

Законы отражения и в особенности преломления света лежат в основе принципа действия многих оптических приборов. В этой главе, опираясь на геометрическую оптику, с которой мы познакомились в предыдущей главе, рассмотрим действие линз и ряда других оптических приборов — от лупы до телескопов, микроскопов и человеческого глаза.

35.1. Преломление на сферической поверхности

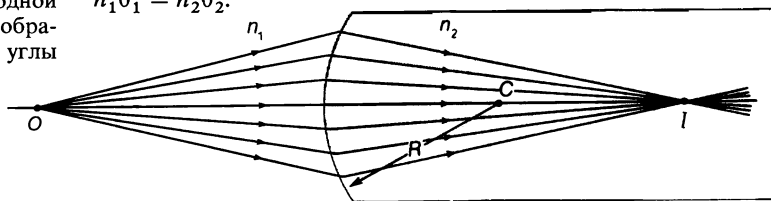
Прежде чем приступить в следующем разделе к изучению линз, рассмотрим, как происходит преломление лучей на сферической поверхности прозрачной среды, такой, например, как одна из поверхностей линзы. Для общности предположим, что объект находится в среде с показателем преломления n_1 и лучи, исходящие из каждой его точки, могут попадать в среду с показателем преломления n_2 . Пусть R — радиус кривизны сферической границы этих сред и C — центр сферы (рис. 35.1). Докажем, что все лучи, выходящие из точки O объекта, фокусируются в одной точке I изображения, если при этом ограничиться лучами, составляющими малый угол с осью и друг с другом (такие лучи называются **параксиальными**). Для этого рассмотрим отдельный луч, выходящий из точки O (рис. 35.2). По закону Снелля [соотношение (34.5)]

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2.$$

Мы предполагаем, что углы θ_1 , θ_2 , α , β и γ малы, поэтому $\sin \theta \approx \theta$ (в радианах), и закон Снелля можно приближенно записать в виде

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2.$$

Рис. 35.1. Лучи из точки O на объекте сферическая граница между двумя прозрачными средами собирает в одной точке I , если эти лучи образуют достаточно малые углы с осью ($n_2 > n_1$).



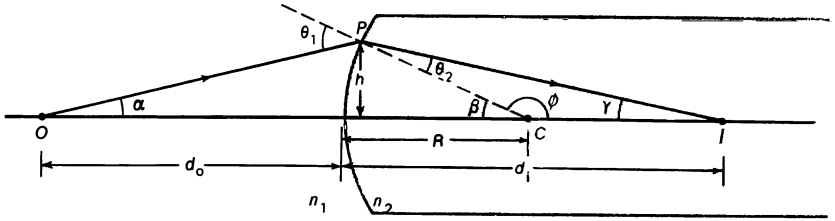


Рис. 35.2. Пояснительный чертеж к доказательству того, что все параксиальные лучи из точки O собираются в одной и той же точке I ($n_2 > n_1$).

Кроме того, $\beta + \phi = 180^\circ$ и $\theta_2 + \gamma + \phi = 180^\circ$; поэтому

$$\beta = \gamma + \theta_2.$$

Аналогично в треугольнике OPC

$$\theta_1 = \alpha + \beta.$$

Используя эти три соотношения, получаем

$$n_1 \alpha + n_2 \gamma = (n_2 - n_1) \beta.$$

Так как мы рассматриваем только случай малых углов, можно записать приближенные равенства

$$\alpha = \frac{h}{d_0}, \quad \beta = \frac{h}{R}, \quad \gamma = \frac{h}{d_i},$$

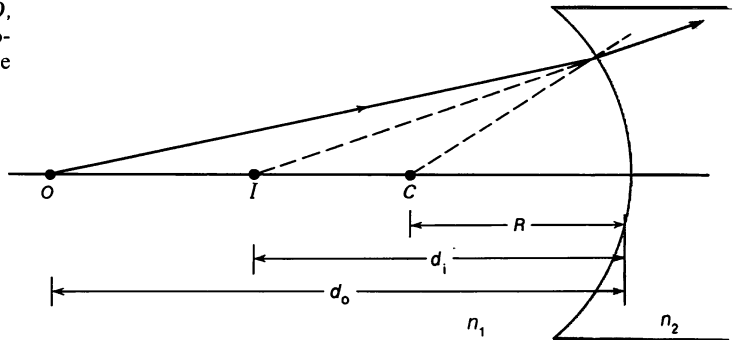
где d_0 – расстояние до объекта, d_i – расстояние до изображения, h – высота (рис. 35.2). Подставляя эти соотношения в предыдущее равенство, получим после деления на h

$$\frac{n_1}{d_0} + \frac{n_2}{d_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}. \quad (35.1)$$

Мы видим, что при заданном расстоянии до объекта d_0 расстояние до изображения d_i не зависит от угла, образуемого лучом с осью. Следовательно, все параксиальные лучи сходятся в одной и той же точке I . Разумеется, это верно только для лучей, составляющих малый угол с осью и друг с другом. Приближение малых углов эквивалентно предположению о том, что размеры преломляющей поверхности малы по сравнению с ее радиусом кривизны, так что преломляются только параксиальные лучи. Если это предположение неверно, то лучи не будут собираться в одной точке – возникает сферическая аберрация, как это происходило в случае зеркала (рис. 34.9), и изображение окажется размытым. (Подробнее мы рассмотрим сферическую аберрацию в разд. 35.7.)

При выводе уравнения (35.1) мы пользовались чертежом, изображенным на рис. 35.2, на котором лучи падают на выпуклую часть сферической поверхности. Но это уравнение справедливо и для вогнутой поверхности, в чем нетрудно убедиться, взглянув на рис. 35.3, если ввести следующие соглашения:

Рис. 35.3. Лучи из точки O , преломляясь на вогнутой поверхности, образуют мнимое изображение ($n_2 > n_1$).



1. У выпуклой поверхности (центр кривизны C и источник света находятся по разные стороны от поверхности) радиус кривизны R положителен. У вогнутой поверхности (центр кривизны C и источник света находятся по одну сторону от поверхности) радиус кривизны R отрицателен.
2. Для расстояния до изображения d_i справедливо аналогичное соглашение: оно положительно, если источник света и изображение находятся по разные стороны от преломляющей поверхности, и отрицательно, если источник света и изображение находятся по одну сторону от поверхности.
3. Расстояние до объекта положительно, если с той же стороны падает свет (это нормальный случай, однако при наличии нескольких преломляющих поверхностей ситуация может оказаться иной), и отрицательно в противном случае.

Для случая, изображенного на рис. 35.3 (вогнутая преломляющая поверхность), R и d_i следует подставлять в уравнение (35.1) со знаком минус. Заметим, что изображение в этом случае будет мнимым.

Пример 35.1. Человек смотрит вертикально вниз на озеро глубиной 4,0 м. Какой ему покажется глубина озера?

Решение. Ход лучей изображен на рис.

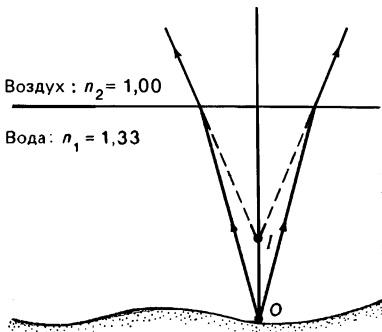


Рис. 35.4. К примеру 35.1.

35.4. Точка O находится на дне озера. Из-за расхождения лучей они кажутся исходящими из точки I (изображения). Расстояние до объекта $d_0 = 4,0$ м; для плоской поверхности радиус кривизны равен $R = \infty$. Подставляя в уравнение (35.1), получаем

$$\frac{1,33}{4,0 \text{ м}} + \frac{1,00}{d_i} = \frac{(1,00 - 1,33)}{\infty} = 0,$$

откуда $d_i = -(4,0 \text{ м})/(1,33) = -3,0$ м. Таким образом, кажущаяся глубина озера составляет лишь три четверти его истинной глубины. (При углах падения, отличных от прямого, результат будет иным.) Знак минус означает, что точечное изображение I и точка O находятся по одну сторону преломляющей поверхности и что изображение мнимое.

35.2. Тонкие линзы

Тонкая линза служит наиболее важным и простым оптическим устройством. Создание оптических приборов с использованием линз началось в XVI и XVII вв., хотя упоминания об очках встречаются в рукописях XIII в. Тонкие линзы обычно бывают круглыми, и каждая из поверхностей представляет собой сегмент сферы. (Хотя существуют также линзы и с цилиндрическими поверхностями, мы сосредоточим внимание на сферических линзах.) Ограничивающая линзу поверхность может быть вогнутой, выпуклой или плоской (рис. 35.5). Значение линзы обусловлено тем, что они позволяют получать изображения объектов, и их действие можно проанализировать на основе результатов предыдущего раздела, применяя их к ограничивающим линзу поверхностям. Прежде чем приступить к такому рассмотрению, остановимся на некоторых общих свойствах линз.

Рассмотрим лучи, параллельные оси двояковыпуклой линзы, поперечное сечение которой изображено на рис. 35.6,а. Пусть линза изготовлена из стекла или прозрачной пластмассы, и поэтому ее показатель преломления превышает показатель преломления воздуха. По закону Снелля на обеих поверхностях линзы каждый луч преломляется в направлении оси (нормали к поверхностям линзы показаны для верхнего луча штриховыми линиями). Если на тонкую линзу падают лучи, параллельные главной оси, то они соберутся в точке, называемой *фокальной точкой*, или *фокусом* F . Для линзы, ограниченной сферическими поверхностями, такое утверждение не вполне справедливо, однако оно почти верно (т.е. параллельные лучи фокусируются в очень малой области, почти точке), если диаметр линзы мал по сравнению с радиусами кривизны поверхностей линзы. Такому условию удовлетворяют **тонкие линзы**, т.е. линзы, толщина которых значительно меньше их диаметра. Мы будем рассматривать только тонкие линзы.

Поскольку лучи от удаленного объекта, по существу, параллельны (рис. 34.8), можем утверждать, что *фокальная точка служит точечным изображением находящегося на главной оси бесконечно удаленного объекта*. Расстояние от фокальной точки до центра линзы называется *фокусным*



Рис. 35.5 Типы линз: а – собирающие линзы; б – рассеивающие линзы.

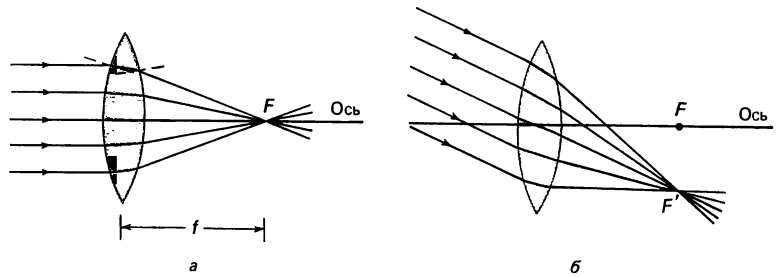


Рис. 35.6. Параллельные лучи сходятся в главном фокусе собирающей линзы.

расстоянием f . Так как линза по предположению тонкая, величину f , не внося погрешности, можно измерять от центра или края любой из поверхностей линзы. Линзу можно перевернуть, с тем чтобы свет падал на нее с противоположной стороны. Фокусное расстояние, как мы вскоре убедимся, одинаково с обеих сторон, даже если различна кривизна ограничивающих линзу поверхностей. Если параллельные лучи падают на линзу под некоторым углом (рис. 35.6, б), то они фокусируются в точке F' . Плоскость, в которой расположены все такие точки типа F и F' , называется *фокальной плоскостью* линзы.

