненту

¹⁾ Коэффициент пропорциональности записывается в таком виде, чтобы закон Ампера (см. следующий раздел) имел простую и изящную форму.

Рис. 29.2. Произвольный замкнутый контур, охватывающий проводник с током (к закону Ампера). Контур разбивается на элементы равной длины Δl .



вектора \mathbf{B} , параллельную этому участку (обозначим ее B_{\parallel}). Сумма таких произведений по всему контуру равна, как установил Ампер, произведению μ_0 на результирующую силу тока I , пересекающую охваченную контуром поверхность:

$$\sum B_{\parallel} \Delta l = \mu_0 I.$$

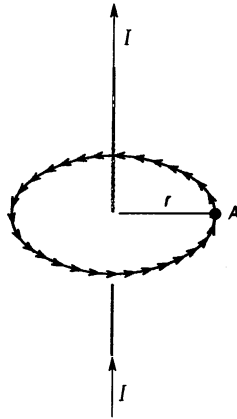
Разбиение контура на малые участки осуществляется так, чтобы компонента B_{\parallel} была постоянной в пределах каждого элемента Δl . Суммирование ведется по *замкнутому контуру*, I — это результирующая сила тока, протекающего через поверхность, ограниченную замкнутым контуром. В пределе $\Delta l \rightarrow 0$ сумма превращается в интеграл $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$,

(29.2)

где $d\mathbf{l}$ бесконечно малый (векторный) элемент длины; скалярное произведение автоматически учитывает только параллельную компоненту вектора \mathbf{B} . Формула (29.2) является выражением фундаментального закона электромагнетизма — **закона Ампера**. Интеграл в (29.2) берется по замкнутому контуру, охватывающему ток I .

Чтобы лучше понять смысл закона Ампера, применим его к простому случаю, уже рассмотренному выше (который, кстати, вдохновил Ампера на это открытие). Найдем \mathbf{B} в точке A на расстоянии r от длинного прямолинейного проводника, по которому течет ток I (рис. 29.3). Мы уже знаем, что силовые линии магнитного поля в этом случае имеют вид окружностей, в центре которых находится проводник. Поэтому, применяя формулу (29.2), мы выберем в качестве контура интегрирования окружность радиусом r (можно выбирать замкнутый контур по своему желанию, и мы выбираем самый удобный). Этот выбор оправдан тем, что в любой точке контура вектор \mathbf{B} направлен по касательной к окружности. Таким образом, для любого малого элемента контура (рис. 29.3) вектор \mathbf{B} параллелен ему, и, следо-

Рис. 29.3. Круговая траектория радиусом r .



вательно,

$$\mu_0 I = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint B dl = B \oint dl = B(2\pi r).$$

Выражая отсюда B , получим формулу (29.1) для индукции магнитного поля длинного прямолинейного проводника с током:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Так в приведенном простом примере закон Ампера дает нужный результат. Многочисленные эксперименты подтверждают и общую справедливость закона Ампера. Однако, как и в случае теоремы Гаусса для электрического поля, практическое применение закона Ампера для вычисления магнитных полей ограничивается главным образом простыми ситуациями. Его главная ценность состоит в том, что этот закон устанавливает математически простую и изящную связь между магнитным полем и током. Поэтому закон Ампера относят к фундаментальным законам электричества и магнетизма; он выполняется во всех случаях, когда токи и поля постоянны и не изменяются во времени и нет магнитных материалов.

Теперь ясно, почему коэффициент пропорциональности в (29.1) записан в виде $\mu_0/2\pi$: благодаря этому в (29.2) входит только μ_0 [а не, скажем, $2\pi k$, как в случае, если бы мы обозначили в (29.1) коэффициент пропорциональности через k], и фундаментальный закон Ампера записывается в более простом виде.

Следует отметить, что индукция \mathbf{B} в законе Ампера может быть обусловлена не только силой тока I . Закон Ампера, как и теорема Гаусса для электрического поля, справедлив в общем случае. Индукция магнитного поля \mathbf{B} характеризует поле в каждой точке пространства вдоль замкнутого контура, обусловленное всеми источниками магнитного поля, включая и силу тока I , охватываемого

контуром. Например, магнитная индукция \mathbf{B} двух параллельных проводников с током (рис. 29.4) будет (векторной) суммой полей, создаваемых каждым из токов, и картина силовых линий выглядит, как показано на рисунке. Если в качестве контура интегрирования в (29.2)

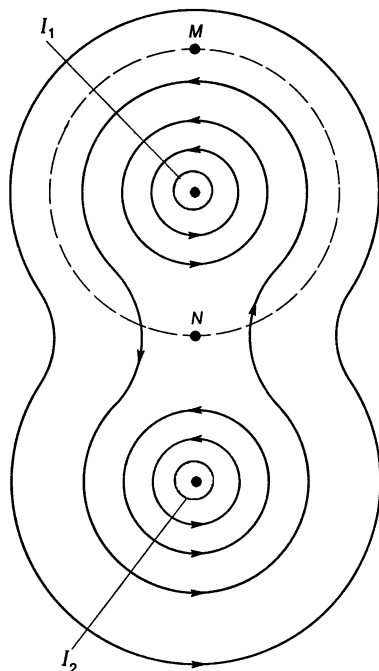


Рис. 29.4. Силовые линии магнитного поля вокруг двух параллельных проводников с током, по которым текут токи I_1 и I_2 (здесь $I_1 = I_2$; токи направлены к читателю).

выбрать окружность с центром на одном из проводников и радиусом меньше, чем расстояние между проводниками (штриховая линия на рис. 29.4), то в правую часть (29.2) войдет только сила тока I_1 , охваченного контуром; в левой же части величина \mathbf{B} должна представлять собой полную индукцию магнитного поля, обусловленную в каждой точке обоими токами. Этот пример затрагивает еще один момент: оказывается, что $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ по контуру, обозначенному на рис. 29.4, не зависит от наличия или отсутствия второго проводника с током: в любом случае он равен $\mu_0 I_1$. Как это может быть? Дело в том, что поля, создаваемые проводниками, в точках между ними (например, в точке N) взаимно компенсируются ($\mathbf{B} = 0$ в точке посередине между проводниками, если $I_1 = I_2$); тогда как в точках с «внешней» стороны от каждого из проводников (например, в точке M) значения индукции складываются. Когда мы берем интеграл $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$, эти эффекты компенсируют друг друга, и $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ независимо от наличия или отсутствия второго проводника с током. Интеграл $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ в любом случае будет иметь одно и то же значение, хотя индукция \mathbf{B} в каждой точке контура в этих двух случаях будет различной.

Пример 29.2. По длинному прямолинейному цилиндрическому проводнику радиусом R течет ток силой I с постоянной плотностью внутри проводника. Определите индукцию магнитного поля а) снаружи проводника ($r > R$); б) внутри проводника ($r < R$) (рис. 29.5, а). (Считайте, что расстояние r от центра проводника мало по сравнению с расстоянием до его концов.)

Решение. а) В силу симметрии — поскольку проводник представляет собой длинный прямой цилиндр — индукция магнитного поля должна быть одинакова во всех точках, находящихся на одинаковом расстоянии от центра проводника¹⁾. Можно предположить также, что вектор \mathbf{B} направлен по касательной к окружности, проведенной вокруг проводника (рис. 28.7). Поэтому в качестве контура интегрирования выберем окружность, описанную вокруг проводника concentric с ним ($r > R$). Тогда

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I,$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad [r < R],$$

что совпадает с результатом, полученным ранее для тонкого проводника.

б) Внутри проводника ($r < R$) вновь выберем контур в виде concentric окружности; вектор \mathbf{B} направлен по касательной к окружности, и величина индукции магнитного поля в силу симметрии должна быть одинаковой во всех точках контура. Охваченный контуром ток меньше полного тока I во столько же раз, во сколько площадь контура меньше площади сечения проводника: $\pi r^2 / \pi R^2$. Тогда, согласно закону Ампера,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right),$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \quad [r < R].$$

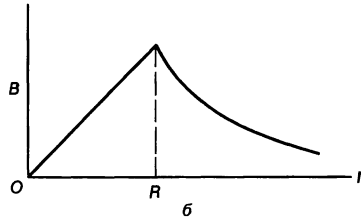
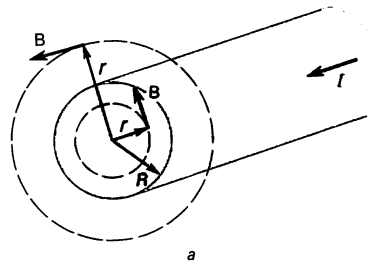


Рис. 29.5. Индукция магнитного поля внутри и вне цилиндрического проводника с током (к примеру 29.2).

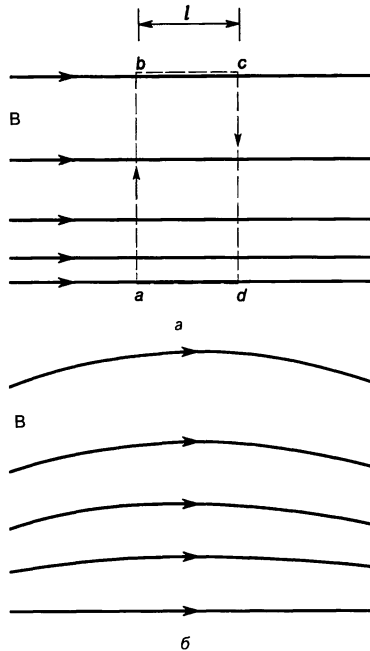


Рис. 29.6. К примеру 29.3.

¹⁾ Нет причин, по которым какие-либо точки из всей совокупности точек, находящихся на одинаковом расстоянии от проводника, были бы выделены; все они физически эквивалентны, и поэтому во всех этих точках индукция B должна иметь одно и то же значение.

Индукция магнитного поля равна нулю в центре проводника и линейно возрастает с увеличением расстояния до центра, пока $r \leq R$; при $r \geq R$ величина B убывает как $1/r$ (рис. 29.5, б). Заметим, что эти результаты справедливы для точек, близких к проводнику по сравнению с расстоянием до его концов. Чтобы по проводнику протекал ток, проводник надо соединить с источником (например, батареей), и магнитные поля вокруг соединительных проводов будут, если только они не удалены на большое расстояние, нарушать предполагаемую симметрию.

Пример 29.3. Докажите, пользуясь законом Ампера, что неоднородное магнитное поле не может иметь одно и то же направление во всем пространстве, как изображено на рис. 29.6, а.