Любые линзы, более толстые в центре, чем по краям, будут сводить параллельные лучи в точку. Такие линзы называются *собирающими* (рис. 35.5, а). Линзы, которые в центре тоньше, чем по краям (рис. 35.5, б), называются *рассеивающими*: после прохождения через них параллельные лучи расходятся (рис. 35.7). *Фокальной точкой*, или *фокусом*, F рассеивающей линзы называется точка, из которой, как кажется, исходит после преломления параллельный пучок падающих лучей (рис. 35.7). Расстояние от точки F до линзы называется *фокусным расстоянием* (как в случае собирающей линзы). Изображение данного объекта линзой можно построить, начертив лучи, исходящие из каждой точки объекта. В действительности нам понадобятся только три специально выбранных луча, изображенных на рис. 35.8. Эти три луча, исходящие из одной точки объекта, проведены в предположении, что толщина линзы бесконечно мала (этим объясняется изображение резкого излома луча внутри линзы). Луч 1 проведен параллельно оси. Следовательно, преломившись в линзе, он пройдет через фокальную точку F за линзой. Луч 2 проведен через фокальную точку F' , расположенную по ту

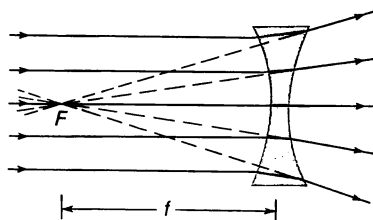
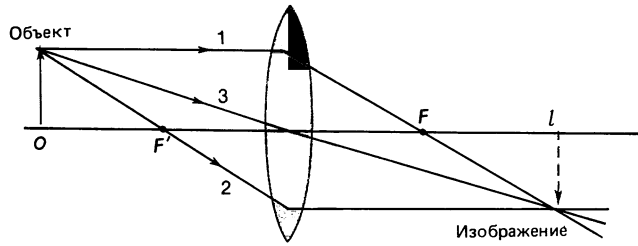


Рис. 35.7. Рассеивающая линза.

Рис. 35.8. Построение изображения I с помощью лучей (собирающая линза).



же сторону от линзы, что и объект. Луч 3 проведен прямо через центр линзы, где обе поверхности, по существу, параллельны, поэтому этот луч выйдет из линзы под первоначальным углом. Согласно рис. 34.5, луч должен бы немного сместиться в сторону, но, так как мы считаем линзу тонкой, луч 3 изображен без смещения. В действительности для нахождения изображения достаточно провести любые два из этих трех лучей (на месте пересечения и находится изображение). Третий луч может служить для проверки правильности построения.

Таким способом мы можем найти изображение одной точки объекта (верхнего конца стрелки на рис. 35.8). Изображения всех остальных точек объекта можно найти аналогично. Все вместе они образуют изображение объекта. Поскольку в рассматриваемом случае лучи проходят через изображение, оно будет *действительным*.

С помощью тех же трех лучей можно определить, где находится изображение, создаваемое рассеивающей линзой (рис. 35.9). Обратите внимание на то, что луч 1, параллельный оси, не проходит через фокальную точку F за линзой. Он как бы выходит из фокальной точки F' перед линзой (штриховая линия). Луч 2, направленный в точку F , в результате преломления линзой оказывается параллельным оси. Все три преломленных луча, как кажется, исходят из точки слева от линзы. Это — изображение I . Так как лучи не проходят через эту точку, изображение оказывается *мнимым*.

Выведем теперь уравнение, которое связывает расстояние до изображения с расстоянием до объекта и свойствами тонкой линзы. Рассмотрим линзу на рис. 35.10, толщина которой в центре равна l . Лучи из точки O объекта проходят через линзу и фокусируются в точке I изображения. Будем считать лучи параксиальными, хотя

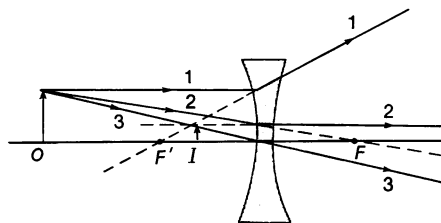


Рис. 35.9. Построение изображения I с помощью лучей (рассеивающая линза).

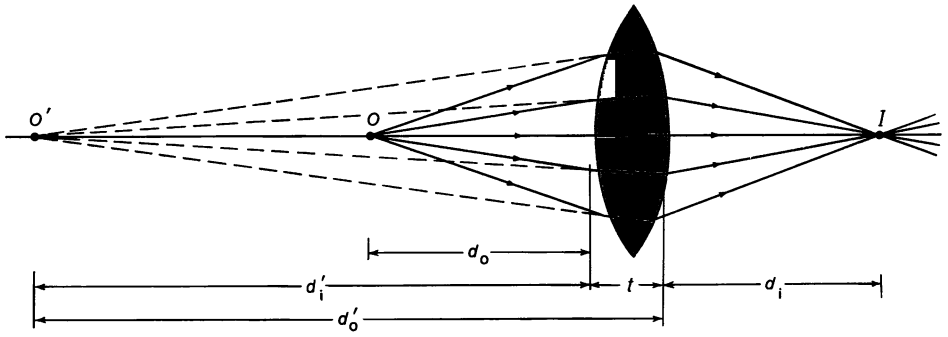


Рис. 35.10. К выводу уравнения линзы.

для наглядности углы, изображенные на чертеже, не малы. Для передней поверхности линзы уравнение (35.1) приобретает вид

$$\frac{1}{d_o} + \frac{n}{d'_i} = \frac{n-1}{R_1},$$

где R_1 – радиус кривизны этой поверхности, $n_1 = 1$ для воздуха и $n_2 = n$ для линзы. Расстояния d_o и d'_i (расстояние до изображения, создаваемого передней поверхностью) измеряются от передней поверхности линзы. Для случая, изображенного на рис. 35.10, величина d'_i отрицательна (мнимое изображение находится в точке O'). Применим теперь уравнение (35.1) ко второй поверхности. Лучи падают на вторую поверхность, как если бы они исходили из точки O' . Расстояние от объекта до второй поверхности равно $d'_o = -d'_i + t$; знак минус необходим, поскольку $d'_i < 0$. Таким образом уравнение (35.1) приобретает вид

$$\frac{n}{-d'_i + t} + \frac{1}{d_i} = \frac{1-n}{R_2},$$

где R_2 – радиус кривизны второй поверхности (отрицательный для случая, изображенного на рис. 35.10). Предположим, что толщина t линзы мала по сравнению с d_o , d_i , d'_i и R , и положим $t = 0$. Тогда, исключив d'_i из приведенных выше уравнений, получим

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (35.2)$$

Это соотношение и требовалось получить. Оно связывает расстояние до объекта d_o с расстоянием до изображения d_i (расстоянием до окончательного изображения, создаваемого линзой) и с параметрами линзы – радиусами кривизны R_1 и R_2 соответственно передней и задней поверхностей линзы и ее показателем преломления n . Разумеется, соотношение (35.2) выполняется только для параксиальных лучей и для очень тонких линз. Обратите внимание на то, что d_i не зависит от величины углов, образуемых лучами с осью и между собой; именно поэ-

тому все параксикальные лучи собираются в точку F . Для непараксикальных лучей и более толстых линз изображение может оказаться нерезким (о чем подробнее будет рассказано в дальнейшем).

Если объект удален на бесконечность ($d_o = \infty$), то расстояние до изображения совпадает с фокусным расстоянием: $d_i = f$. Уравнение (35.2) при этом принимает вид

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (35.3)$$

Оно известно под названием **уравнения шлифовщика линз**, так как связывает фокусное расстояние любой линзы с ее показателем преломления и радиусами кривизны ее поверхностей. Обратите внимание на то, что (как уже говорилось в разд. 35.1) радиус кривизны считается положительным, если свет падает на выпуклую поверхность, и отрицательным, если свет падает на вогнутую поверхность. Обратите внимание на то, что, если линзу перевернуть так, что свет будет падать на нее с противоположной стороны, радиусы R_1 и R_2 в уравнении (35.3) поменяются ролями, но фокусное расстояние f остается прежним. Следовательно, фокальная точка F по обе стороны расположена в одном и том же месте, как это утверждалось прежде.

Пример 35.2. У плоско-вогнутой линзы из люцита одна поверхность плоская, а радиус кривизны другой равен $R = 18,4$ см. Чему равно фокусное расстояние такой линзы?

Решение. Из табл. 34.1 находим для люцита $n = 1,51$. Плоская поверхность имеет бесконечно большой радиус кривиз-

ны. Если обозначить его R_1 , то $1/R_1 = 0$. Следовательно,

$$\frac{1}{f} = (1,51 - 1,00) \left(- \frac{1}{18,4 \text{ см}} \right),$$

откуда $f = (-18,4 \text{ см}) / (0,51) = -36,0 \text{ см}$, т. е. линза будет рассеивающей.

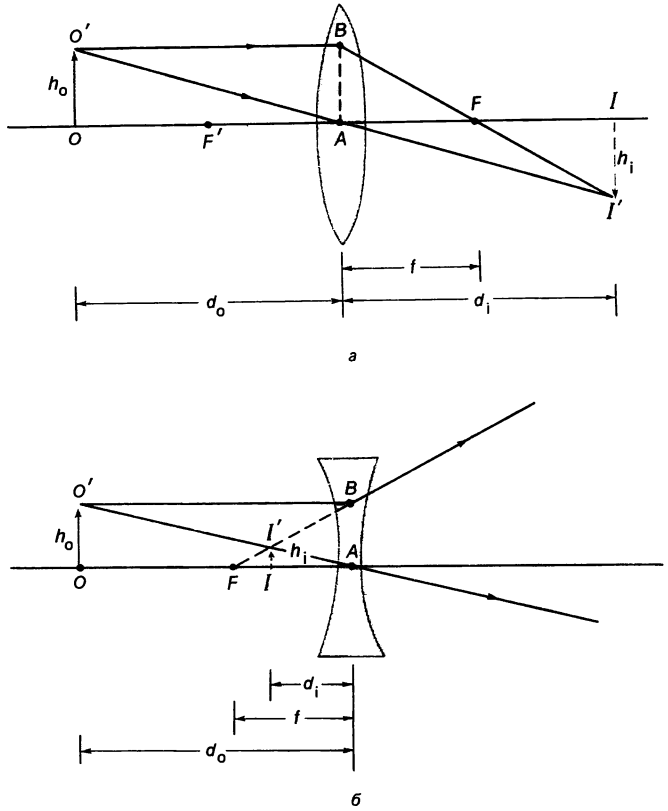
Комбинируя уравнения (35.3) и (35.2), получаем

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} \quad (35.4)$$

Это — так называемое **уравнение линзы**. Если фокусное расстояние линзы известно, то оно позволяет легко вычислить расстояние до изображения при любом расстоянии до объекта. Уравнение линзы — одно из наиболее широко используемых уравнений геометрической оптики.

Геометрические построения часто оказываются полезными, и мы воспользуемся ими сейчас для иллюстрации правильности вывода уравнений линзы и увеличения линзы. Рассмотрим два луча, изображенных на рис. 35.11, a для собирающей линзы (которая предполагается очень тонкой); h_o и h_i — высота соответственно объекта и изображения, d_o и d_i — расстояния от линзы соответственно до

Рис. 35.11. К выводу уравнения линзы для собирающей (а) и рассеивающей (б) линз.



объекта и изображения. Треугольники FII' и FBA подобны, поэтому

$$\frac{-h_i}{h_o} = \frac{d_i - f}{f},$$

так как $AB = h_o$, а знак минус перед h_i соответствует соглашению; мы считаем величину h_i (или h_o) отрицательной, если точка I' (или O') расположена ниже оси (в случае, изображенном на рис. 35.11, а, h_i — величина положительная). Треугольники OAO' и IAI' подобны, поэтому

$$\frac{-h_i}{h_o} = \frac{d_i}{d_o}.$$

Левые части двух последних равенств одинаковы. Поэтому, приравняв их правые части, поделив на d_i и переставив члены, мы получим уравнение линзы

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}.$$

С помощью построения, изображенного на рис. 35.11, б, можно вывести уравнение рассеивающей линзы. Треу-

гольники IAI' и OAO' подобны. Треугольники IFI' и AFB также подобны. Следовательно [в силу соглашения о знаках, принятого в разд. 35.1 (рис. 35.11, б), $d_i < 0$, поэтому $-d_i$ – величина положительная],

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{-d_i}{d_o}, \quad \frac{h_i}{h_o} = \frac{f - (-d_i)}{f}.$$

Приравняв правые части и проведя упрощение, получим

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{f}.$$

Это уравнение совпадает с уравнением (35.4), если учесть, что фокусное расстояние f рассеивающей линзы – величина отрицательная. Таким образом, уравнение (35.4) справедливо как для собирающих, так и для рассеивающих линз, где бы ни располагались объект и изображение, если придерживаться соглашений, соответствующих приведенным в разд. 35.1, и первоначальным условиям, в которых получены уравнения (35.2)–(35.4).

1. Фокусное расстояние положительно для собирающих линз и отрицательно для рассеивающих линз. Радиус кривизны считается положительным, если свет падает на выпуклую поверхность, и отрицательным, если свет падает на вогнутую поверхность.

2. Расстояние до объекта положительно, если свет падает на линзу со стороны объекта (это обычный случай; при использовании комбинации линз ситуация может оказаться иной), и отрицательно в противном случае.

3. Расстояние до изображения положительно, если свет падает на противоположную сторону линзы; если свет падает на линзу с той же стороны, где находится изображение, то величина d_i отрицательна. То же самое можно сказать иначе: расстояние до изображения положительно в случае действительного изображения и отрицательно в случае мнимого изображения.

4. Высота объекта h_o и высота изображения h_i положительны, если соответствующие точки расположены выше оси, и отрицательны для точек, расположенных ниже оси.

Линейным (поперечным) *увеличением* m или просто увеличением линзы называется отношение высоты изображения к высоте объекта: $m = h_i/h_o$. Из рис. 35.11 и принятых соглашений следует, что

$$m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}. \quad (35.5)$$

В случае прямого изображения увеличение m положительно, в случае перевернутого отрицательно.

Пример 35.3. Где находится и какие размеры имеет изображение гигантского насекомого величиной 22,4 см, находящегося на расстоянии 1,50 м от линзы

объектива с фокусным расстоянием + 50,0 мм?

Решение. Поскольку линза объектива

собирающая с $f = +5,00$ см, то, согласно (35.4), получаем

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{5,00 \text{ см}} - \frac{1}{150 \text{ см}} = \frac{30,0 - 1,00}{150 \text{ см}},$$

откуда $d_i = 150 \text{ см}/29,0 = 5,17$ см, или 51,7 мм, за линзой. Увеличение равно $m = -d_i/d_o = -5,17 \text{ см}/150 \text{ см} = -0,0345$, поэтому $h_i = (-0,0345)(22,4 \text{ см}) = -0,773$ см. Таким образом, размер изображения равен 7,73 см, и оно перевернуто, как на рис. 35.11, а. Обратите внимание на то, что изображение находится на 1,7 мм дальше от линзы, чем изображение бесконечно удаленного объекта. Это пример того, что при наводке на резкость, чем ближе объект к камере, тем дальше должна быть линза от пленки.

Пример 35.4. Объект находится на расстоянии 10 см от линзы объектива с фокусным расстоянием 15 см. Определите, где находится и какие размеры имеет изображение объекта а) аналитически и б) построив ход лучей.

Решение. а) Так как $f = 15$ см и $d_o = 10$ см,

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{15 \text{ см}} - \frac{1}{10 \text{ см}} = -\frac{1}{30 \text{ см}},$$

откуда $d_i = -30$ см. Поскольку величина d_i отрицательна, изображение должно быть мнимым и располагаться по ту же сторону линзы, что и объект. Увеличение $m = -(-30 \text{ см})/(10 \text{ см}) = 3,0$, т.е. изображение в три раза превышает размер объекта и оказывается прямым. б) Ход лучей показан на рис. 35.12 и подтверждает результат, полученный в примере «а».

Пример 35.5. Где следует расположить

относительно рассеивающей линзы с фокусным расстоянием 25 см небольшой предмет, чтобы на расстоянии 20 см перед линзой возникло его мнимое изображение?

Решение. Так как $f = -25$ см и $d_i = -20$ см, то

$$\frac{1}{d_o} = -\frac{1}{25 \text{ см}} + \frac{1}{20 \text{ см}} = \frac{1}{100 \text{ см}}.$$

Таким образом, объект следует поместить на расстоянии 100 см перед линзой. Ход лучей в основном совпадает с приведенным на рис. 35.11, б.

Пример 35.6. Для измерения фокусного расстояния рассеивающей линзы вплотную к ней приставлена собирающая линза, как показано на рис. 35.13. Эта комбинация линз фокусирует солнечные лучи на расстоянии 28,5 см за линзами. Чему равно фокусное расстояние f_D рассеивающей линзы, если фокусное расстояние f_C собирающей линзы составляет 16,0 см?

Решение. Пусть $f_T = 28,5$ см — фокусное расстояние комбинации линз. При отсутствии рассеивающей линзы собирающая линза собрала бы свет в своей фокальной точке, т.е. на расстоянии $f_C = 16,0$ см за линзой (на рис. 35.13 эти лучи показаны штриховыми линиями). После приставления линз друг к другу (обе линзы предполагаются тонкими, а зазор между ними пренебрежимо мал) изображение, создаваемое первой линзой, будет представлять собой *объект* относительно второй (рассеивающей) линзы. Так как он расположен справа от рассеивающей линзы, расстояние d_o в этом случае будет отрицательным. Следовательно, для рассеивающей линзы объект будет мнимым и располагаться при $d_o = -16,0$ см. Его изображение создается линзой на рассто-

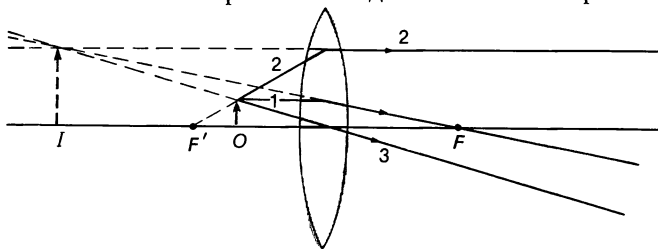
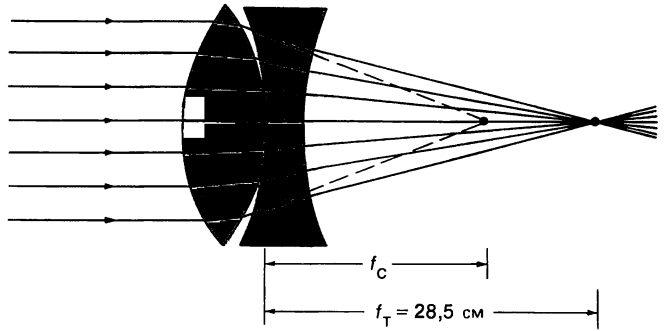


Рис. 35.12. Объект расположен ближе главного фокуса собирающей линзы — изображение мнимое (пример 35.4).

Рис. 35.13. К определению фокусного расстояния рассеивающей линзы (пример 35.6).



янии $d_i = 28,5$ см (которое задано). Таким образом,

$$\frac{1}{f_D} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{16,0 \text{ см}} + \frac{1}{28,5 \text{ см}} = -0,0274 \text{ см}^{-1},$$

откуда $f_D = -1/(0,0274 \text{ см}^{-1}) = -36,5$ см.

Обратите внимание на то, что фокусное расстояние собирающей линзы должно быть меньше фокусного расстояния рассеивающей линзы, иначе метод не будет работать.

Этот пример служит первой иллюстрацией того, как подходить к расчету комбинации линз. В общем случае, когда свет проходит через несколько линз, изображение, создаваемое одной линзой, становится объектом для следующей линзы. Результирующее увеличение равно произведению увеличений каждой из линз. В этой главе мы познакомимся еще с несколькими примерами подобных расчетов.

Пример 35.7. Выпуклый мениск (рис. 35.5, а) изготовлен из стекла с показателем преломления $n = 1,50$. Радиус кривизны выпуклой поверхности равен 22,4 см, а радиус кривизны вогнутой поверхности равен 46,2 см. а) Чему равно фокусное расстояние? б) Где будет находиться изображение объекта, расположенного на расстоянии 2,00 м от линзы?

Решение. а) $R_1 = 22,4$ м, $R_2 = 46,2$ см. Оба радиуса кривизны положительны, так как в обоих случаях свет падает на выпуклые поверхности (предполагается, что свет падает слева). Тогда

$$\frac{1}{f} = (1,50 - 1,00) \left(\frac{1}{22,4 \text{ см}} - \frac{1}{46,2 \text{ см}} \right) = 0,0114 \text{ см}^{-1}.$$

Таким образом, $f = 89$ см и мениск представляет собой собирающую линзу. Заметим, что, если мениск перевернуть, мы получили бы тот же результат (в этом случае $R_1 = -46,2$ см и $R_2 = -22,4$ см). б) Из уравнения линзы получаем

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{0,89 \text{ м}} - \frac{1}{2,00 \text{ м}} = 0,62 \text{ м}^{-1},$$

откуда $d_i = 1,60$ м.

Термины *выпуклый* и *вогнутый* могут привести к путанице: так называемая двояковыпуклая линза, например на рис. 35.5, а, имеет снаружи две выпуклые поверхности. Отсюда и ее название. Но при выборе знака радиуса кривизны вторую поверхность следует считать вогнутой относительно направления падающего на нее света.

35.3. Лупа

В этом и ряде последующих разделов мы рассмотрим оптические устройства, используемые для получения увеличенных изображений объектов. Начнем с *лупы* (или *увеличительного стекла*), представляющей собой простую собирательную линзу.

Как удастся увеличить предмет и насколько детально мы сможем его рассмотреть, зависит от угла, под которым он виден. Например, монета в 1 пенни с расстояния 30 см кажется вдвое больше, чем с расстояния 60 см, так как в первом случае она видна под вдвое большим углом (рис. 35.14). Чтобы лучше разглядеть детали объекта, мы подносим его ближе к глазам, так что он будет виден под большим углом. Но наши глаза способны аккомодироваться лишь до определенного предела. Минимальное расстояние, на котором глаз может обеспечить четкую фокусировку, называется *расстоянием наилучшего зрения*. Оно не одинаково у разных людей (разд. 35.6), но в среднем составляет около 25 см, и в дальнейшем мы будем считать эту величину стандартным, или «нормальным», расстоянием наилучшего зрения. Максимальное расстояние, на котором глаз может обеспечить отчетливую фокусировку, называется *пределом зрения* и отвечает случаю полного расслабления мышц глаза. Для нормального глаза предел зрения очень велик, и мы будем считать его бесконечным.

Лупа позволяет приблизить предмет к глазу и предмет оказывается виден под большим углом. На рис. 35.15, *a* предмет находится в фокальной точке или где-то поблизости. Собирающая линза создает в этом случае мнимое изображение, которое должно находиться от глаза на расстоянии не менее 25 см, чтобы глаз мог сфокусироваться на нем. Если мышцы глаза расслаблены, то изображение окажется бесконечно удаленным, и в этом случае объект находится точно в фокусе. (Подобную наводку на резкость вы производите, передвигая лупу и фокусируя ее на объекте.)