Решение. Силовые линии в нижней части рисунка расположены теснее, чем в верхней; это указывает, что индукция магнитного поля внизу больше, чем вверху. Применим закон Ампера к прямоугольному контуру $abcd$ (штриховые линии на

рис. 29.6, а). Так как внутри контура тока нет,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0.$$

Интеграл вдоль участков ab и cd равен нулю, так как здесь $\mathbf{B} \perp d\mathbf{l}$. Таким образом,

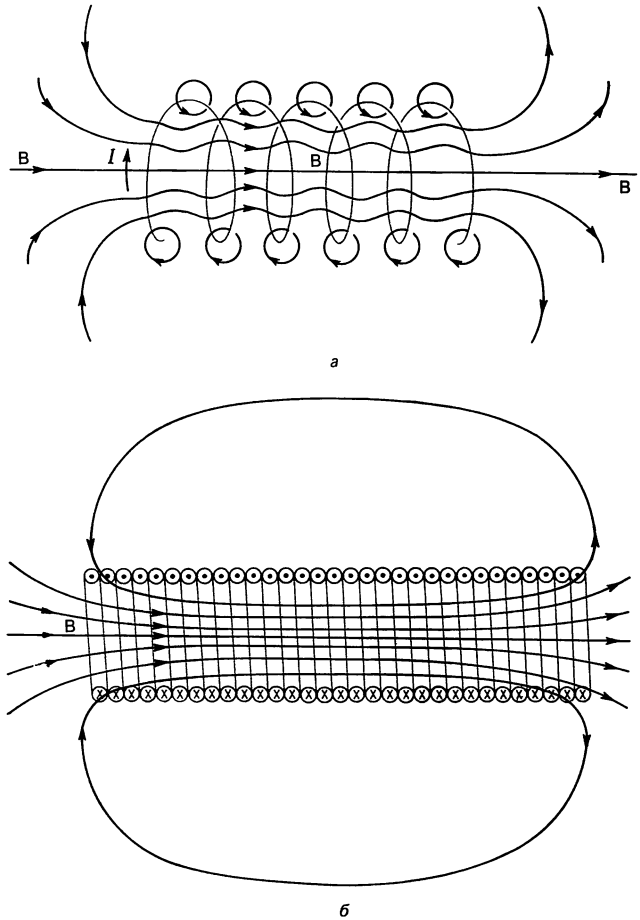
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B_{bc}l - B_{ad}l = (B_{bc} - B_{ad})l,$$

а это выражение не равно нулю, поскольку индукция B_{bc} вдоль bc меньше, чем индукция B_{ad} вдоль ad . Мы пришли к противоречию: интеграл $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$, который должен быть равен нулю (поскольку $I = 0$), оказывается отличным от нуля. Тем самым доказано, что существование неоднородного магнитного поля, имеющего всюду одно и то же направление, противоречит закону Ампера. У неоднородного поля направление вектора \mathbf{B} должно изменяться, как на рис. 29.6, б (докажите это самостоятельно). Такой вид имеют силовые линии между полюсами постоянного магнита вблизи его краев (см. рис. 29.1).

29.3. Магнитное поле соленоида и тора

Соленоидом называется длинная катушка с большим числом витков в обмотке. Соленоиды находят множество применений; мы увидим, что магнитное поле соленоида напоминает поле магнитного стержня. Индукция магнитного поля внутри соленоида может быть весьма большой, так как поле внутри соленоида возникает в результате суммирования полей, создаваемых каждым витком катушки. На рис. 29.7, а показана картина силовых линий для случая соленоида, намотанного с большим шагом (большим расстоянием между витками). В непосредственной близости к проводнику силовые линии представляют собой окружности, как и в случае прямолинейного проводника (на расстояниях, малых по сравнению с радиусом катушки). В промежутках между соседними витками поля взаимно компенсируются. В центре соленоида магнитные поля складываются и возникает почти однородное поле. У длинного соленоида с плотной катушкой поле внутри практически однородно и вектор \mathbf{B} направлен вдоль оси соленоида по всему сечению, как на рис. 29.7, б. Индукция магнитного поля снаружи соленоида очень мала по сравнению с индукцией поля внутри (за исключением области вблизи концов соленоида): это ясно хотя бы из того, что те же самые силовые линии, тесно сжатые

Рис. 29.7. Магнитное поле соленоида: *a* – с большим шагом катушки; *б* – с плотной катушкой.



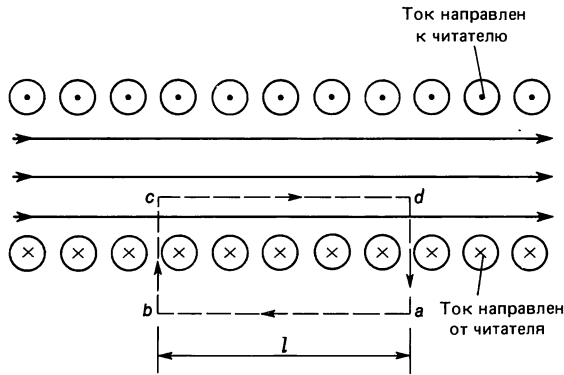
внутри соленоида, распределены снаружи по обширному пространству.

Применим закон Ампера для расчета индукции магнитного поля длинного (в идеале – бесконечно длинного) соленоида с плотной катушкой. В качестве контура интегрирования возьмем контур *abcd*, проведенный вдали от концов соленоида (рис. 29.8). Выделим вклады в интеграл от каждой из сторон прямоугольника *ab*, *bc*, *cd*, *da*:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_b^c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} + \int_d^a \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}.$$

Индукция магнитного поля вне соленоида настолько мала, что ее вкладом можно пренебречь: поэтому первый член равен нулю. Далее направление вектора \mathbf{B} перпендикулярно отрезкам *bc* и *da* внутри соленоида, а снаружи и между витками индукция почти равна нулю. Соответственно члены тоже пренебрежимо малы. Таким образом, в интеграле по замкнутому контуру остается толь-

Рис. 29.8. Магнитное поле внутри длинного соленоида однозначно. Штриховыми линиями показан контур, выбранный для применения закона Ампера.



ко вклад

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_c^d \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = Bl,$$

где B — индукция магнитного поля внутри соленоида, а l — длина отрезка cd . Определим теперь силу тока, охваченного контуром. Если в обмотке соленоида течет ток I , то внутри контура интегрирования $abcd$ заключен ток NI , где N — число витков внутри контура. Согласно закону Ампера,

$$Bl = \mu_0 NI$$

или

$$B = \mu_0 nI \quad [\text{внутри соленоида}], \quad (29.3)$$

где $n = N/l$ — число витков на единицу длины соленоида. Такую величину имеет индукция магнитного поля внутри соленоида. Заметим, что B зависит только от числа витков на единицу длины (плотности намотки соленоида) и силы тока I и не зависит от выбора точки внутри соленоида — поле однородно. Строго говоря, это верно только для бесконечно длинного соленоида, но и в реальных соленоидах для точек, не слишком близких к одному из концов, полученное выражение дает хорошее приближение.

Пример 29.4. По обмотке соленоида, содержащей 400 витков, течет ток 2,0 А. Длина соленоида 10 см. Определить индукцию магнитного поля внутри соленоида недалеко от его центра.

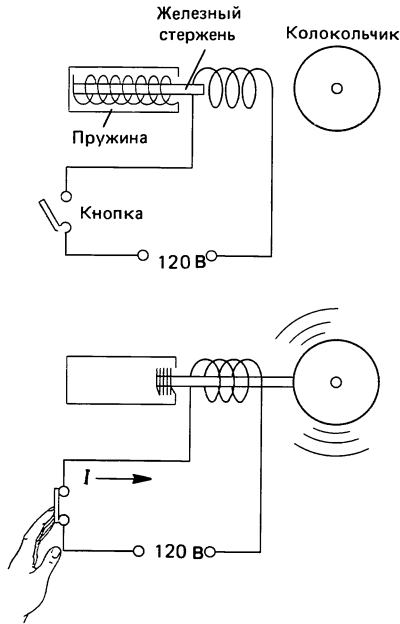
ноида равна $n = 400/10 \text{ см} = 4,0 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$. Тогда

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 nI = \\ &= (12,57 \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А}) (4,0 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}) \times \\ &\times (2,0 \text{ А}) = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}. \end{aligned}$$

Решение. Плотность намотки соле-

Обратите внимание на то, что поле снаружи соленоида (рис. 29.7) очень напоминает поле магнитного стержня (рис. 28.4). И действительно, соленоид ведет себя подобно магниту: один его конец является северным полюсом, другой — южным; положение полюсов зависит от направ-

Рис. 29.9. Использование соленоида в дверном звонке.



ления тока в обмотке. Магнитные силовые линии выходят из северного полюса магнита; на рис. 29.7 северные полюса соленоидов находятся справа.

В технике широко используют соленоид, в который частично вводят железный сердечник. Часто эту систему и называют соленоидом. Простейшим примером его применения служит дверной звонок (электрический звонок; рис. 29.9). При нажатии кнопки цепь замыкается, катушка становится магнитом и, как любой магнит, притягивает железный сердечник. Сердечник втягивается в катушку и ударяет по колокольчику. Более мощный соленоид используется в автомобильном стартере: поворачивая ключ зажигания, вы включаете не только стартер, но и соленоид, который вводит стартер в зацепление с маховиком. Соленоиды используются и во многих других устройствах, например в магнитофонах. Они удобны тем, что позволяют быстро и точно перемещать рычаги, переключатели и т. п.

Пример 29.5. *Тор.* Пользуясь законом Ампера, определите магнитную индукцию а) внутри и б) снаружи тора, который представляет собой соленоид, свернутый в кольцо (рис. 29.10, а).

Решение. а) Силовые линии магнитного поля представляют собой окружности, проходящие внутри тора. (Можно представить себе, что, превращая соленоид в тор, мы сгибаем и силовые линии

поля.) В качестве контура интегрирования возьмем одну из силовых линий радиусом r внутри тора (штриховая линия, обозначенная «траектория 1» на рис. 29.10, а). Наш выбор обусловлен симметрией задачи: величина индукции B должна быть постоянной вдоль выбранного контура (хотя и не обязательно постоянна по сечению тора); согласно закону Ампера:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I,$$

получаем

$$B(2\pi r) = \mu_0 NI,$$

где N – общее число витков, а I – сила тока в витке (сила тока в обмотке). Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}.$$

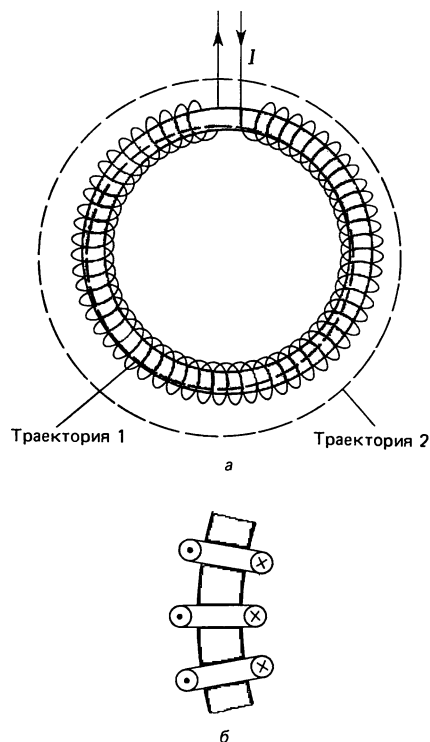


Рис. 29.10. а – тор; б – участок тора, на котором показаны направления тока в трех витках: слева – к читателю; справа – от читателя.

Магнитное поле внутри тороида неоднородно: индукция магнитного поля B максимальна на внутреннем радиусе, где величина r минимальна, и минимальна на внешнем радиусе тора. Если, однако, взять тор большого радиуса и тонкий, так что различие между внутренним и внешним радиусами мало по сравнению с самим радиусом, то поле тора будет достаточно однородным. В этом случае формула для магнитной индукции B внутри тора совпадает с формулой для соленоида $B = \mu_0 nI$, где $n = N/2\pi r$ – число витков на единицу длины.