Сравнивая рис. 35.15, *a* с *б*, на котором тот же самый предмет рассматривается невооруженным глазом с расстояния наилучшего зрения, мы обнаруживаем, что при использовании лупы объект виден под гораздо большим углом. *Угловым увеличением*, а часто просто *увеличением* M линзы называется отношение углов, под которым предмет виден при использовании линзы и под которым

Рис. 35.14. Если один и тот же объект рассматривать вблизи и издалека, то в первом случае его изображение на сетчатой оболочке глаза крупнее, поэтому объект кажется больше и наблюдатель может разглядеть больше деталей. Угол θ , под которым виден объект, в случае *a* больше, чем в случае *б*.

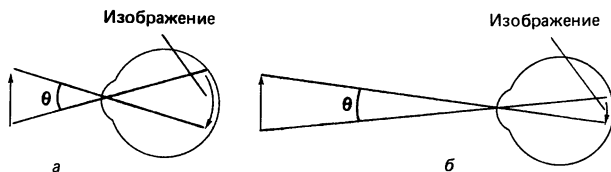
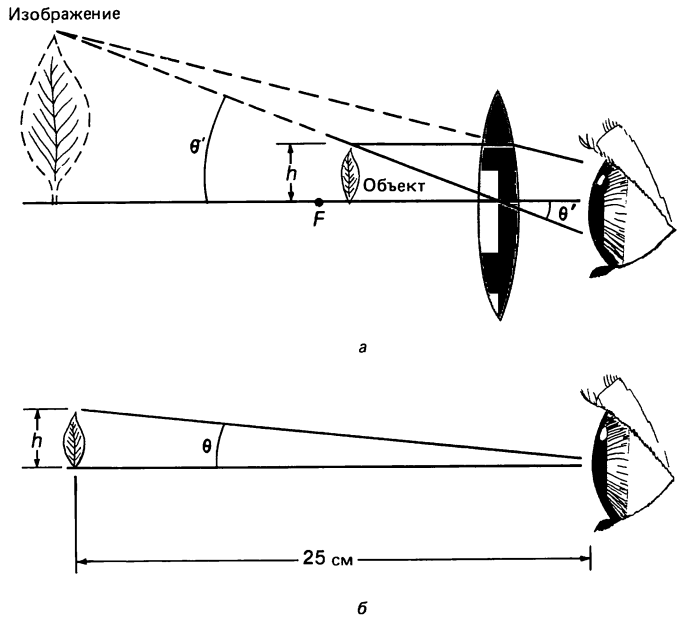


Рис. 35.15. Лист дерева, рассматриваемый через лупу (а) и невооруженным глазом (б) на расстоянии наилучшего зрения.



он виден невооруженным глазом (т.е. без линзы) с расстояния 25 см:

$$M = \frac{\theta'}{\theta};$$

углы θ и θ' показаны на рис. 35.15. Полученное соотношение можно выразить через фокусное расстояние f линзы. Предположим сначала, что на рис. 35.15, а изображение находится на расстоянии наилучшего зрения N глаза: $d_i = -N$, т.е. $N = 25$ см для нормального глаза. Тогда расстояние до объекта d_o определяется соотношением

$$\frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} + \frac{1}{N},$$

или $d_o = Nf/(f + N)$. (Из последней формулы видно, что $d_o < f$, как показано на рис. 35.15, а, поскольку отношение $N/(f + N)$ должно быть меньше единицы.) Пусть h – высота объекта – настолько мала, что углы θ и θ' приближенно равны соответственно их синусам и тангенсам. Тогда $\theta' = h/d_o = (f + N)h/(Nf)$ и $\theta = h/N$, поэтому

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{(f + N)h}{Nf} \left(\frac{N}{h} \right),$$

или

$$M = 1 + \frac{N}{f} \left[\begin{array}{l} \text{глаз сфокусирован в точку на} \\ \text{расстоянии наилучшего зрения } N = \\ \text{= 25 см для нормального глаза} \end{array} \right]. \quad (35.6a)$$

Если мы пользуемся лупой и мышцы глаза расслаблены, то изображение оказывается бесконечно удаленным, а объект расположен точно в фокусе. В этом случае $\theta' = h/f$, и

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \left(\frac{h}{f}\right) \left(\frac{N}{h}\right) = \frac{N}{f} \left[\begin{array}{l} \text{глаз сфокусирован на бес-} \\ \text{конечность, } N = 25 \text{ см для} \\ \text{нормального глаза} \end{array} \right]. \quad (35.66)$$

Ясно, что несколько большего увеличения удастся достичь, когда глаз фокусируется в точку на расстоянии наилучшего зрения, чем когда мышцы глаза расслаблены. Чем короче фокусное расстояние линзы, тем больше увеличение.

Пример 35.8. Человек с нормальным зрением пользуется в качестве лупы линзой с фокусным расстоянием 8 см. Вычислите а) максимальное увеличение и б) увеличение в случае, когда мышцы глаз расслаблены.

Решение. а) Максимальное увеличение достигается, когда глаз сфокусирован в

точку на расстоянии наилучшего зрения:

$$M = 1 + \frac{N}{f} = 1 + \frac{25}{8} \approx 4 \times \quad [\text{т. е. 4-кратное увеличение}].$$

Когда глаз сфокусирован на бесконечность, $M = 25 \text{ см}/8 \text{ см} \approx 3 \times$ (т. е. 3-кратное увеличение).

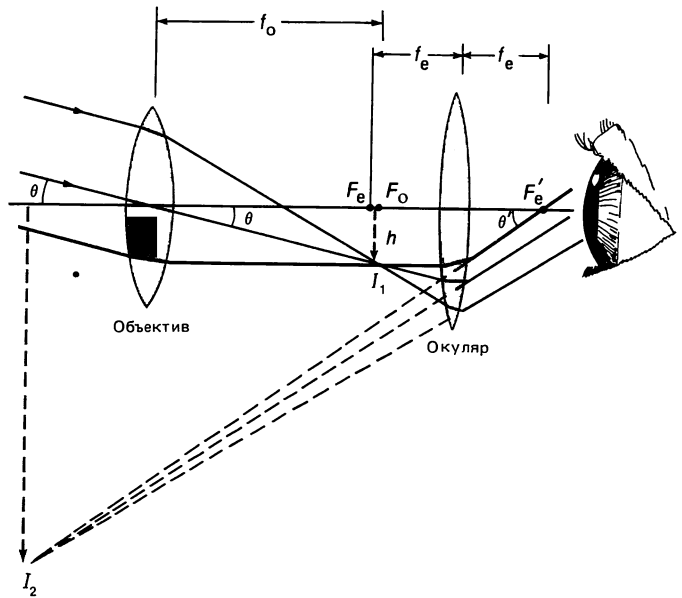
35.4. Телескопы

Телескоп применяется для увеличения объектов, находящихся на очень большом удалении. В большинстве случаев объект можно считать расположенным на бесконечности.

Хотя Галилей не был изобретателем телескопа¹⁾, именно благодаря ему телескоп стал важным и полезным прибором. Галилей первым использовал телескоп для изучения небесных тел, что привело к ряду поразительных открытий. Среди прочего Галилей открыл спутники Юпитера, фазы Венеры, солнечные пятна, структуру лунной поверхности и установил, что Млечный Путь состоит из огромного числа звезд.

¹⁾ Свой первый телескоп Галилей построил, прослышав о существовании такого инструмента в Голландии. Телескоп Галилея давал только трех- или четырехкратное увеличение, но вскоре Галилей построил телескоп, дававший 30-кратное увеличение. Первый голландский телескоп, по-видимому, датируется 1604 г. Есть указания, что он мог быть скопирован с телескопа итальянской работы 1590 г. Кеплер (гл. 5) дал описание телескопов Кеплера и Галилея (т. е. телескопов с двумя линзами) в рамках геометрической оптики (1611 г.). Первый из этих телескопов назван в честь Кеплера потому, что тот первым описал инструмент, хотя и не построил его.

Рис. 35.16. Астрономический телескоп-рефрактор.



Существует несколько типов астрономических телескопов. Обычный телескоп-рефрактор, или линзовый телескоп, иногда называемый также кеплеровским, имеет две собирающие линзы, расположенные на противоположных концах длинной трубы (рис. 35.16). Линза, обращенная к объекту, называется *объективом*; она создает действительное изображение I_1 объекта в своей фокальной точке F_o (или вблизи нее, если объект оказывается не бесконечно удаленным). Хотя изображение I_1 меньше самого объекта, оно расположено очень близко ко второй линзе, называемой *окуляр*ом и действующей как лупа. Это означает, что окуляр увеличивает создаваемое объективом изображение, в результате чего возникает второе, сильно увеличенное изображение I_2 , которое будет мнимым. Если мышцы глаза наблюдателя расслаблены, то окуляр юстируется так, чтобы изображение I_2 оказалось на бесконечности. В этом случае действительное изображение I_1 находится в фокальной точке F_e окуляра, и в случае бесконечно удаленного объекта расстояние между линзами равно $f_o + f_e$.

Чтобы определить полное увеличение кеплеровского телескопа, заметим, что угол, под которым объект виден невооруженным глазом, совпадает с углом θ , под которым объект виден из объектива телескопа. Из рис. 35.16 ясно, что $\theta \approx h/f_o$, где h – высота изображения I_1 (предполагается, что угол θ мал, и поэтому $\text{tg } \theta \approx \theta$). Обратите внимание на то, что луч, проведенный на рис. 35.16 самой жирной линией, до попадания в окуляр параллелен оси и, следовательно, проходит через фокальную точку F'_e . Таким образом, $\theta' \approx h/f_e$, и полное увеличение кеплеровского

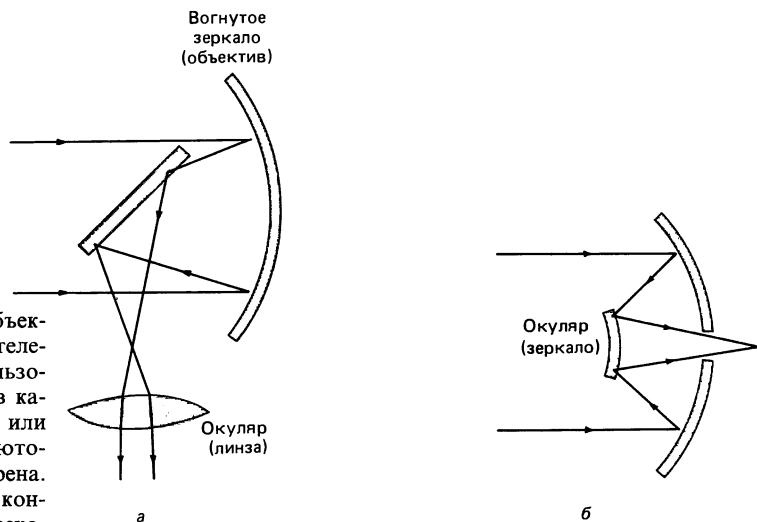


Рис. 35.17. В качестве объектива астрономического телескопа может быть использовано вогнутое зеркало, в качестве окуляра – линза или зеркало. *а* – телескоп Ньютона; *б* – телескоп Кассегрена. Существуют и другие конструктивные схемы телескопов.

телескопа равно

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_o}{f_e}. \quad (35.7)$$

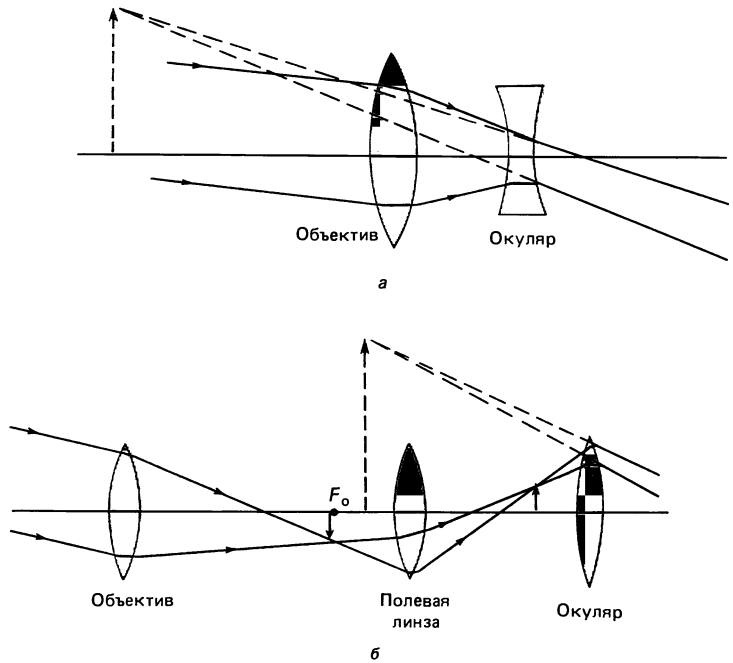
Знак минус указывает на то, что изображение перевернуто. Чтобы получить большее увеличение, в качестве объектива следует выбирать более длиннофокусную линзу, а в качестве окуляра – более короткофокусную линзу.

Для получения с помощью астрономического телескопа ярких изображений удаленных звезд объектив должен быть большим, чтобы пропускать как можно больше света. Изготавливать и шлифовать большие линзы очень трудно. Поэтому самые большие телескопы представляют собой *рефлекторы*, у которых в качестве объектива используется сферическое зеркало (рис. 35.17). У зеркала полируется только одна сторона, и оно может опираться всей своей поверхностью. (Большие линзы закрепляются по краям и могут проседать под собственной тяжестью¹⁾.) Обычно линза или зеркало, служащие окуляром (рис. 35.17), могут удаляться, и это позволяет фиксировать создаваемое объективом действительное изображение на пленку.

Зрительная труба в отличие от своего астрономического аналога – телескопа – должна давать прямое изображение. На рис. 35.18 изображены две конструктивные схемы зрительных труб. На рис. 35.18, *а* показана схема зрительной трубы (телескопа) Галилея. Именно с помощью такой трубы Галилей совершил свои выдающиеся

¹⁾ Еще одно преимущество зеркал состоит в том, что они свободны от хроматической aberrации, так как свет не проходит сквозь них. Придав зеркалам форму парабооида, можно скомпенсировать и сферическую aberrацию (разд. 35.7). Телескоп-рефлектор впервые был предложен Ньютоном.

Рис. 35.18. Зрительные трубы, дающие прямое изображение: *а* – галилеева труба; *б* – подзорная труба, или труба с полевой линзой.



астрономические открытия. В качестве окуляра в галилеевой трубе используется рассеивающая линза, которая располагается на пути сходящихся лучей до того, как они достигнут фокуса объектива. С помощью окуляра образуется мнимое прямое изображение. Такая конструкция широко используется в театральных биноклях. Галилеева труба имеет небольшую длину, но ее поле зрения оказывается довольно узким. Конструкцию, изображенную на рис. 35.18, *б*, часто называют *подзорной трубой*; в ней используется третья (полевая) линза, предназначенная для получения прямого изображения. Подзорная труба должна быть довольно длинной. Наиболее удобная из существующих конструкций – *призматический бинокль* – показана на рис. 34.20. Объективом и окуляром служат собирающие линзы. В призмах свет претерпевает полное внутреннее отражение, что позволяет сократить размеры устройства. Кроме того, они создают прямое изображение: одна призма переворачивает отражение в вертикальной плоскости, другая – в горизонтальной.

Пример 35.9. Фокусное расстояние объектива галилеева телескопа равно 28 см, а фокусное расстояние окуляра равно – 8,0 см. Каково увеличение телескопа?

Решение.

$$M = -f_o/f_e = -(28,0 \text{ см})/(-8,0 \text{ см}) = 3,5 \times .$$

35.5. Микроскоп

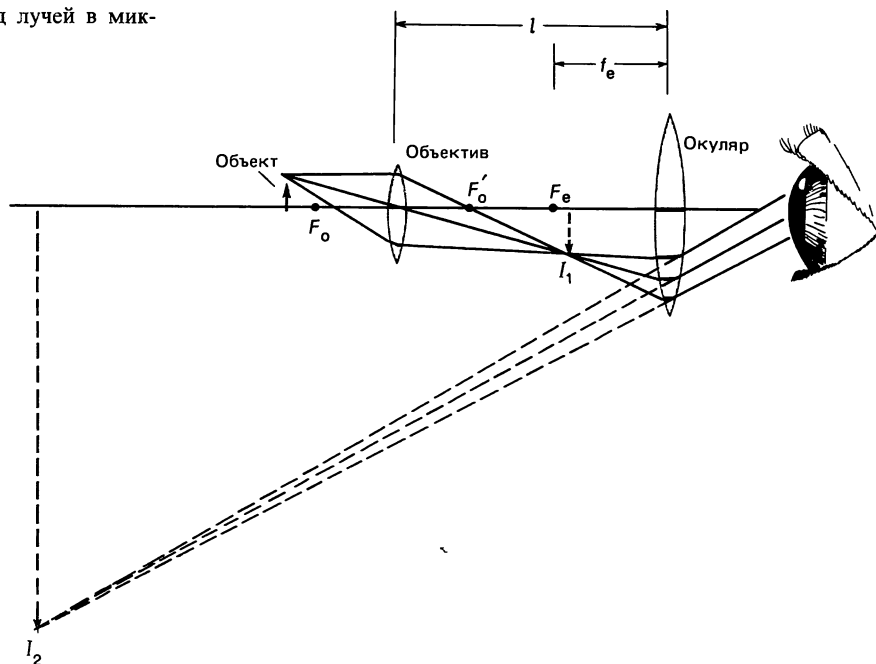
Подобно телескопу, микроскоп имеет и объектив, и окуляр (рис. 35.19). Однако принципиальная схема микроскопа отличается от схемы телескопа, так как микроскоп предназначен для наблюдения очень близких объектов, т.е. расстояние до объекта в микроскопе очень мало. Объект расположен непосредственно перед фокальной точкой объектива, как показано на рис. 35.19. Создаваемое объективом действительное изображение I_1 находится очень далеко от линзы и сильно увеличено. В свою очередь это изображение увеличивается окуляром и превращается в очень большое мнимое изображение I_2 , наблюдаемое глазом.

Полное увеличение микроскопа равно произведению увеличений объектива и окуляра. Изображение I_1 , создаваемое объективом, в M_o раз больше самого объекта. Из рис. 35.19 и формулы (35.5) для увеличения простой линзы получаем

$$M_o = \frac{d_i}{d_o} = \frac{l - f_e}{d_o},$$

где l — расстояние между линзами (равное длине тубуса); знак минус в формуле (35.5) опущен, так как он говорит лишь о том, что изображение перевернуто. Окуляр действует как простая lupa. Если предположить, что мышцы глаза расслаблены, то увеличение окуляра M_e равно [из

Рис. 35.19. Ход лучей в микроскопе.



уравнения (35.66)]

$$M_e = \frac{N}{f_e},$$

где N – расстояние наилучшего зрения (для нормального глаза $N = 25$ см). Так как окуляр увеличивает создаваемое объективом изображение, общее увеличение M равно

$$M = M_e M_o = \left(\frac{N}{f_e}\right) \left(\frac{l - f_e}{d_o}\right) \approx \quad (35.8a)$$

$$\approx \frac{Nl}{f_e f_o}. \quad (35.8б)$$

Формула (35.8б) обеспечивает достаточно высокую точность, если f_e и f_o малы по сравнению с l , так что $l - f_e \approx l$ и $d_o \approx f_o$ (рис. 35.19). Это хорошее приближение при больших увеличениях, так как последние достижимы при очень малых f_e и f_o [входящих в знаменатель формулы (35.8б)]. (Для изготовления линз с очень коротким фокусным расстоянием, пригодных в качестве объектива, приходится использовать составные линзы из нескольких элементов, чтобы избежать значительных аберраций, о которых пойдет речь в разд. 35.7.)

Пример 35.10. Микроскоп состоит из 10-кратного окуляра и 50-кратного объектива, расположенных на расстоянии 18,0 см друг от друга. Определите а) общее увеличение, б) фокусное расстояние каждой из линз и в) расположение объекта, когда окончательное изображение находится в фокусе и мышцы глаза расслаблены. Предполагается, что глаз обладает нормальным зрением с $N = 25$ см.

Решение. а) Общее увеличение равно $10 \times 50 = 500 \times$. б) Фокусное расстояние

окуляра равно $f_e = N/M_e = 25 \text{ см}/10 = 2,5$ см. в) Прежде чем находить f_o , проще определить d_o из приведенной выше формулы для M_o . Разрешая соотношение (35.8a) относительно d_o , получаем $d_o = (l - f_e)/M_o = 15,5 \text{ см}/50 = 0,31$ см. Далее из уравнения линзы получаем

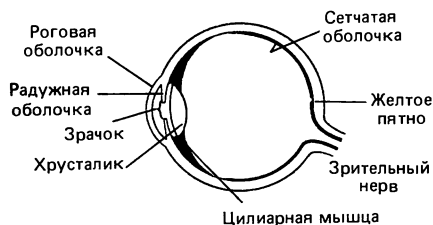
$$\frac{1}{f_o} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{0,31 \text{ см}} + \frac{1}{15,5 \text{ см}} = \frac{51}{15,5 \text{ см}},$$

откуда $f_o = 0,30$ см. в) Итак, мы вычислили расстояние $d_o = 0,31$ см, которое чрезвычайно близко к f_o .

*35.6. Человеческий глаз. Корректирующие линзы

Человеческий глаз (рис. 35.20) представляет собой замкнутый объем, в который свет попадает через линзу. У глаза имеется диафрагма, называемая *радужной оболочкой* (окрашенная часть глаза), которая автоматически регулирует количество попадающего в глаз света. Отверстие в радужной оболочке, через которое проходит свет (*зрачок*), кажется черным потому, что изнутри отражается очень мало света. *Сетчатая оболочка*, играющая роль светочувствительной пленки (как в фото- и кинокамере), выстилает заднюю поверхность глаза. Она состоит из сложного

Рис. 35.20. Строение человеческого глаза.



сплетения нервных волокон и рецепторов, известных под названиями «колбочки» и «палочки», которые преобразуют световую энергию в электрические сигналы, распространяющиеся по нервным волокнам. Построение изображения, согласно сигналам, поступающим от всех этих крохотных рецепторов, происходит главным образом в головном мозге, хотя частично анализ, по всей видимости, происходит в сложной сети нервных волокон в самой сетчатой оболочке. В центре сетчатой оболочки имеется небольшая (диаметром около 0,25 мм) область, которая называется *желтым пятном*. Желтое пятно состоит из упакованных очень плотно колбочек, и в нем достигается особая острота зрения и наиболее тонко различаются цвета.

Линза глаза (*хрусталик*) слабо преломляет световые лучи. Преломление в основном происходит на передней поверхности *роговицы* (*роговой оболочки*), которая служит также предохранительным покрытием. Хрусталик обеспечивает тонкую фокусировку глаза на различные расстояния. Эта фокусировка достигается сокращением *цилиарных мышц* (рис. 35.20), в результате которого происходит изменение кривизны хрусталика и, следовательно, его фокусного расстояния. При фокусировке на далекий объект мышцы расслабляются, и хрусталик становится тонким (рис. 35.21, а). При фокусировке на близкий объект цилиарные мышцы напрягаются, вызывая утолщение хрусталика в центре (рис. 35.21, б), и, следовательно, фокусное расстояние сокращается. Подобная юстировка называется *аккомодацией* глаза. Мы уже упоминали о том, что расстояние до ближайшей точки, на которую глаз может четко фокусироваться, называется *расстоянием наилучшего зрения*. Для молодых людей оно обычно составляет 25 см, хотя у детей глаза могут фокусировать-

Рис. 35.21. Аккомодация глаза: а – хрусталик расслаблен, глаз наведен на бесконечность; б – хрусталик утолщен, глаз наведен на близкий предмет.