б) Для вычисления магнитной индукции снаружи тороида выберем контур интегрирования в виде окружности, концентричной с тором («траектория 2» на рис. 29.10, а). Этот контур охватывает N токов I , идущих в одном направлении, и N токов I , идущих в противоположном направлении (на рис. 29.10, б хорошо видны направления токов в витке с внешней и внутренней сторон тора). Таким образом, суммарная сила тока внутри траектории 2 равна нулю. При идеально плотной намотке тора все точки траектории 2 находятся от тора на одном расстоянии и эквивалентны, поэтому индукция B должна быть одинакова во всех точках контура. Следовательно, по закону Ампера

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I,$$

$$B \cdot 2\pi r = 0$$

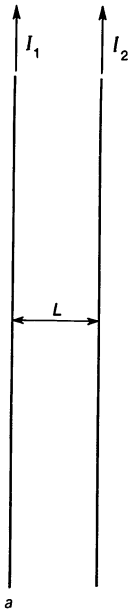
и

$$B = 0.$$

Итак, снаружи тора с идеально плотной намоткой поле отсутствует: все поле сосредоточено внутри тора.

29.4. Сила, действующая между двумя параллельными проводниками. Определение единиц силы тока и заряда

Вас, возможно, удивило, что постоянная μ_0 в точности равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл·м/А. Когда ампер определялся по старому, экспериментально измеренное значение μ_0 было очень близко к нынешнему; теперь же магнитную постоянную *по определению* считают в точности равной $4\pi \times$



$\times 10^{-7}$ Тл·м/А. Разумеется, этого нельзя было бы сделать, если бы ампер определялся независимо. Но дело в том, что единица силы тока ампер сейчас определяется через создаваемое им магнитное поле с использованием введенного значения μ_0 .

Познакомимся более подробно с определением единицы силы тока. Рассмотрим два длинных параллельных проводника на расстоянии L друг от друга (рис. 29.11, *a*). По проводникам текут токи I_1 и I_2 . Каждый из токов создает магнитное поле, действующее на другой ток; между проводниками, как первым отметил Ампер, действует сила. Индукция магнитного поля B_1 , создаваемого током I_1 , определяется формулой (29.1); там, где проходит второй проводник, индукция магнитного поля равна

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi L}.$$

На рис. 29.11, *б* показано поле, создаваемое *только* током I_1 (силовые линии поля обоих токов показаны на рис. 29.4). Согласно (28.2), сила F/l , действующая на единицу длины второго проводника, по которому течет ток I_2 , равна

$$\frac{F}{l} = I_2 B_1.$$

Заметим, что сила, действующая на I_2 , обусловлена только полем, создаваемым током I_1 . Ток I_2 также создает поле, но это поле не взаимодействует с создающим его током. Подставляя сюда выражение для B_1 , получаем

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi L}. \quad (29.4)$$

Воспользовавшись правилом правой руки (рис. 28.7, *б*), можно определить направление силовых линий вокруг первого проводника (рис. 29.11, *б*). Применяя теперь правило правой руки (рис. 28.8) или формулу (28.3), найдем, что сила, действующая на I_2 , направлена влево по чертежу на рис. 29.11, *б*. Таким образом, со стороны I_1 на I_2 действует сила притяжения, если направления токов совпадают. Если же ток I_2 течет в другую сторону, то, согласно правилу правой руки, сила будет действовать в противоположном направлении, т. е. со стороны I_1 на I_2 будет действовать сила отталкивания.

С помощью аналогичных рассуждений можно показать, что магнитное поле тока I_2 создает равную по величине и противоположную по направлению силу, действующую на I_1 . Этого, естественно, и следовало ожидать согласно третьему закону Ньютона.

Формула (29.4) лежит в основе определения единицы силы тока. Если $I_1 = I_2 = 1$ А, а проводники находятся на

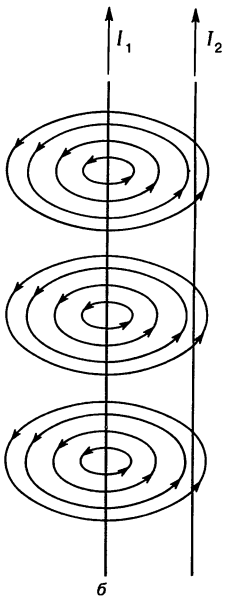


Рис. 29.11. *a*—по двум параллельным проводникам текут токи I_1 и I_2 ; *б*—магнитные силовые линии тока I_1 .

расстоянии точно 1 м друг от друга, то

$$\frac{F}{l} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А})(1 \text{ А})(1 \text{ А})}{(2\pi)(1 \text{ м})} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м.}$$

Итак, один ампер равен силе постоянного тока, который, протекая по двум длинным прямолинейным параллельным проводникам, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, создает на участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Это – точное определение единицы силы электрического тока. Единица заряда кулон определяется точно как одна ампер-секунда: $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$. Значение же k или ϵ_0 в законе Кулона (разд. 22.5) находится экспериментально.

Может показаться, что это довольно сложный способ определения физических величин. Но за этим стоит стремление дать единицам *операционное определение*, т. е. такое определение, при котором единица может быть воспроизведена посредством определенной последовательности операций. Например, единицу заряда кулон можно было бы определить через силу взаимодействия двух равных зарядов, предварительно постулировав значение ϵ_0 или k в формулах (22.1) или (22.2). Однако экспериментально измерить силу взаимодействия двух зарядов крайне сложно. Во-первых, трудно получить точно отмеренное количество заряда; кроме того, заряд имеет тенденцию стекать с заряженных объектов в воздух. Напротив, ток в проводнике можно регулировать очень плавно и точно, введя в цепь переменное сопротивление. Поэтому силу, действующую между двумя проводниками с током, гораздо легче измерить с высокой точностью. Вот почему первичной единицей стал ампер, а кулон определяют через силу тока. В Национальном бюро стандартов США в эталоне силы электрического тока (так называемые ампер-весы или токовые весы) точно измеряется взаимодействие не прямолинейных проводников, а круглых катушек – это и удобнее, и точнее.

Напряженности электрического поля и индукции магнитного поля также даны операционные определения: напряженность электрического поля определяется по формуле (22.3) через силу, действующую на заряд, а индукция магнитного поля – в соответствии с формулой (28.2) через силу, действующую на единицу длины проводника с током.

Пример 29.6. В электрическом шнуре длиной 2,0 м два проводника находятся на расстоянии 3,0 мм друг от друга и по ним течет ток силой 8,0 А. Определите силу, действующую между проводниками.

Решение. По формуле (29.4)

$$F = \frac{(2,0 \cdot 10^{-7} \text{ Тл} \cdot \text{м/А})(8,0 \text{ А})(8,0 \text{ А})(2,0 \text{ м})}{(3,0 \cdot 10^{-3} \text{ м})} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$

Так как токи направлены противоположно, возникающая между ними сила стремится раздвинуть провода.

29.5. Закон Био–Савара

Использование закона Ампера для определения индукции магнитного поля \mathbf{B} , отвечающего заданному распределению электрических токов, ограничено случаями, когда степень симметрии задачи достаточно высока и интеграл $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ легко вычисляется. Сложность применения, разумеется, не дискредитирует закон Ампера и не умаляет его фундаментального значения. Ситуация здесь схожа с электростатикой, где теорема Гаусса (хотя и относится к фундаментальным законам) оказывается ограниченно применимой из-за того, что часто приводит к слишком сложным вычислениям напряженности электрического поля \mathbf{E} ; поэтому приходится прибегать к суммированию вкладов бесконечно малых элементов заряда dq путем использования закона Кулона: $dE = (1/4\pi\epsilon_0)(dq/r^2)$. Для случаев, когда система токов не обладает высокой степенью симметрии, было бы полезно иметь и в теории магнетизма эквивалент такого дифференциального представления, аналогичного закону Кулона. Такой закон вскоре после открытия Эрстедом в 1820 г. магнитного действия тока сформулировали Жан-Батист Био (1774–1862) и Феликс Савар (1791–1841).

Согласно Био и Савару, ток I , текущий по произвольному пути, можно разбить на бесконечно малые элементы тока (рис. 29.12). Если $d\mathbf{l}$ –бесконечно малый векторный элемент проводника, по которому течет ток, то индукция магнитного поля $d\mathbf{B}$, обусловленная этим элементом тока в произвольной точке P пространства, дается выражением

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \quad (29.5)$$

где \mathbf{r} –радиус-вектор, проведенный от элемента $d\mathbf{l}$ в точку P , а $\hat{\mathbf{r}}$ –единичный вектор в направлении \mathbf{r} ($\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$) (рис. 29.12). Величина $d\mathbf{B}$ равна

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \theta}{4\pi r^2}, \quad (29.6)$$

где θ –угол между $d\mathbf{l}$ и \mathbf{r} (рис. 29.12). Полная индукция магнитного поля в точке P может быть найдена сумми-

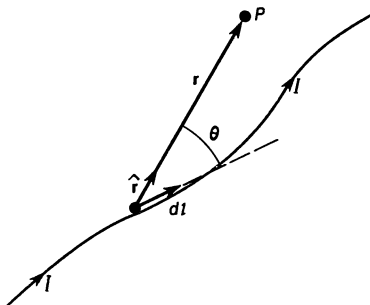


Рис. 29.12. Закон Био–Савара: в точке P элемент тока $I dl$ создает магнитное поле с индукцией

$$d\mathbf{B} = (\mu_0 I / 4\pi) (d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}} / r^2).$$

рованием (интегрированием) по всем элементам тока:

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B}.$$

Закон Био–Савара (29.5) является магнитным аналогом закона Кулона в дифференциальной форме; он даже, подобно закону Кулона, содержит обратно пропорциональную зависимость от квадрата расстояния.

Важное отличие закона Био–Савара от закона Ампера состоит в следующем: вектор индукции магнитного поля в подынтегральном выражении $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ в законе Ампера не обязательно обусловлен только тем током I , который охватывает контур интегрирования. В законе же Био–Савара индукция магнитного поля $d\mathbf{B}$ в формуле (29.5) целиком обусловлена элементом тока $I dl$. Чтобы найти полную индукцию магнитного поля \mathbf{B} в данной точке, необходимо учитывать все токи.

Закон Био–Савара (как и закон Кулона) не относят к фундаментальным законам, таким как закон Ампера и теорема Гаусса. Но он очень удобен для определения индукции магнитного поля, создаваемого заданными токами. Предсказания закона Био–Савара относительно \mathbf{B} неизменно подтверждались экспериментально, и его справедливость не вызывает сомнений.

Пример 29.7. Покажите, что закон Био–Савара дает для индукции магнитного поля длинного прямолинейного проводника, по которому течет ток I , тот же результат, что и формула (29.1): $B = \mu_0 I / 2\pi r$.

Решение. Рассчитаем индукцию магнитного поля в точке P на рис. 29.13, находящейся на расстоянии x по перпендикуляру от бесконечно длинного проводника. Ток течет вверх, поэтому вектор индукции поля $d\mathbf{B}$, создаваемого любым

элементом тока, направлен в плоскость чертежа [см. формулу (29.5)]. Таким образом, векторы индукции $d\mathbf{B}$ всех элементов тока имеют в точке P одно и то же направление, совпадающее с ранее полученным результатом (см., например, рис. 28.7). Величина вектора индукции \mathbf{B} равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy \sin \theta}{r^2},$$

где $dy = dl$ и $r^2 = x^2 + y^2$. Обратите внимание на то, что интегрирование ведется по y (по длине провода), а величина x считается постоянной. В подынтегральном выражении имеются две переменные, y и θ , но они не независимы: $y = -x/\operatorname{tg} \theta$, откуда

$$dy = -x \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta = -x d\theta / \sin^2 \theta = -x d\theta / (x/r)^2 = r^2 d\theta / x.$$

Интеграл принимает вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin \theta d\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi x} \cos \theta \Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}.$$

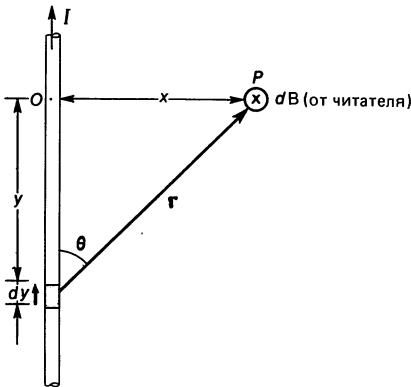


Рис. 29.13. К примеру 29.7.

Мы пришли к формуле (29.1) для магнитного поля длинного проводника, где расстояние обозначено через x .

Пример 29.8. Определить индукцию \mathbf{B} в точках на оси круглого витка радиусом R , по которому течет ток I (рис. 29.14).

Решение. Вектор индукции магнитного поля $d\mathbf{B}$ в точке P , создаваемого элементом тока $I dl$ в верхней части витка, имеет показанное на чертеже направление и величину

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2},$$

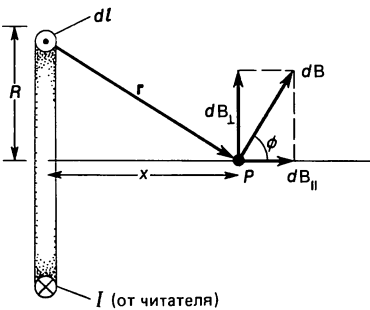


Рис. 29.14. К примеру 29.8.

так как $\theta = 90^\circ$. Вектор $d\mathbf{B}$ можно разложить на компоненты dB_{\parallel} и dB_{\perp} , соответственно параллельную и перпендикулярную оси витка. При суммировании по всем элементам тока перпендикулярные компоненты взаимно сократятся. Поэтому вектор полной индукции магнитного поля \mathbf{B} будет направлен вдоль оси, а величина его равна

$$B = \int dB \cos \phi = \int dB \frac{R}{r} = \int dB \frac{R}{(R^2 + x^2)^{1/2}},$$

где x – расстояние от точки P до центра витка и $r^2 = R^2 + x^2$. Подставим сюда dB из предыдущего равенства и проинтегрируем вдоль витка:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int dl = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

поскольку $\int dl = 2\pi R$ – длина окружности витка.

В разд. 28.10 уже говорилось, что виток с током, подобный только что рассмотренному (рис. 29.14), представляет собой *магнитный диполь* с дипольным моментом $\mu = NIA$,

где A – площадь витка, а N – число витков провода, в каждом из которых течет ток I . Магнитный диполь, помещенный во внешнее магнитное поле, подобно электрическому диполю в электрическом поле, обладает потенциальной энергией, и на него действует вращающий момент (см. гл. 28). В примере 29.8 мы познакомились еще с одним свойством магнитного диполя: *создаваемое* диполем магнитное поле имеет на оси диполя индукцию

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Это равенство можно записать через магнитный дипольный момент $\mu = IA = I\pi R^2$ (для одного витка $N = 1$):

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad [\text{магнитный диполь}]. \quad (29.7a)$$

(Будьте внимательны: дипольный момент μ не следует путать с магнитной постоянной μ_0 .) На больших рас-

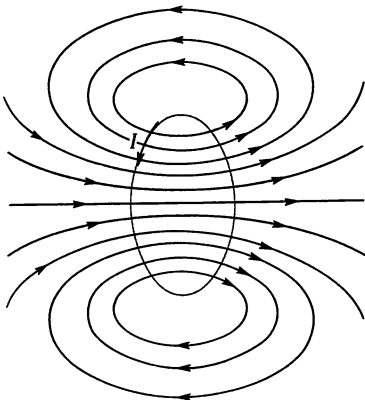


Рис. 29.15. Магнитное поле кольцевого витка с током.

стояниях от витка $x \gg R$ выражение (29.7а) упрощается до

$$B \approx \frac{\mu_0 \mu}{2\pi x^3} \quad [\text{магнитный диполь, } x \gg R]. \quad (29.7б)$$

Индукция магнитного поля на оси магнитного диполя убывает как $1/x^3$, подобно напряженности поля электрического диполя. При $x \gg R$ зависимость $\sim 1/x^3$ справедлива и для точек, не лежащих на оси, но с другим коэффициентом. С помощью закона Био–Савара индукцию магнитного поля витка с током можно определить в любой точке, и результат хорошо согласуется с экспериментом. Картина силовых линий индукции магнитного поля витка с током показана на рис. 29.15.

29.6. Ферромагнетизм

Как уже говорилось в разд. 28.1, железо и некоторые другие материалы, проявляющие сильные магнитные свойства, называют *ферромагнитными веществами* (*ферромагнетиками*). Познакомимся более обстоятельно с природой ферромагнетизма.

Магнитный стержень с двумя разноименными полюсами напоминает электрический диполь, образованный зарядами противоположного знака. Магнитный стержень иногда называют магнитным диполем: у него два полюса, находящихся на определенном расстоянии друг от друга, а магнитные силовые линии такого магнита имеют такой же вид, как и силовые линии электрического диполя: сравните рис. 22.21, а и 28.3, б. Однако важное различие состоит в следующем: положительный и отрицательный электрические заряды можно легко разделить. А вот получить изолированный магнитный полюс оказывается гораздо труднее. Если магнитный стержень разрезать пополам, то вместо двух изолированных полюсов – северного и южного – мы получим два новых магнита (рис. 29.16). Повторяя эту операцию, мы всякий раз будем получать магниты, у каждого из которых есть северный и южный полюса. Физики испробовали много способов получить изолированный магнитный полюс – магнитный монополюс, и исследования в этой области активно ведутся в наши дни, так как некоторые теории предсказывают, что магнитный монополюс должен существовать. Однако убе-

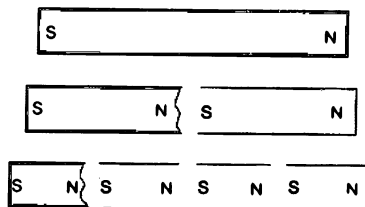


Рис. 29.16. Если разрезать магнит пополам, то получатся не северный и южный полюс по отдельности, а два магнита, каждый со своими северным и южным полюсами.

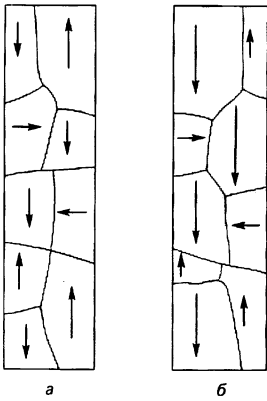


Рис. 29.17. *а* – домены в немагнитном железе ориентированы случайным образом; *б* – в магните домены имеют одну преобладающую ориентацию (конец стрелки соответствует северному полюсу домена, а длина стрелки пропорциональна величине магнитного момента данного домена).

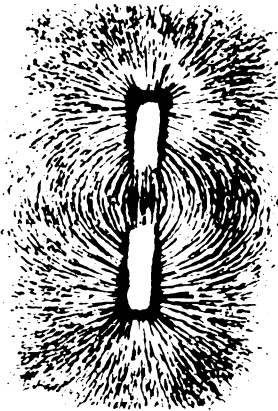


Рис. 29.18. Железные опилки позволяют видеть картину силовых линий магнита.

дительных экспериментальных доказательств существования магнитного монополя пока нет.

Более детальные исследования структуры показывают, что магнит состоит из крошечных областей, называемых *доменами*, размером порядка 0,1–0,01 мм. Каждый домен – это маленький магнит, имеющий северный и южный полюса. В немагнитном куске железа домены имеют беспорядочную ориентацию (рис. 29.17, *а*). Магнитные моменты доменов взаимно компенсируются, и такой кусок железа не обнаруживает магнитных свойств. В магните домены имеют преобладающую ориентацию, как показано на рис. 29.17, *б* (в данном случае вниз). Кусок железа можно намагнитить, поместив его в сильное магнитное поле (например, можно намагнитить иголку, проведя по ней одним из полюсов сильного магнита). Тщательные исследования показали, что домены способны слегка поворачиваться, ориентируясь по внешнему магнитному полю; чаще же изменяются границы доменов, и домены, ориентация которых соответствовала внешнему магнитному полю, увеличивают свой размер за счет доменов с другой ориентацией. (Это можно заметить, сравнив рис. 29.17, *а* и *б*.) Нетрудно понять теперь, почему магнит способен притягивать немагнитные железные предметы – скрепки, закладки и т.п. В поле магнита домены немагнитного предмета перестраиваются, и предмет сам на время становится магнитом, северный полюс которого обращен к южному полюсу поднесенного к нему постоянного магнита, и наоборот. Аналогично продолговатые железные опилки в магнитном поле располагаются подобно стрелкам компаса и позволяют увидеть картину силовых линий (рис. 29.18).

Магнит из железа может долгое время сохранять намагниченность, и поэтому его называют «постоянным магнитом». Если, однако, магнит уронить на пол или ударить по нему молотком, домены вернуться в неупорядоченное состояние и магнит может полностью или частично утратить свой магнетизм. Утрату магнетизма может также вызвать и нагрев: при повышении температуры усиливается беспорядочное тепловое движение атомов и ориентация доменов становится случайной. Выше определенной температуры, называемой *температурой Кюри* (*точкой Кюри*), магнит вообще изготовить нельзя (для железа точка Кюри равна 1043 К)¹⁾.

Магнитный стержень считается эквивалентным магнитному диполю не только из-за того, что его поле сходно с полем электрического диполя, но и потому, что его поле весьма напоминает поле витка с током, который

¹⁾ Железо, никель, кобальт, гадолиний и некоторые сплавы ферромагнитны при комнатной температуре; ряд других элементов и сплавов имеют низкие точки Кюри и становятся ферромагнетиками лишь при низких температурах.

мы также назвали магнитным диполем (см. разд. 28.10 и конец разд. 29.5). Итак, магнитный стержень, виток с током и короткий соленоид (разд. 29.3) – все можно рассматривать как магнитные диполи. На больших расстояниях индукция магнитного поля, создаваемая любым из таких диполей, убывает как $1/r^3$.