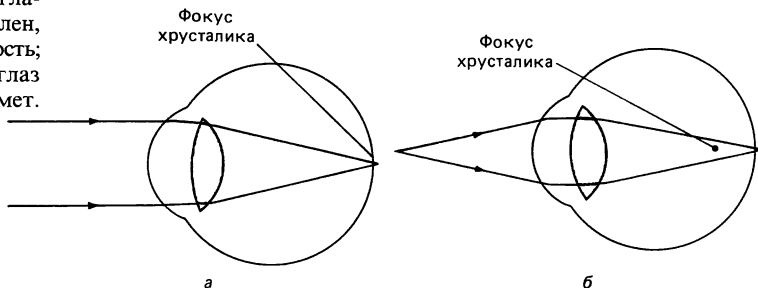
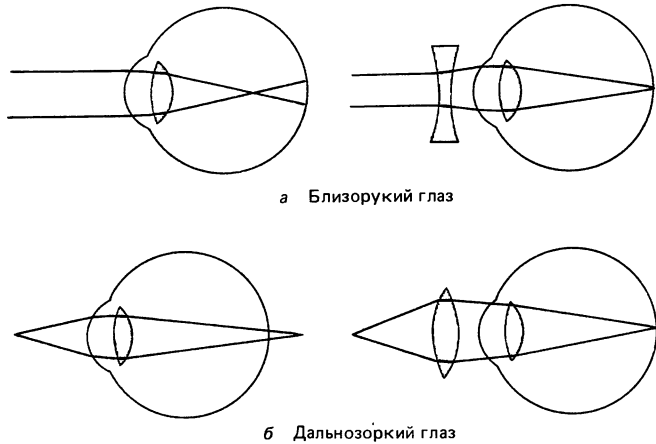
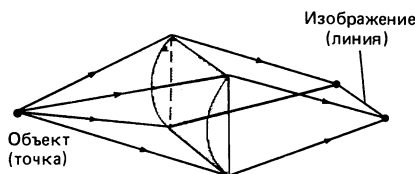


Рис. 35.22. *а* – близорукий глаз не может видеть резко далекие объекты (коррекция зрения достигается с помощью рассеивающей линзы); *б* – дальновзоркий глаз не может видеть резко близкие объекты (коррекция зрения достигается с помощью собирающей линзы).



ся и на предметах, находящихся на расстоянии всего лишь 10 см. С возрастом способность к аккомодации снижается, и расстояние наилучшего зрения возрастает. Для данного человека *пределом зрения* принято называть наибольшее расстояние, на котором он может отчетливо видеть объект. Иногда говорят о *нормальном глазе* (своего рода среднем по некоторой популяции). По определению это глаз, для которого расстояние наилучшего зрения равно 25 см, а предел зрения бесконечен. Два наиболее распространенных дефекта зрения – это близорукость и дальновзоркость. *Близорукостью*, или *миопией*, страдает глаз, который может фокусироваться только на близкие объекты; предел зрения не простирается до бесконечности, а соответствует меньшему расстоянию, поэтому далекие объекты при близорукости видны расплывчато. Обычно близорукость обусловлена продолговатым глазным яблоком, но иногда ее причиной бывает чрезмерная кривизна роговицы. И в том и в другом случае изображения далеких предметов фокусируются перед сетчаткой. Используя рассеивающую линзу, которая заставляет параллельные лучи расходиться, можно сфокусировать изображение на сетчатке (рис. 35.22, *а*) и тем самым исправить дефект. *Дальновзоркостью*, или *гиперопией*, страдает глаз, который не может фокусироваться на близких объектах. Хотя удаленные предметы дальновзоркий глаз обычно видит отчетливо, расстояние наилучшего зрения для него несколько превышает «нормальное» (25 см), и это затрудняет чтение. Указанный дефект возникает при слишком коротком глазном яблоке и (реже) при недостаточной кривизне роговицы. Для коррекции дальновзоркости применяют собирающие линзы (рис. 35.22, *б*). С гиперопией сходна *пресбиопия*, которая состоит в потере глазом способности к аккомодации с возрастом и в увеличении расстояния наилучшего зрения. И этот дефект зрения корректируется собирающими линзами. *Астигматизм* обыч-

Рис. 35.23. Цилиндрическая линза образует линейное изображение точечного объекта, поскольку действует как собирающая линза только в одной плоскости.



но связан с несферичностью роговицы или хрусталика, вследствие чего изображение точечного объекта имеет вид короткой линии. В сферическую роговицу как бы вложен цилиндрический участок. Как показано на рис. 35.23, цилиндрическая линза превращает точку в отрезок прямой, параллельный оси линзы. Страдающий астигматизмом глаз собирает лучи, например, в вертикальной плоскости на меньшем расстоянии, чем в горизонтальной. Астигматизм исправляют с помощью корректирующей цилиндрической линзы. Линзы, исправляющие близорукость или дальновзоркость зрения в сочетании с астигматизмом, шлифуют в виде комбинации сферических и цилиндрических поверхностей, поэтому радиус кривизны корректирующей линзы в различных плоскостях различен.

Оптометристы и офтальмологи характеризуют линзу не фокусным расстоянием, а величиной, обратной фокусному расстоянию. Она называется *оптической силой линзы* P :

$$P = \frac{1}{f}.$$

Единицей оптической силы линзы служит диоптрия (дптр), которая равна обратному метру: $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$. Например, линза с фокусным расстоянием 20 см имеет оптическую силу $P = 1/0,20 \text{ м} = 5,0 \text{ дптр}$. Оптическая сила собирающей линзы положительная, а рассеивающей линзы отрицательная (так как фокусное расстояние f рассеивающей линзы отрицательное; см. соглашение 1 в разд. 35.2).

Пример 35.11. У дальновзоркого человека расстояние наилучшего зрения равно 100 см. Какую оптическую силу должны иметь его линзы, чтобы он мог читать газету с расстояния 25 см? Для простоты будем считать, что линзы очков располагаются вплотную к глазам.

Решение. Мы хотим, чтобы при расстоянии объекта до линзы 25 см его изображение оказалось на расстоянии 100 см по ту же сторону от линзы, т.е. чтобы оно было мнимым (рис. 35.24). Таким образом, $d_o = 25 \text{ см}$, $d_i = -100 \text{ см}$ и

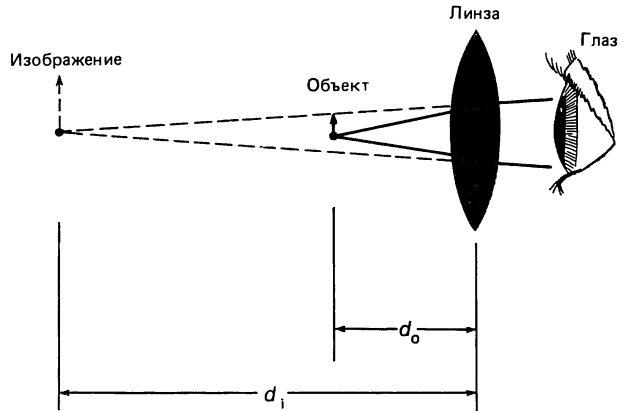
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25 \text{ см}} + \frac{1}{-100 \text{ см}} = \frac{1}{33 \text{ см}},$$

откуда $f = 33 \text{ см} = 0,33 \text{ м}$. Оптическая сила линзы $P = 1/f = +3,0 \text{ дптр}$. Знак плюс указывает на то, что линза должна быть собирающей.

Пример 35.12. Пусть близорукости отвечает расстояние наилучшего зрения 12 см и предел зрения 17 см. Какую оптическую силу должны иметь очки, чтобы человек мог отчетливо видеть далекие предметы, и каким будет в этом случае расстояние наилучшего зрения? Предполагается, что линзы очков находятся на расстоянии 2,0 см от глаза.

Решение. Изображение удаленных предметов ($d_o = \infty$) должно находиться на рас-

Рис. 35.24. Линза лупы (пример 35.11).



стоянии 17 см от глаза или 15 см перед линзой ($d_i = -15$ см):

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{15 \text{ см}} + \frac{1}{\infty} = -\frac{1}{15 \text{ см}};$$

отсюда $f = -15$ см = $-0,15$ м, или $P = 1/f = -6,7$ дптр. Знак минус указывает на то, что линза должна быть рассеивающей. Расстоянию наилучшего зрения должно соответствовать изображение, на-

ходящееся на расстоянии 12 см от глаза или на расстоянии 10 см от линзы. Поэтому $d_i = -0,10$ м и

$$\frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{0,15 \text{ м}} + \frac{1}{0,10 \text{ м}} = \frac{1}{0,30 \text{ м}};$$

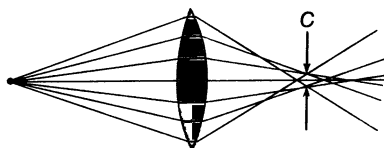
отсюда $d_o = 30$ см. Следовательно, когда близорукий человек наденет очки, его расстояние наилучшего зрения (до линзы) станет равным 30 см.

В последнем примере для коррекции зрения можно было бы использовать контактные линзы. Поскольку они помещаются непосредственно на роговицу, то в этом случае не нужно вычитать 2,0 см, и поэтому для удаленных объектов $d_i = -17$ см и $P = 1/f = -5,9$ дптр. Таким образом, при коррекции одного и того же дефекта зрения с помощью контактной линзы или очков их фокусные расстояния оказываются несколько разными из-за различия в расположении линзы относительно глаза.

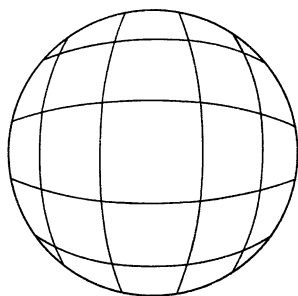
*35.7. Аберрации линз

В разд. 35.1 и 35.2 мы изложили теорию образования изображения тонкой линзой. Например, было установлено, что все лучи, выходящие из одной точки объекта, собираются линзой в одной точке, служащей ее изображением. Этот и другие аналогичные результаты были основаны на приближениях, таких, как предположение о том, что все лучи составляют малые углы относительно друг друга и поэтому $\sin \theta \approx \theta$. Именно из-за использования подобных приближений следует ожидать отклонений от простой теории. Они действительно наблюдаются и известны под названием *аббераций линзы*. Существуют аберрации нескольких типов. Мы кратко рассмотрим каждую из них в отдельности, но все аберрации могут присутствовать и одновременно.

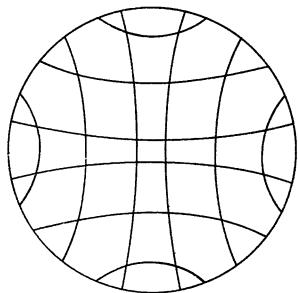
Рис. 35.25. Сферическая абберация (преувеличена). Круг наименьшего искажения образуется в точке C .



Начнем с точечного объекта, расположенного на оси линзы. Лучи, падающие на край линзы, соберутся в другой точке, нежели лучи, проходящие через центр линзы. Это явление называется *сферической абберацией* и в преувеличенном виде иллюстрируется на рис. 35.25. Следовательно, изображение, например на фотопленке, будет не точечным, а небольшим круглым пятном света. Если пленку поместить в точку C , как показано на рис. 35.25, то размеры пятна окажутся наименьшими. В этом случае светлое пятно называют *кругом наименьшего искажения*. Сферическая абберация возникает всегда при использовании сферических поверхностей. Ее можно исправить, применяя линзы с несферическими поверхностями, но шлифовка таких линз обходится очень дорого. Сферическую абберацию можно уменьшить до минимума и при использовании сферических поверхностей, делая их кривизну такой, чтобы на каждой поверхности линзы преломление было одинаковым, но такие линзы можно сконструировать только в расчете на вполне определенное расстояние до объекта. Обычно сферическую абберацию исправляют (сильно уменьшают), используя комбинацию из нескольких линз.