Поразительное сходство конфигураций полей магнитного стержня (рис. 28.3, б) и витка с током (рис. 29.15) наводит на мысль, что магнитное поле тока может иметь отношение к ферромагнетизму – такую гипотезу впервые высказал в XIX в. Ампер. Согласно современным представлениям, атомы, из которых состоит любое вещество, можно упрощенно представлять состоящими из центрального ядра, вокруг которого по орбитам движутся электроны. Так как электроны заряжены, то, двигаясь по орбите, они представляют собой электрический ток, который создает магнитное поле. В отсутствие внешнего поля электронные орбиты различных атомов разупорядочены и магнитные поля, обусловленные движением отдельных электронов, взаимно компенсируют друг друга. Однако электроны обладают еще собственным магнитным полем: у них имеется собственный, или спиновый, «магнитный момент»¹⁾. Считают, что ферромагнетизм обусловлен магнитным полем, создаваемым спиновым магнитным моментом электронов. В большинстве веществ магнитные поля, создаваемые спиновым магнитным моментом, взаимно компенсируются в силу их беспорядочной ориентации. Однако в железе и в других ферромагнетиках в результате сложного механизма коллективного взаимодействия (так называемого механизма обменного взаимодействия) спиновые магнитные моменты электронов в домене приобретают одинаковую ориентацию. Слабые магнитные поля отдельных электронов складываются в магнитное поле домена. А когда домены упорядочиваются, возникает сильный магнит.

В настоящее время можно предположить, что *все* магнитные поля создаются электрическим током. Это объясняет, почему оказалось так трудно найти отдельный магнитный полюс. У нас нет способа «расщепить» ток, с тем чтобы получить изолированный магнитный полюс. Разумеется, если поиски магнитного монополя увенчаются успехом, то придется пересмотреть существующие

¹⁾ Термин «спин» возник в то время, когда считалось, что собственный магнитный момент электрона обусловлен его вращением вокруг собственной оси, аналогичным движению по орбите вокруг ядра, что порождает дополнительное магнитное поле. Сегодня представление о вращающемся электроны устарело (гл. 41).

представления о том, что все магнитные поля¹⁾ создаются только электрическим током.

29.7. Гистерезис

Индукция магнитного поля внутри длинного соленоида или тора прямо пропорциональна силе тока в катушке [формула (29.3)]. Если в катушку поместить сердечник из железа или другого ферромагнитного материала, то индукция магнитного поля может возрасти в сотни и даже тысячи раз. Это произойдет из-за того, что под действием внешнего магнитного поля домены в ферромагнетике выстроятся, и результирующая индукция магнитного поля будет суммой индукции, обусловленной током в катушке, и индукции магнитного поля железного сердечника. Полную магнитную индукцию удобно записать в виде суммы двух членов:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_M, \quad (29.8)$$

где \mathbf{V}_0 – индукция, обусловленная только током в катушке («внешнее поле»): она совпадает со значением индукции в отсутствие ферромагнитного материала. Вектор \mathbf{V}_M описывает дополнительное поле, создаваемое ферромагнитными материалами; часто $\mathbf{V}_M \gg \mathbf{V}_0$. Количественное изучение связи векторов \mathbf{V}_0 , \mathbf{V}_M и \mathbf{V} обычно проводится на тороидальной катушке с железным сердечником (рис. 29.19), так как в этом случае силовые линии индукции \mathbf{V} проходят, по существу, целиком внутри тороидального сердечника без воздушных зазоров, осложняющих анализ (как, скажем, в случае соленоида). Для удобства будем считать, что радиус тора велик, а тор тонкий, так что индукция внутри него в отсутствие сердечника равна $V = \mu_0 nI$,

как было показано в примере 29.5, где I – сила тока в катушке, а n – плотность намотки (число витков на единицу длины). При наличии сердечника отношение полной индукции магнитного поля к индукции внешнего маг-

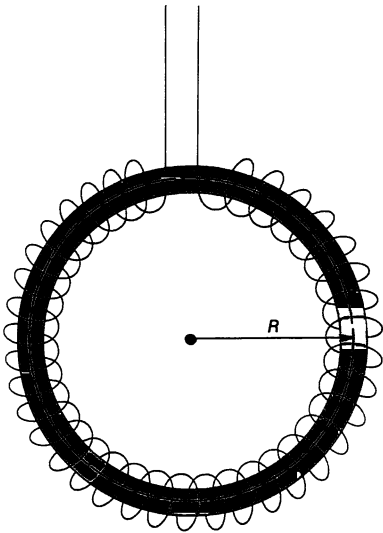


Рис. 29.19. Тор с ферромагнитным сердечником.

¹⁾ Один из методов обнаружения магнитных монополей весьма оригинален. В нем используется контур из сверхпроводника, охватывающий площадь 10^2 – 10^3 см². Если монополь пересекает эту площадку, в контуре возникает индуцированный ток, величина которого не зависит от скорости монополя, ни от его траектории. Детектор не чувствителен к обычным электрическим зарядам и магнитным диполям. В одном из опытов за 8000 ч был зарегистрирован случай резкого изменения тока, приписанный прохождению через детектор магнитного монополя. – *Прим. перев.*

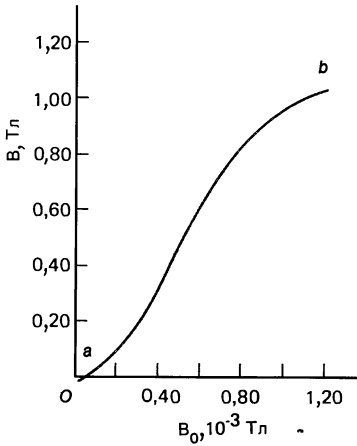


Рис. 29.20. Зависимость магнитной индукции B внутри тора от магнитной индукции внешнего поля B_0 .

нитного поля B_0 равно

$$K_m = \frac{B}{B_0}, \tag{29.9}$$

где K_m называется *относительной магнитной проницаемостью* вещества. Вводят также величину *магнитной проницаемости*

$$\mu = K_m \mu_0 \tag{29.10}$$

(не следует путать с магнитным дипольным моментом). Полная индукция магнитного поля внутри тора может быть представлена тогда в виде

$$B = \mu_0 K_m nI = \mu nI \quad \text{[тонкий тор большого радиуса].} \tag{29.11}$$

Для неферромагнитных материалов величины μ и K_m постоянны, если индукция поля B_0 не слишком велика, и μ мало отличается от μ_0 , а значение K_m близко к единице (разд. 29.8). Для ферромагнитных материалов $K_m \gg 1$, и μ может быть много больше, чем μ_0 . Кроме того, μ и K_m уже не будут постоянными: их значения зависят от индукции внешнего магнитного поля B_0 , как показывает следующий опыт.

Пусть железный сердечник тороидальной катушки вначале ненамагничен, и ток в катушке отсутствует. Начнем постепенно увеличивать силу тока I . Индукция внешнего поля B_0 будет нарастать пропорционально силе тока I . Полная индукция B также возрастает, но не линейно, а в соответствии с кривой, показанной на рис. 29.20. (Обратите внимание на то, что масштабы по осям различаются в 1000 раз: $B \gg B_0$.) Вначале (точка a) домены неупорядочены. По мере возрастания B_0 домены упорядочи-

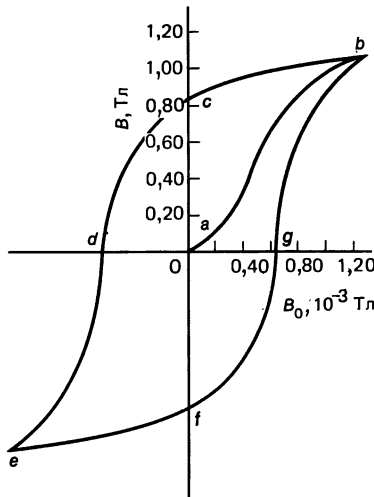


Рис. 29.21. Петля гистерезиса.

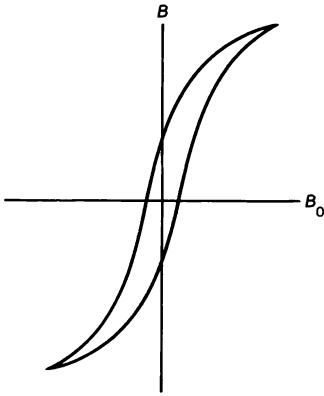


Рис. 29.22. Петля гистерезиса для магнитно-мягкого железа.

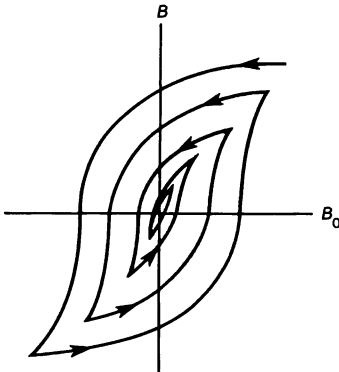


Рис. 29.23. Изменение петель гистерезиса при размагничивании образца.

ваются все больше и больше, и в точке b практически все домены выстроены по полю. Сердечник, как говорят, достигает *насыщения*. Точка b на графике соответствует примерно 70% полного насыщения; затем индукция продолжает расти, но крайне медленно — чтобы добиться 98%-ного насыщения, нужно увеличить индукцию внешнего поля еще примерно в 1000 раз по сравнению с B_0 в точке b ; последние домены выстраиваются с большим трудом. Будем теперь уменьшать B_0 , уменьшая силу тока в обмотке. Когда ток уменьшится до нуля (точка c на рис. 29.21), домены не полностью разупорядочены, и сердечник сохранит *постоянный магнетизм*. Если изменить направление тока в обмотке, то к точке d достаточное количество доменов будет переориентировано, так что $B = 0$. При дальнейшем увеличении тока сердечник в конце концов достигнет насыщения в противоположном направлении (точка e). Если теперь вновь уменьшить ток до нуля, а затем увеличить в противоположном направлении, то полная индукция будет меняться в соответствии с кривой $efgb$, пока не достигнет насыщения в точке b .

Обратите внимание на то, что в этом цикле кривые индукции не проходят через начало координат (точка a). Это явление, состоящее в зависимости пути от направления, называется *гистерезисом*, а кривая $bcdefgb$ — *петлей гистерезиса*. В подобном цикле большое количество энергии переходит в тепло (из-за трения при переориентации доменов); можно показать, что потери энергии пропорциональны площади петли гистерезиса¹⁾.

В точках c и f железный сердечник намагничен, хотя ток через обмотку отсутствует; эти точки соответствуют постоянному магниту. От постоянного магнита требуется, чтобы величина ac (или af) была как можно больше; такие материалы, как говорят, обладают большой остаточной намагненностью и называются «магнитно-жесткими»²⁾. С другой стороны, у «магнитно-мягких» материалов петля гистерезиса имеет вид, показанный на рис. 29.22; из таких материалов изготавливают *электромагниты* (которые представляют собой соленоид с железным сердечником или тор с воздушным зазором и предназначены для получения очень сильных магнитных полей), поскольку в этом случае легче получить нулевую

¹⁾ Аналогичная петля гистерезиса получается и в случае соленоида с железным сердечником, только масштабы по осям B и B_0 различались бы не в 1000 раз, как для тора, а в 10–100 раз.

²⁾ Внешнее поле, при котором остаточная намагненность обращается в нуль (отрезки ad или ag), называется *коэрцитивной силой*. Чем больше коэрцитивная сила, тем большее обратное поле требуется для размагничивания, тем труднее размагнитить магнит. — Прим. перев.

индукцию и меньше потери энергии на перемагничивание. «Мягкость» или «жесткость» железа зависит от компонент сплава, его термической обработки и других факторов.

Может возникнуть вопрос, как размагнитить предмет, т. е. сделать его ненамагниченным. Для этого надо, периодически изменяя направление намагничивающего тока, постепенно уменьшать его силу. Такой процесс описывается кривой, показанной на рис. 29.23. Если ваши часы намагнитились, их можно размагнитить, поместив внутрь катушки с переменным током, а затем медленно выводя часы из катушки.

*29.8. Парамагнетизм и диамагнетизм

Все вещества обладают определенными магнитными свойствами. Неферромагнитные материалы делятся на два основных класса: *парамагнетики*, у которых относительная магнитная проницаемость K_m [см. (29.9)] чуть больше единицы, и *диамагнетики*, у которых $K_m \lesssim 1$.

Различие между диамагнетиками и парамагнетиками можно объяснить на молекулярном уровне наличием или отсутствием у молекул вещества постоянного магнитного дипольного момента. Парамагнитными оказываются вещества, молекулы (или ионы) которых обладают постоянным магнитным дипольным моментом¹⁾. В отсутствие внешнего поля молекулы ориентированы произвольно, и магнитные эффекты отсутствуют. Если же вещество помещено во внешнее магнитное поле (например, в соленоид), это поле создает вращающий момент, который действует на магнитные диполи (разд. 28.10), и ориентирует их по полю; полная индукция магнитного поля (т. е. сумма индукции внешнего поля и поля упорядоченных магнитных диполей) несколько превысит B_0 . Однако тепловое движение молекул нарушает упорядоченность. Удобной характеристикой служит вектор *намагниченности* M , определяемый как магнитный дипольный момент единицы объема вещества:

$$M = \mu/V,$$

где μ – магнитный дипольный момент образца, а V – его объем. Экспериментально обнаружено, что намагниченность M прямо пропорциональна индукции внешнего магнитного поля (индукции поля, упорядочивающего диполи) и обратно пропорциональна абсолютной температуре T (характеризующей тепловое движение, кото-

¹⁾ Существуют и другие типы парамагнетиков, иной природы, такие как металлы, у которых значителен вклад свободных электронов.

рое делает ориентацию диполей случайной). Эта зависимость называется *законом Кюри* по имени Пьера Кюри (1859–1906), который первым описал ее:

$$M = C \frac{B}{T},$$

где C – постоянная Кюри. Закон Кюри перестает выполняться при очень больших значениях B/T (т.е. при очень больших B или очень малых T); с увеличением B (или уменьшением T) намагниченность M приближается к некоторому постоянному значению $M_{\text{макс}}$. Этого и следовало бы ожидать, так как $M_{\text{макс}}$ соответствует полному упорядочению всех постоянных магнитных диполей в веществе. Впрочем, даже в чрезвычайно сильных полях ($B_0 \approx 2,0$ Тл) отклонения от закона Кюри наблюдаются обычно лишь при очень низких температурах – порядка нескольких кельвин.

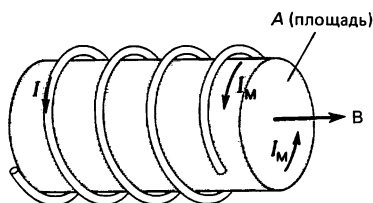
Как упоминалось в разд. 29.6, ферромагнитные вещества теряют ферромагнитные свойства выше некоторой температуры, называемой точкой Кюри (для железа 1043 К); выше точки Кюри они обычно становятся парамагнетиками.

Диамагнитные материалы (с $K_m \lesssim 1$) построены из молекул, не обладающих постоянным магнитным дипольным моментом. Под действием внешнего магнитного поля в этих веществах возникают магнитные диполи, однако наведенный магнитный дипольный момент оказывается направленным противоположно внешнему полю. Поэтому поле в веществе оказывается несколько слабее внешнего поля. (В грубой модели строения вещества, в которой электроны вращаются по орбитам вокруг ядер, наложение внешнего поля приводит к увеличению орбитальной скорости электронов, вращающихся в одном направлении, и уменьшению скорости электронов, вращающихся в противоположном направлении; в результате возникает дипольный магнитный момент, противоположный по направлению внешнему полю.) Диамагнетизм присущ всем веществам, но у парамагнетиков и ферромагнетиков он маскируется гораздо более сильными парамагнитными и ферромагнитными эффектами.

*29.9. Вектор намагниченности \mathbf{M} и обобщение закона Ампера

Вектор намагниченности \mathbf{M} , определенный в разд. 29.8 как *магнитный дипольный момент единицы объема вещества*, удобен для характеристики магнитных свойств любых материалов (диа-, пара- и ферромагнетиков). В присутствии магнитных материалов магнитное поле можно характеризовать вектором \mathbf{M} точно так же, как напряженность электрического поля характеризовалась вектором поляризации \mathbf{P} (разд. 25.7).

Рис. 29.24. Ток намагниченности I_M в магнетике, помещенном внутрь катушки (участок тора), по которой течет ток I .



Рассмотрим тор, как в разд. 29.7, с сердечником из какого-либо вещества (не обязательно ферромагнетика). Полная индукция магнитного поля \mathbf{B} дается выражением (29.8):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_M,$$

где \mathbf{B}_0 — индукция магнитного поля, обусловленного током в обмотке, а \mathbf{B}_M — индукция поля, обусловленного наличием магнитного вещества (величина B_M обычно мала по сравнению с B_0 для диа- и парамагнетиков и значительно превышает B_0 для ферромагнетиков). Мы знаем, что

$$B_0 = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I,$$

где N — полное число витков обмотки длиной l . Можно считать, что индукция магнитного поля \mathbf{B}_M , создаваемого веществом, обусловлена токами, которые текут внутри атомов вещества. Результирующий эффект, создаваемый всеми этими атомными токами, эквивалентен действию тока I_M («тока намагничивания»), текущему по внешней поверхности вещества (рис. 29.24), по аналогии с индуцированными электрическими зарядами на поверхности диэлектрика в электрическом поле (рис. 25.7). В действительности, конечно, «ток намагничивания» I_M фиктивный; его нельзя измерить. И, чтобы отличить его от истинного тока проводимости, мы будем называть последний «реальным током». Аналогично выражению для B_0 можно написать

$$B_M = \mu_0 \frac{N_M I_M}{l},$$

где N_M/l — эффективное число витков на единицу длины (или $N_M I_M/l$ — эффективная сила тока намагничивания на единицу длины). С другой стороны, магнитный дипольный момент равен $N_M I_M A$ [уравнение (28.11)], где A — площадь сечения сердечника (рис. 29.24). Следовательно, магнитный дипольный момент единицы объема равен

$$M = \frac{N_M I_M A}{V} = \frac{N_M I_M A}{Al} = \frac{N_M I_M}{l},$$

где $V = Al$ — объем, обтекаемый полным эффективным током намагничивания $N_M I_M$. Объединяя два последних

равенства, выразим \mathbf{B}_M через \mathbf{M} :

$$\mathbf{B}_M = \mu_0 \mathbf{M},$$

и тогда полная индукция магнитного поля равна

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M}. \quad (29.12)$$

Закон Ампера можно обобщить на случай магнитных веществ. Для этого в правую часть следует включить силу тока намагничивания I_M :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I_M), \quad (29.13)$$

где I – суммарная сила реальных токов и I_M – эквивалентный ток намагничивания, охваченные контуром интегрирования. С учетом (29.12) закон Ампера принимает вид

$$\oint (\mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M}) \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I_M).$$

В отсутствие вещества $\oint \mathbf{B}_0 \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ (вспомним, что через \mathbf{B}_0 мы обозначили индукцию \mathbf{B} в отсутствие вещества), и из последнего равенства следует полезное соотношение между \mathbf{M} и током намагничивания

$$\oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = I_M \quad (29.14)$$

(это соотношение может служить определением I_M). Пользуясь вновь выражением $\oint \mathbf{B}_0 \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$ вместе с (29.12), получим (разделив все на μ_0)

$$\oint \left(\frac{\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{M}}{\mu_0} \right) \cdot d\mathbf{l} = I. \quad (29.15)$$

Этот частный результат справедлив и в общем случае. Обычно его записывают с помощью новой величины – вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} , который определяют как

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{M}}{\mu_0}, \quad (29.16a)$$

или

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}. \quad (29.16b)$$

Из (29.12) следует, что

$$\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (29.17)$$

Если использовать вектор \mathbf{H} , то равенство (29.15) принимает вид

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I. \quad (29.18)$$

Вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} следует отличать от вектора магнитной индукции \mathbf{B} . Равенство (29.18) выражает тот факт, что интеграл от \mathbf{H} по любому замкнутому контуру равен суммарной силе реального (только!) тока, охваченного контуром, независимо от присутствия магнитных веществ. Таким образом, вектор \mathbf{H} аналогичен вектору \mathbf{D} в электростатике, который обусловлен только свободными зарядами. Векторы \mathbf{M} , \mathbf{H}

и \mathbf{B} являются аналогами векторов \mathbf{P} , \mathbf{D} и \mathbf{E} в электростатике.

Вектор \mathbf{H} обычно ассоциируют только со свободными токами, вектор \mathbf{M} — только с «токами намагничивания», а вектор \mathbf{B} — со всеми токами. [Под этим мы подразумеваем вид интегралов по контуру в (29.13), (29.14) и (29.18).] Это не значит, что вектор \mathbf{H} обусловлен только реальными токами. Например, для любой точки в вакууме при отсутствии магнитных материалов $B = \mu_0 H$. Это справедливо и для зазора между полюсами постоянного магнита, и коль скоро здесь $B \neq 0$, то и $H \neq 0$, хотя нет никаких реальных токов. Из уравнения (29.18) легко видеть, что внутри самого магнита вектор \mathbf{H} направлен противоположно вектору \mathbf{B} .

Векторы \mathbf{H} , \mathbf{M} и \mathbf{B} вводятся для более детального описания магнитных явлений; мы упомянули здесь их, чтобы познакомить вас с этими понятиями. Вряд ли можно ожидать, что это знакомство даст вам практический навык обращения с этими векторами, и в дальнейшем они нам не понадобятся. Для полноты упомянем еще *магнитную восприимчивость* χ_m , которая определяется как

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

и характеризует отношение намагниченности к напряженности магнитного поля. У пара- и диамагнетиков величина χ_m постоянна при не слишком больших B ; у ферромагнетиков она не постоянна. Из (29.16), (29.17), (29.9) и (29.10) следует, что

$$\chi_m = K_m - 1$$

и

$$\mu = (1 + \chi_m) \mu_0.$$

В вакууме $K_m = 1$, $\chi_m = 0$ и $\mu = \mu_0$.

Закключение

Закон Ампера утверждает, что интеграл по замкнутому контуру от индукции магнитного поля \mathbf{B} равен произведению μ_0 на полную силу тока, охватываемого контуром: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$.

Индукция магнитного поля B на расстоянии r от длинного прямолинейного проводника прямо пропорциональна силе тока I в проводнике и обратно пропорциональна r . Силовые линии индукции магнитного поля в этом случае представляют собой концентрические окружности с центром на проводнике. Индукция магнитного поля внутри длинного соленоида с плотной намоткой равна $B = \mu_0 nI$, где n — число витков на единицу длины, а I — сила тока в обмотке.

Определение единицы силы тока (ампер) основано на силе, с которой один длинный проводник с током дей-

ствует на параллельный проводник, находящийся на расстоянии l ; через силу тока определяется единица заряда – кулон.