а



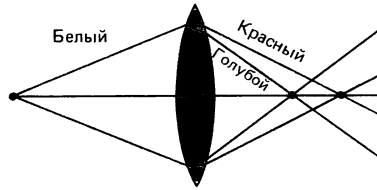
б

Рис. 35.26. Дисторсия. Линзы могут давать изображение квадратной решетки из взаимно перпендикулярных прямых с бочкообразной (а) и подушкообразной (б) дисторсией.

Для точек объекта, не лежащих на оси линзы, возникают дополнительные абберации. Лучи, падающие на различные участки линзы, вызывают размытие точечного изображения, которое уже не будет круглым. Не останавливаясь на деталях, просто упомянем, что существует два эффекта: *кома* (форма изображения напоминает комету, а не круг) и *внеосевой астигматизм*¹⁾. Кроме того, точки изображения для объектов, расположенных на одинаковом расстоянии от линзы, но вне ее оси, собираются не на плоскости, а на искривленной поверхности, т.е. фокальная поверхность оказывается неплоской. Этого следовало ожидать, так как точки на плоской поверхности, например на пленке в фото- или кинокамере, не эквидистантны относительно линзы. Такая абберация известна под названием *кривизны поля* и порождает очевидную проблему при конструировании камер и других устройств, в которых пленка располагается на плоской поверхности. В человеческом глазе кривизна поля компенсируется кривизной

¹⁾ Хотя этот эффект сходен со случаем астигматизма глаза (разд. 35.6), он обусловлен другой причиной. Человеческому глазу внеосевой астигматизм не причиняет особых неприятностей, так как наибольшая острота зрения достигается на желтом пятне, расположенном на оси хрусталика.

Рис. 35.27. Хроматическая аберрация. Свет различных цветов собирается в разных точках.



сетчатой оболочки. Другая аберрация, известная под названием *дисторсии*, обусловлена различием увеличения на разных расстояниях от оси линзы. Изображение прямолинейного объекта, расположенного не на оси линзы, может оказаться искривленным. Например, квадратная сетка может подвергаться *подушкообразной* или *бочкообразной дисторсии* (рис. 35.26). Последний дефект присущ особо широкоугольным линзам.

Все перечисленные выше аберрации происходят в монохроматическом свете и поэтому называются *монохроматическими аберрациями*. Если же свет не монохроматический, то возникает еще и *хроматическая аберрация*. Эта аберрация обусловлена дисперсией – зависимостью показателя преломления от длины волны (разд. 36.5). Например, синий свет преломляется стеклом сильнее, чем красный; поэтому если на линзу падает белый свет, то различные цвета будут фокусироваться в разных точках (рис. 35.27) и на изображении появятся окрашенные полосы. Хроматическую аберрацию можно исключить для любых двух цветов (и сильно уменьшить для всех остальных цветов), используя две линзы, изготовленные из материалов с различными показателями преломления и различной дисперсией. Обычно склеивают собирающую линзу и рассеивающую (рис. 35.28). Такая комбинация линз называется *ахроматическим дублетом* (или хроматически скорректированной линзой).

Полностью скомпенсировать все аберрации невозможно. Комбинируя две или большее число линз, можно уменьшить аберрации. Высококачественные линзы в камерах, микроскопах и других оптических приборах обычно представляют собой *сложные линзы*, состоящие из большого числа простых линз (называемых *элементами*). Типичная высококачественная линза в фото- или кинокамере содержит от шести до восьми (и более) элементов.

Для простоты мы будем изображать линзы на схемах так, как если бы они были простыми, но следует помнить, что линзы высокого качества – это сложные линзы.

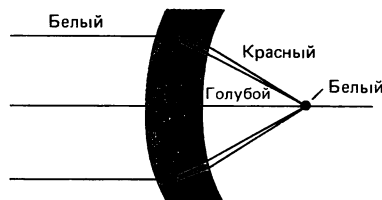


Рис. 35.28. Ахроматический дублет.

Заключение

Преломление света в линзах позволяет получать действительное или мнимое изображение. *Фокальная точка* (фокус) F линзы представляет собой точечное изображение бесконечно удаленного предмета (случай параллельно падающих лучей). Расстояние от фокальной точки до линзы называется *фокусным расстоянием* f линзы. *Уравнение шлифовщика линз* связывает фокусное расстояние линзы с показателем преломления и радиусами кривизны линзы: $1/f = (n - 1)(1/R_1 - 1/R_2)$. Положение и величину создаваемого линзой изображения можно определить, построив ход лучей. Связь расстояния до изображения d_i , расстояния до объекта d_o и фокусного расстояния дается уравнением линзы

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}.$$

Отношение высоты изображения к высоте объекта, равное поперечному (или просто) увеличению, определяется по формуле $m = (h_i/h_o) = -(d_i/d_o)$.

При использовании различных уравнений геометрической оптики важно помнить соглашение относительно знаков входящих в уравнение величин.

Простая *луна* представляет собой собирающую линзу, которая создает мнимое изображение объекта, находящегося в фокальной точке (или в ее окрестности). Угловое увеличение для случая нормального глаза с расслабленными мышцами равно $M = N/f$, где f – фокусное расстояние линзы, N – расстояние наилучшего зрения (25 см для «нормального» глаза).

Астрономический телескоп состоит из объектива (линзы или зеркала) и окуляра, который увеличивает создаваемое объективом действительное изображение. Увеличение равно отношению фокусных расстояний объектива и окуляра; изображение в телескопе перевернутое. Зрительная труба снабжена дополнительными линзами, призмами или рассеивающей линзой в качестве окуляра, поэтому окончательное изображение будет прямым.

В *микроскопе* в качестве объектива и окуляра также используются две линзы и окончательное изображение перевернутое. Полное увеличение определяется как произведение увеличений двух линз и приблизительно равно $(N/f_e)/(l/f_o)$, где l – расстояние между линзами, N – расстояние наилучшего зрения (обычно $N = 25$ см), f_o и f_e – фокусные расстояния объектива и окуляра.

Вопросы

1. Где следует расположить пленку, если камера предназначена для получения четкого изображения очень далеких объектов?

2. Может ли рассеивающая линза при каких-либо условиях создавать действительное изображение? Объясните.

3. Почему фокусное расстояние собирающей линзы должно быть короче, чем у рассеива-

ющей, если мы хотим с помощью собирающей линзы определить фокусное расстояние рассеивающей линзы, как в примере 35.6?

4. Чем толще двояковыпуклая линза в центре по сравнению с краями, тем короче фокусное расстояние линзы при заданном ее диаметре. Объясните.

5. Линза изготовлена из материала с показателем преломления $n = 1,30$. В воздухе она действует как собирающая линза. Будет ли она собирающей, если ее поместить в воду? Поясните ответ построением хода лучей.

6. Сравните уравнение зеркала (34.3) с уравнением линзы (35.4). Обратите сходство и различие. Сравните также соглашения о знаках величин, входящих в оба уравнения.

7. Докажите, что действительное изображение, создаваемое тонкой линзой, всегда перевернутое, в то время как мнимое изображение всегда прямое, если объект реальный.

8. Световые лучи обратимы. Совместимо ли это с уравнением линзы?

9. Можно ли спроецировать действительные изображения на экран? А мнимые изображения? Можно ли сфотографировать эти изображения? Не торопитесь с ответом!

10. Несимметричная (например, плоско-выпуклая) линза создает изображение близкого предмета. Изменится ли положение изображения, если линзу перевернуть?

11. Тонкую собирающую линзу приблизили к объекту. Изменится ли при этом а) положение и б) величина изображения? Если изменится, то как?

12. Опишите все условия, при которых собирающая линза создает а) изображение, превышающее объект; б) мнимое изображение; в) прямое изображение; г) увеличение $+1$ и -1 .

13. Опишите все условия, при которых рассеивающая линза создает а) изображение, превышающее объект; б) мнимое изображение; в) прямое изображение; г) увеличение $+1$ и -1 .

14. Зависит ли фокусное расстояние линзы от окружающей ее среды? А фокусное расстояние сферического зеркала? Объясните.

15. Подводная линза представляет собой заполненный воздухом тонкостенный контейнер. Какой должна быть форма контейнера, чтобы линза была а) собирающей; б) рассеивающей? Поясните ответ построением хода лучей.

16. При каких условиях изображенная на рис. 35.5, а двояковыпуклая линза будет рассеивающей?

17. Дополните диаграмму хода лучей на рис. 35.18, а, указав, где находятся промежуточное изображение и фокальные точки.

18. Почему при наводке на более близкий объект линзу камеры приходится удалять от пленки на большее расстояние?

19. В камере-обскуре вместо линзы используется маленькое отверстие. Построив ход лучей, покажите, как, пользуясь камерой-обскурой, можно получить достаточно четкие изображения. Рассмотрите, в частности, два точечных объекта, отстоящие друг от друга на 2,0 см и находящиеся на расстоянии 1,0 м от камеры-обскуры с диаметром входного отверстия 1 мм. Докажите, что на пленке на расстоянии 5 см за отверстием каждый объект создает небольшое, легко разрешимое пятно.

*20. Почему бифокальные очки требуются главным образом пожилым, а не молодым людям?

*21. Объясните, почему пловцы с хорошим зрением видят под водой далекие объекты размытыми. Построив ход лучей, покажите, почему очки или маски решают эту проблему.

*22. Будет ли близорукий человек, носящий корректирующие линзы, отчетливо видеть с ними под водой? Свой ответ (утвердительный или отрицательный) поясните, построив ход лучей.

*23. Человеческий глаз во многом напоминает камеру, однако если затвор открыт и камера движется, то изображение размывается, а вот если вам случится двинуть головой, не закрывая при этом глаз, то вы все равно будете видеть все вполне отчетливо. Объясните.

*24. В качестве стекол в очках для чтения используются собирающие линзы. Простая лупа – тоже собирающая линза. Можно ли на этом основании считать, что очковые стекла – это лупы? Обсудите сходство и различия между собирающими линзами, используемыми в качестве очковых стекол и луп.

*25. Какое изображение образуется на сетчатой оболочке человеческого глаза: прямое или перевернутое? Что следует из этого для нашего восприятия объектов?

*26. В недорогих микроскопах для детей изображения обычно бывают окрашены по краям. Почему?

*27. Сферическая аберрация тонкой линзы сводится до минимума, если лучи одинаково преломляются на обеих поверхностях. Если для получения действительного изображения удаленного объекта используется плоско-выпуклая линза, то какой поверхностью она должна быть обращена к объекту? Постройте ход лучей, чтобы пояснить свой ответ.

*28. Какие из аберраций, присущих простым линзам, отсутствуют (или сильно ослаблены) у человеческого глаза?

*29. Объясните, почему хроматическая аберрация наблюдается у тонких линз, но отсутствует у зеркал?

Задачи

Раздел 35.1

1. (II) а) Пусть радиус кривизны поверхности на рис. 35.1 равен $R = 32$ см. Если $n_1 = 1,00$ и $n_2 = 1,50$, то где будет изображение удаленного объекта? б) Можно ли назвать это место фокальной точкой поверхности? Если да, то существует ли у поверхности вторая фокальная точка (как у линзы)? Если существует, то где она расположена? в) Где находится изображение объекта, расположенного на расстоянии $1,12$ м от поверхности?
2. (II) Какой кажется глубина озера наблюдателю в примере 35.1, если он смотрит под углом 45° ?
3. (II) Плоскопараллельная стеклянная пластина ($n = 1,56$) толщиной 20 см лежит на поверхности воды в бассейне глубиной 20 см. а) На какой глубине от верхней поверхности пластины наблюдатель увидит дно бассейна, глядя сверху вниз по вертикали? б) А если наблюдатель смотрит под углом 45° ?
4. (III) Докажите справедливость уравнения (35.1) для выпуклых и вогнутых сферических поверхностей и для различных расположений объектов и изображений, если придерживаться соглашений, принятых в разд. 35.1. Докажите это, построив ход лучей для всех возможных случаев по аналогии с рис. 35.2. Рассмотрите случаи $n_2 > n_1$ и $n_2 < n_1$.