Закон Био–Савара позволяет определить индукцию магнитного поля по заданному распределению токов. Он утверждает, что

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \times \hat{r}}{r^2}.$$

где $d\mathbf{B}$ – вклад элемента тока $I dl$ на бесконечно малом участке проводника dl в полную индукцию магнитного поля в точке P , а \hat{r} – радиус-вектор, направленный от dl к P , и $\hat{r} = \mathbf{r}/r$. Вектор полной индукции магнитного поля находится интегрированием всех $d\mathbf{B}$.

Из железа и некоторых других веществ можно изготовить сильные постоянные магниты. Такие вещества называются *ферромагнетиками*. Ферромагнитные вещества состоят из крошечных областей – *доменов*, которые в постоянном магните имеют преобладающую ориентацию, а в немагнитном образце ориентированы случайным образом. Ферромагнетик намагничивается в создаваемом током внешнем магнитном поле B_0 (например, внутри соленоида или тора). Однако при выключении тока материал сохраняет остаточную намагниченность, и при увеличении тока, текущего в обратном направлении (и при последующем обращении тока), полная индукция B не следует за изменением индукции B_0 , обусловленной током. График зависимости B от B_0 представляет собой *петлю гистерезиса*, а зависимость полной индукции от пути изменения индукции внешнего поля называется *гистерезисом*.

Вопросы

1. Магнитное поле тока в электропроводке квартиры может отклонять стрелку компаса. Обсудите зависимость этого эффекта от силы тока, от того, является ли ток постоянным или переменным, от расстояния до проводов.
2. В чем сходство и различие между магнитным полем, создаваемым электрическим током в длинном прямолинейном проводнике, и электрическим полем линейного распределения покоящихся зарядов (разд. 22.7).
3. Покажите, что поле, силовые линии которого изображены на рис. 29.6, б, не противоречит закону Ампера. Могут ли силовые линии искривляться не вниз, а вверх?
4. Сравните закон Ампера и теорему Гаусса.
5. а) Запишите закон Ампера для контура, охватывающего оба проводника на рис. 29.4. б) Прodelайте то же самое для случая, когда

ток I_2 течет в противоположном направлении ($I_2 = -I_1$).

6. Можно ли интеграл в законе Ампера вычислять по поверхности?
7. Пусть цилиндрический проводник на рис. 29.5 – полость в виде концентрического цилиндра, т.е. имеет вид трубы. Что можно сказать об индукции \mathbf{B} внутри полости?
8. Как изменится величина индукции B внутри длинного соленоида, если а) удвоить диаметр витков; б) удвоить расстояние между витками; в) удвоить длину соленоида и одновременно число витков?
9. Кроме соленоидов, в технике часто используются *реле*. Реле представляет собой электромагнит (соленоид с неподвижным железным сердечником), который при включении притягивает пластинку из мягкого железа на шарнире (якорь). Придумайте реле, которое можно было бы использовать а) в качестве дверного звонка; б) для замыкания и размыкания

электрической цепи. В последнем случае реле может переключать большие токи, в то время как через главный переключатель большие токи не текут. В автомобиле, например, многие электрические устройства включаются с помощью реле, чтобы большие токи не проходили через переключатели на щитке.

10. Два длинных проводника, по которым течет одинаковый ток I , пересекаются, не соприкасаясь, под прямым углом. Опишите магнитные силы, с которыми один проводник действует на другой.

11. По горизонтальному проводнику течет большой ток. Ниже подвешен второй проводник, по которому ток течет в том же направлении. Может ли ток в первом проводнике удерживать нижний проводник во взвешенном состоянии? При каких условиях нижний проводник будет в равновесии? При каких условиях равновесие будет устойчивым?

12. Горизонтальный проводник с током может свободно передвигаться и находиться во взвешенном состоянии непосредственно над другим, параллельным проводником с током.

а) Как направлен ток в нижнем проводнике? б) Может ли верхний проводник находиться в устойчивом равновесии благодаря магнитным силам со стороны нижнего? Объясните.

13. Пользуясь законом Био–Савара, убедитесь, что вектор индукции магнитного поля \mathbf{B} , создаваемого витком с током (рис. 29.15), в точках, не лежащих на его оси, имеет указанное направление.

14. Будет ли индукция \mathbf{B} одинаковой во всех точках плоскости витка с током на рис. 29.15?

15. Почему переключивание подводных проводов в электрических устройствах ослабляет магнитные дефекты в этих проводах?

16. Сравните закон Био–Савара и закон Кулона: что между ними общего и в чем разница?

17. Нейтрон, не имея электрического заряда, тем не менее обладает магнитным моментом. Как это объяснить?

18. Как можно было бы измерить магнитный дипольный момент Земли?

19. а) Применяя правило правой руки (рис. 28.7), найдите направление вектора индукции \mathbf{B} в центре витка с током на рис. 29.15.

б) Придумайте правило правой руки, позволяющее найти направление \mathbf{B} в центре витка с током, если пальцы указывают направление тока I .

20. Прокомментируйте следующее утверждение: «Поскольку магнитные монополи, по видимому, не существуют, простейшим источником магнитного поля является магнитный диполь».

21. Как можно было бы определить или из-

мерить величину магнитной индукции полюса (магнитного эквивалента электрического заряда) а) для магнитного стержня; б) для витка с током?

22. Тяжелый магнит притягивает к себе тяжелый кусок железа, который первоначально покоился, а перед ударом о магнит успевает приобрести значительную кинетическую энергию. а) Откуда берется эта кинетическая энергия? б) В результате удара о магнит часть доменов магнита разупорядочивается. Опишите превращения энергии.

23. Магнит притягивает любые металлические предметы или только железные (проверьте это на опыте)? Почему?

24. Ненамагниченный железный гвоздь не притягивает железную скрепку. Однако если один конец гвоздя приставить к магниту, то другой конец *будет* притягивать скрепку. Объясните.

25. Железный сердечник внутри соленоида позволяет значительно увеличить индукцию \mathbf{B} . Однако без сердечников удастся получить более сильные поля.

*26. Нарисуйте кривую намагничивания а) парамагнетика; б) диамагнетика и сравните их с кривой для ферромагнетика (рис. 29.21).

*27. Можно ли все вещества считать а) диамагнетиками; б) парамагнетиками; в) ферромагнетиками?

*28. Всегда ли направления векторов \mathbf{B} и \mathbf{H} совпадают? Если нет, приведите пример.

*29. Всегда ли величина χ_m положительна? Если нет, то при каком условии она отрицательна?

*30. Может ли \mathbf{H} обращаться в нуль, когда $\mathbf{B} = 0$? Если может, приведите пример.

*31. Рассмотрите а) точку внутри постоянного магнита (магнитного стержня); б) точку снаружи этого магнита вблизи его полюса. Какая из величин \mathbf{B} , \mathbf{H} и \mathbf{M} обращается в нуль в одной из этих точек? Объясните.

Задачи

Раздел 29.1

1. (I) Какой может быть максимальная сила тока в проводнике, если магнитное поле на расстоянии 30 см от проводника не должно превышать 10^{-3} Тл?

2. (I) Чему равна индукция магнитного поля на расстоянии 11,0 см от длинного прямолинейного проводника, по которому течет ток 2,8 А?

3. (II) Чему равно ускорение (в единицах g) модели самолета массой 280 г с зарядом 8,0 Кл, летящей со скоростью 1,5 м/с на рас-

стоянии 15 см от почти параллельного его траектории провода, по которому течет ток 20 А?

4. (II) По каждому из двух тонких длинных параллельных проводников, находящихся на расстоянии 11,2 см друг от друга, в одном и том же направлении течет ток 25 А. Определите индукцию магнитного поля в точке, отстоящей на 12,0 см от одного провода и на 7,0 см от другого.

5. (II) Компас располагают горизонтально на расстоянии 15 см к югу от прямолинейного вертикального проводника, по которому вниз течет ток 30 А. В каком направлении показывает стрелка компаса, если горизонтальная компонента индукции магнитного поля Земли в этом месте равна $0,45 \cdot 10^{-4}$ Тл, а магнитное склонение 0° ?

6. (II) Молния ударяет в железный флагшток высотой 7,0 м и диаметром 9,8 см, причем электроны движутся вверх по флагштоку. Если разность потенциалов между вершиной и основанием флагштока равна 20 кВ, какие величину и направление имеет индукция магнитного поля на расстоянии 50 см к северу от флагштока?

7. (II) Определите индукцию магнитного поля посредине между двумя длинными параллельными проводниками на расстоянии 10 см один от другого, выразив ее через силу тока I в одном из проводников, если по другому проводнику течет ток 10 А а) в том же направлении; б) в противоположном направлении.

8. (II) Местность имеет восточное магнитное склонение, равное 15° . Когда компас помещают на расстоянии 12 см к востоку (истинному) от вертикального проводника внутри здания, стрелка показывает восточное склонение, равное 60° . Каковы величина и направление силы тока в проводнике? Индукция магнитного поля Земли в этой местности равна $0,50 \cdot 10^{-4}$ Тл и направлена горизонтально.

9. (II) По двум длинным параллельным проводникам, расположенным на расстоянии d один от другого, течет в одном направлении одинаковый ток I . Выразите зависимость B от x , где x – расстояние вдоль перпендикуляра между проводниками. Один из проводников находится при $x = 0$, другой – при $x = d$.

10. Решите задачу 9, если сила тока в первом проводнике (при $x = 0$) вдвое больше, чем во втором, и ток в нем течет в противоположную сторону.

11. (II) Электрон движется со скоростью $4,50 \cdot 10^6$ м/с под углом 45° к прямолинейному проводнику, по которому течет ток 15,0 А. Чему равна максимальная сила, действующая

на электрон, если он движется на расстоянии 12,0 см от проводника?

12. (II) По всему сечению очень длинной проводящей полоски шириной l и пренебрежимо малой толщиной, лежащей в горизонтальной плоскости, течет ток I . а) Покажите, что в точках на расстоянии y точно над серединой полоски индукция магнитного поля равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi l} \arctg \frac{l}{2y}$$

(полоска считается бесконечно длинной). (Подсказка: разбейте полоску на тонкие проводники и проинтегрируйте по ним.) б) К какому значению приближается B при $y \gg l$? Правдоподобен ли этот результат? Объясните.

13. (III) Электрон движется в одной плоскости с длинным прямолинейным токонесящим проводником. На расстоянии 50 см от проводника электрон движется в сторону проводника со скоростью $3,4 \cdot 10^6$ м/с под углом 45° к проводнику. Все время оставаясь в одной плоскости с проводником, электрон сворачивает в сторону, не дойдя до проводника 1,0 см. Определите а) силу тока в проводнике; б) скорость электрона в точке максимального сближения с проводником.

Раздел 29.2

14. (I) Пользуясь законом Ампера, покажите, что однородное магнитное поле (например, между полюсами магнита на рис. 29.1) не может скачкообразно уменьшиться до нуля за пределами магнита.

15. (II) а) Пользуясь формулой (29.1) и векторными свойствами \mathbf{B} , покажите, что силовые линии индукции магнитного поля двух длинных параллельных проводников, по которым текут токи $I_1 = I_2$, имеют вид, показанный на рис. 29.4. б) Нарисуйте эквипотенциальные линии двух покоящихся положительных электрических зарядов. в) Сходны ли эти картины? Насколько они идентичны? Почему?

16. (II) Коаксиальный кабель состоит из сплошного внутреннего проводника радиусом r_1 и концентричной полый цилиндрической оболочки с внутренним радиусом r_2 и внешним r_3 . По проводникам текут равные и противоположно направленные токи I , равномерно распределенные по сечениям проводников. Определите индукцию магнитного поля на расстоянии r от оси при а) $r < r_1$; б) $r_1 < r < r_2$; в) $r_2 < r < r_3$; г) $r > r_3$.

17. (II) По очень большому плоскому проводнику толщиной t течет однородный ток с по-

стоянной плотностью j . Определите индукцию магнитного поля \mathbf{B} (величину и направление) на расстоянии y над плоскостью, считая длину и ширину проводника бесконечно большими.

18. (III) По двум длинным параллельным прямолинейным проводникам текут токи соответственно I_1 и I_2 (рис. 29.4). Покажите, не пользуясь законом Ампера, что для кругового контура с центром на одном из проводников и радиусом $r < l$, где l – расстояние между проводниками,

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_1$$

в соответствии с законом Ампера.

Раздел 29.3

19. (I) Индукция магнитного поля в центре соленоида длиной 32 см и диаметром 1,2 см должна составлять 0,20 Тл. Сколько витков должна иметь обмотка, если сила тока в ней не может превышать 3,7 А?

20. (II) Из 1,0 кг меди требуется изготовить соленоид с максимальной индукцией магнитного поля. Каким следует сделать провод: длинным и тонким, коротким и толстым или каким-то еще? Примите в расчет длину соленоида, его диаметр и другие параметры.

Раздел 29.4

21. (I) Чему равны величина и направление силы, действующей между двумя параллельными проводниками, на расстоянии 30 см друг от друга, если длина каждого проводника 80 м и по ним в одном направлении течет ток 65 А?

22. (I) Вертикальный прямолинейный проводник, по которому течет ток 5,0 А, притягивает параллельный проводник, находящийся на расстоянии 8,0 см, с силой $6,0 \cdot 10^{-4}$ Н/м.

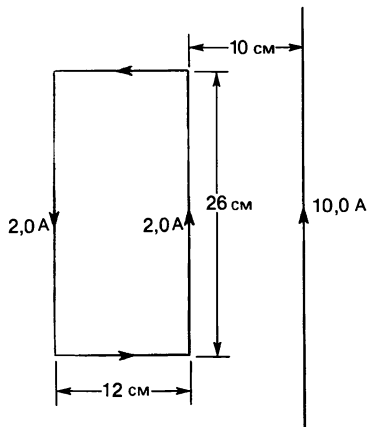


Рис. 29.25.

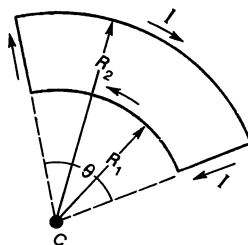


Рис. 29.26.

Каковы направление и сила тока во втором проводнике?

23. (II) Три длинных параллельных проводника находятся попарно на расстоянии 12,0 см друг от друга (если смотреть вдоль проводников, то они проходят через вершины равностороннего треугольника). Сила тока в каждом проводнике равна 3,0 А, но в проводнике А ток направлен противоположно токам в проводниках В и С. Определите силу, действующую на 1 м длины каждого проводника со стороны двух других.

24. (II) Прямоугольная рамка, по которой течет ток 2,0 А, лежит в одной плоскости с очень длинным прямолинейным проводником с током 10,0 А (рис. 29.25). Определите а) результирующую силу; б) результирующий вращающий момент, действующие на рамку со стороны прямолинейного проводника.

25. (II) По длинному горизонтальному проводнику течет ток 78 А. Вторым, медный проводник диаметром 3,5 мм удерживается магнитными силами параллельно первому на расстоянии 18 см под ним. а) Каковы сила и направление тока во втором проводнике? б) Находится ли второй проводник в устойчивом равновесии? в) Ответьте на вопросы «а» и «б», если второй проводник удерживается магнитным полем на расстоянии 20 см над ним.

Раздел 29.5

26. (I) Магнитное поле Земли представляет собой, в сущности, поле магнитного диполя. Индукция магнитного поля у поверхности Земли равна приблизительно $5,0 \cdot 10^{-5}$ Тл. Чему равна индукция магнитного поля на высоте 13 000 км от поверхности над северным полюсом?

27. (II) Проволочная рамка имеет форму, показанную на рис. 29.26: две concentric дуги соединены радиальными отрезками с точкой С. Выразите индукцию \mathbf{B} в точке С через R_1 , R_2 , θ и силу тока I .

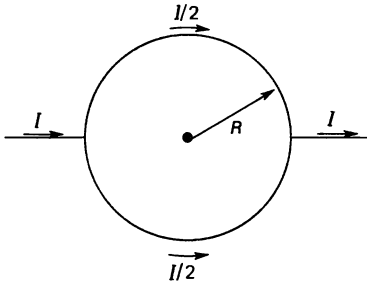


Рис. 29.27.

28. (II) Пользуясь законом Био–Савара, покажите, что индукция магнитного поля \mathbf{B} уединенного точечного заряда q , движущегося со скоростью \mathbf{v} , равна в точке P

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 q \mathbf{v} \times \mathbf{r}}{4\pi r^3},$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор точки P относительно заряда q .

29. (II) Пользуясь результатом примера 29.8 для индукции поля на оси отдельного витка с током, найдите индукцию поля внутри очень длинного соленоида [формула (29.3)].

30. (II) Тонкое проводящее кольцо радиусом R прикреплено в диаметрально противоположных точках к прямолинейным проводникам (рис. 29.27). Ток I , подводимый к кольцу, разветвляется, как показано на рисунке. Чему равна индукция \mathbf{B} в центре кольца?

31. (II) Виток радиусом 1,0 см помещен в центре витка радиусом 15,0 см так, что плоскости витков взаимно перпендикулярны. Сила тока в каждом витке составляет 3,0 А. Оцените вращающий момент, действующий на малый виток со стороны большого витка. Какие упрощающие предположения вы сделали?

32. (II) По квадратной рамке со стороной l течет ток I . Покажите, что индукция магнитного поля в центре квадрата равна

$$B = 2\sqrt{2} \mu_0 I / \pi l.$$

(Подсказка: определите индукцию \mathbf{B} , создаваемую каждой из сторон квадрата.)

33. (II) Увеличится или уменьшится индукция B в центре рамки, если квадрат в задаче 32 превратить в окружность?

34. (II) По круглой диэлектрической пластине радиусом R равномерно распределен электрический заряд Q . Пластина приводится во вращение с угловой скоростью ω относительно оси, перпендикулярной ее плоскости и проходящей через центр. Определите а) магнитный дипольный момент, б) индукцию магнитного

поля вдоль оси на расстоянии x от центра. в) Применимо ли здесь равенство (29.76) при $x \gg R$?

35. (II) а) Покажите, что индукция магнитного поля B в центре круглой катушки равна

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R},$$

где I – сила тока в катушке, N – число витков, а R – радиус катушки. б) Пусть электромагнит представляет собой катушку диаметром 2,0 м, намотанную медным проводом квадратного сечения со стороной 2,0 мм. Источник питания дает напряжение 50 В при максимальной мощности 1,0 кВт. Сколько витков должна иметь катушка, чтобы отбирать от источника предельную мощность? в) Чему при этом будет равна индукция магнитного поля в центре катушки? г) Если увеличить число витков, но питать электромагнит от того же источника, то увеличится ли индукция магнитного поля? Объясните.

36. (II) Соленоид длиной L и радиусом R содержит N плотно намотанных витков. Определите индукцию магнитного поля на оси соленоида у одного из его концов. (Подсказка: воспользуйтесь результатом примера 29.8 и проведите суммирование или интегрирование.)

37. (II) *Катушки Гельмгольца* – это две большие катушки, содержащие по N витков каждая; в катушках течет одинаковый ток I , и они расположены одна от другой на расстоянии, равном радиусу катушки R . а) Определите индукцию B вдоль линии, соединяющей центры катушек. Пусть $x = 0$ в центре одной катушки и $x = R$ в центре другой. б) Постройте график $B(x)$ для $0 < x < R$. в) Определите B на середине расстояния между катушками ($x = R/2$), если $R = 20,0$ см, $I = 35$ А и в каждой катушке $N = 350$ витков. г) Покажите, что поле на середине расстояния между катушками особенно однородно, а именно если s – расстояние между катушками, то в точке $x = R/2$ при $s = R$ $dB/dx = 0$ и $d^2 B/dx^2 = 0$.

38. (III) По прямоугольной рамке со сторонами a и b течет ток I . Вычислите индукцию магнитного поля $B(x, y)$ внутри рамки, используя прямоугольную систему координат (x, y) с началом в центре рамки и осью x , параллельную стороне b .

39. (III) По квадратной рамке со стороной l течет ток I . а) Определите индукцию магнитного поля B вдоль линии, перпендикулярной плоскости рамки и проходящей через ее центр. Выразите зависимость B от x – расстояния вдоль этой линии от центра квадрата. б) Будет ли такая рамка при $x \gg l$ подобна диполу? Если да, то чему равен ее дипольный момент?

Раздел 29.6

40. (II) Магнитный дипольный момент атома железа равен примерно $1,8 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.
 а) Определите магнитный дипольный момент железного стержня длиной 12 см, шириной 1,2 см и толщиной 1,2 см при полном магнитном насыщении. б) Какой вращающий момент будет действовать на этот стержень в магнитном поле с индукцией 1,2 Тл, направленной перпендикулярно ему?

Раздел 29.7

41. (I) При намагничивании образца отожженного железа получены следующие значения индукции B и B_0 :

$B_0, 10^{-4} \text{ Тл}$	0	0,13	0,25	0,50	0,63	0,78	1,0	1,3
$B, \text{ Тл}$	0	0,0042	0,010	0,028	0,043	0,095	0,45	0,67
$B_0, 10^{-4} \text{ Тл}$		1,9	2,5	6,3	13,0	130	1300	10 000
$B, \text{ Тл}$		1,01	1,18	1,44	1,58	1,72	2,26	3,15

Определите K_m и μ для каждой пары значений и постройте графики их зависимости от B_0 .

42. (II) Соленоид с железным сердечником длиной 30 см и диаметром 1,8 см содержит 500 витков. При силе тока в обмотке 48 А индукция магнитного поля равна 2,2 Тл. Чему равно значение магнитной проницаемости μ сердечника в столь сильном поле?

* Раздел 29.9

*43. (II) Чему равна намагниченность железного стержня в задаче 40?

*44. (II) Для каждого значения B_0 из задачи 41 определите M и χ_m .

*45. (II) а) Нарисуйте силовые линии индукции магнитного поля \mathbf{B} вне и внутри стержня постоянного магнита. б) Изобразите силовые линии напряженности \mathbf{H} магнитного поля вне и внутри магнита. в) Вне магнита направления \mathbf{H} и \mathbf{B} одинаковы, а внутри противоположны. Почему?

*46. (II) В предыдущей задаче, поскольку $I = 0$, всегда должно выполняться соотношение $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0$.

Объясните, как оно может выполняться для контура, который а) целиком расположен вне магнита; б) целиком расположен внутри магнита; в) проходит по оси магнита и замыкается вне его.