Раздел 35.2

5. (I) Изображение объекта, находящегося на расстоянии $32,0$ см перед линзой, расположено на расстоянии $43,0$ см за линзой. Какого типа эта линза и чему равно ее фокусное расстояние? Является изображение действительным или мнимым?
6. (I) Изображение объекта, находящегося на расстоянии $34,0$ см перед линзой, расположено на расстоянии $11,0$ см перед этой линзой (т. е. по ту же сторону линзы, что и объект). Какого типа эта линза и чему равно ее фокусное расстояние? Является изображение действительным или мнимым?
7. (I) Поверхности двояковыпуклой линзы имеют один и тот же радиус кривизны $28,0$ см. Чему равен показатель преломления линзы, если ее фокусное расстояние равно $26,2$ см?
8. (I) Плоско-выпуклая линза должна иметь фокусное расстояние $18,0$ см. Каким должен быть радиус кривизны выпуклой поверхности линзы из плавленого кварца?
9. (I) Каковы размеры изображения Солнца на пленке, если фокусное расстояние объектива камеры равно 50 мм? Диаметр Солнца $1,4 \times 10^6$ км, расстояние до Солнца $1,5 \cdot 10^8$ км.

10. (II) Собирающая линза с фокусным расстоянием $22,0$ см расположена на расстоянии $15,0$ см от рассеивающей линзы. На рассеивающую линзу падает параллельный пучок света. После собирающей линзы пучок вновь оказывается параллельным. Чему равно фокусное расстояние рассеивающей линзы?

11. а) Насекомое размером $1,50$ см находится на расстоянии $1,3$ м от линзы с фокусным расстоянием $+135$ мм. Где будет изображение? Каковы его размеры (высота)? Какого оно типа? б) Повторите решение задачи для случая рассеивающей линзы с фокусным расстоянием -135 мм.

12. (II) Докажите аналитически, что рассеивающая линза не может создавать действительное изображение реального объекта. Можете ли вы описать ситуацию, в которой с помощью рассеивающей линзы удастся получить действительное изображение?

13. (II) Линза с показателем преломления n погружена в среду с показателем преломления n' ($n' \neq 1$). Выведите для этого случая уравнения, эквивалентные (35.2)–(35.5).

14. (II) На каком расстоянии от собирающей линзы с фокусным расстоянием $21,5$ см должен находиться объект, если его изображение должно иметь увеличение $3,00$ и быть а) мнимым; б) действительным. Решите ту же задачу для рассеивающей линзы с тем же фокусным расстоянием.

15. (II) Слайд шириной 35 мм (в действительности слайд имеет стандартные размеры 24×36 мм) надо спроецировать на экран размером $1,20 \times 1,80$ м, установленный на расстоянии $45,0$ м от проектора. Каким должно быть фокусное расстояние линзы объектива проектора, чтобы изображение покрывало весь экран?

16. (II) Докажите, аналитически, что изображение, создаваемое собирающей линзой, будет действительным и перевернутым, если объект находится за фокальной точкой ($d_o > f$), и мнимым и прямым, если объект находится ближе фокальной точки ($d_o < f$). Опишите изображение в том случае, когда объектом служит мнимое изображение (создаваемое другой линзой) и $-d_o > f$, а также в случае $0 < -d_o < f$.

17. (II) Рассеивающая линза приставлена вплотную к собирающей линзе с фокусным расстоянием f_c , как на рис. 35.13. Докажите, что если f_T – фокусное расстояние комбинации линз, то фокусное расстояние f_D рассеивающей линзы дается формулой

$$\frac{1}{f_D} = \frac{1}{f_T} - \frac{1}{f_c}.$$

18. (II) а) Докажите, что если две линзы с фокусными расстояниями f_1 и f_2 приставлены

вплотную друг к другу, то фокусное расстояние f_T их комбинации дается формулой $f_T = f_1 f_2 / (f_1 + f_2)$. б) Обобщите формулу на случай трех находящихся в контакте линз.

19. (II) На каком расстоянии друг от друга находятся объект и его изображение, создаваемое собирающей линзой с фокусным расстоянием 65 см, если изображение в 3,0 раза превышает объект и является действительным?

20. (II) Двояковыпуклая линза (рис. 35.5, а) из крона имеет радиусы кривизны 21,5 и 17,2 см. Где находится изображение и каково увеличение объекта, если он находится от линзы на расстоянии а) 135 см; б) 46,5 см?

21. (II) Докажите, что уравнение линзы можно представить в *ньютонской форме*:

$$xx' = f^2,$$

где x – расстояние от объекта до фокальной точки с передней стороны линзы, x' – расстояние от изображения до фокальной точки с другой стороны линзы.

22. (II) Рассеивающую линзу с $f = -32,5$ см поместили на расстоянии 11,0 см за собирающей линзой с $f = 14,5$ см. Где будет изображение бесконечно удаленного объекта?

23. (II) Две собирающие линзы с фокусным расстоянием 32,0 см помещены на расстоянии 21,5 см друг от друга. Объект расположен на расстоянии 55,0 см перед одной из линз. Где будет находиться окончательное изображение, создаваемое второй линзой? Чему равно полное увеличение?

24. (II) Яркий объект находится по одну сторону от собирающей линзы с фокусным расстоянием f , а белый экран для просмотра изображения – по другую сторону. Расстояние $d_T = d_i + d_o$ между объектом и экраном остается неизменным, а линзу можно передвигать. Докажите, что а) при $d_T > 4f$ четкое изображение на экране получается при *двух* положениях линзы; б) при $d_T < 4f$ нельзя получить четкое изображение, где бы ни находилась линза. в) Определите расстояние между двумя изображениями в п. «а» и отношение размеров этих изображений.

Раздел 35.3

25. (I) Лупа с 3-кратным увеличением для нормального глаза фокусируется на изображение вблизи расстояния наилучшего зрения. а) Чему равно фокусное расстояние лупы? б) Каким будет фокусное расстояние лупы с 3-кратным увеличением в случае глаза с расслабленными мышцами?

26. (I) Линза с фокусным расстоянием 6,0 см используется в качестве простой лупы. Где

должен находиться объект для получения максимального увеличения в случае нормального глаза?

27. (II) У ребенка расстояние наилучшего зрения составляет около 10 см. Какое максимальное увеличение может получить этот ребенок, используя лупу с фокусным расстоянием 8,8 см? Сравните это увеличение с тем, которое достижимо в случае нормального глаза.

28. (II) Наблюдатель рассматривает объект шириной 2,50 мм сквозь линзу с фокусным расстоянием 8,50 см. Нормальный глаз видит изображение на расстоянии своего наилучшего зрения. Вычислите а) угловое увеличение; б) ширину изображения; в) расстояние от линзы до объекта.

29. (II) Небольшое насекомое находится на расстоянии 3,80 см перед линзой с фокусным расстоянием + 4,00 см. Вычислите а) где находится изображение; б) его угловое увеличение.

30. (II) Лупа дает 3,3-кратное увеличение для нормального глаза, когда мышцы расслаблены. Каким будет увеличение для глаза с расслабленными мышцами, если расстояние наилучшего зрения для него равно а) 40 см; б) 15 см?

Раздел 35.4

31. (I) Каково увеличение астрономического телескопа, если фокусное расстояние объектива равно 50 см, а фокусное расстояние окуляра 3,1 см? Чему равна полная длина телескопа, настроенного на глаз с расслабленными мышцами?

32. (I) Астрономический телескоп состоит из объектива с фокусным расстоянием 80 см и окуляра с оптической силой + 46 дптр. Чему равно полное увеличение такого прибора?

33. (I) Чему равна оптическая сила астрономического телескопа-рефлектора, если радиус кривизны его зеркала составляет 4,80 м, а фокусное расстояние окуляра равно 2,6 см?

34. (II) Заблудившийся в горах адвокат пытается изготовить самодельную зрительную трубу из стекол своих очков для чтения. Оптическая сила стекол равна + 1,5 и + 6,0 дптр. а) Какое максимальное увеличение может давать эта самодельная зрительная труба? б) Каковую из линз следует выбрать в качестве окуляра?

35. (II) Галилеев телескоп, настроенный для глаза с расслабленными мышцами, имеет длину 33 см. Какое увеличение он дает, если фокусное расстояние объектива равно 36 см?

36. (II) 50-кратный астрономический телескоп настроен для глаза с расслабленными мышцами; при этом расстояние между объективом и окуляром равно 84 см. Чему равно фокусное расстояние каждой линзы?

37. (II) Фокусное расстояние объектива 6-кратного бинокля равно 24 см. Чему равно увеличение, если бинокль наведен на объект, находящийся на расстоянии 4,0 м? [6-кратное увеличение относится к удаленным объектам; уравнение (35.7) выполняется только для удаленных, а не для близких объектов.]

Раздел 35.5

38. (I) Линза объектива 900-кратного микроскопа имеет фокусное расстояние 0,40 см. Чему равно фокусное расстояние его окуляра, если длина тубуса составляет 16,8 см? Предполагается, что глаз нормальный и окончательное изображение находится на бесконечности.

39. (II) Фокусное расстояние окуляра микроскопа равно 2,50 см, а у объектива $f = 0,800$ см. Объект находится на расстоянии 0,850 см от объектива. Вычислите а) расстояние между линзами, когда микроскоп настроен для глаза с расслабленными мышцами; б) полное увеличение.

40. (II) Микроскоп имеет 15-кратный окуляр и 40-кратный объектив, расстояние между которыми составляет 17,5 см. Вычислите а) полное увеличение; б) фокусное расстояние каждой из линз. в) Определите, где должен находиться объект, чтобы нормальный глаз с расслабленными мышцами видел его сфокусированным.

41. (II) Фокусное расстояние окуляра микроскопа равно 2,0 см, а объектива 1,0 см. Вычислите а) где находится объект, если расстояние между линзами равно 18,0 см; б) полное увеличение для нормального глаза с расслабленными мышцами.

42. (II) Решите задачу 41 в предположении, что конечное изображение находится на расстоянии 25 см от окуляра (т. е. на расстоянии наилучшего зрения).

Раздел 35.6

*43. (I) Какую оптическую силу должны иметь очки для чтения, чтобы их владелец с расстоянием наилучшего зрения 120 см мог читать на расстоянии 25 см? Расстояние от линз до глаз предполагается равным 2,0 см.

*44. (I) Левый глаз человека корректируется линзой $-6,5$ дптр. а) Близорук этот человек

или дальнорук? б) Чему равен предел зрения этого человека без очков?

*45. (I) Левый глаз человека может отчетливо различать объекты только в пределах от 18 до 36 см. а) Какой оптической силы контактная линза необходима этому человеку, чтобы он мог отчетливо видеть удаленные предметы? б) Каким при этом будет у него расстояние наилучшего зрения?

*46. (II) Пятидесятилетний человек пользуется при чтении газеты с расстояния наилучшего зрения линзами $+2,5$ дптр. Через десять лет он обнаруживает, что может читать в тех же очках газету, только держа ее на расстоянии 45 см. Какие очки нужны ему теперь?

*47. (II) Женщина отчетливо видит правым глазом объекты на расстоянии от 35 до 210 см. Какой рецепт на бифокальные очки следует ей выписать, чтобы она могла отчетливо видеть далекие предметы (сквозь верхнюю часть стекол) и читать книгу с расстояния 25 см (сквозь нижнюю часть стекол)? Предполагается, что линзы находятся от глаз на расстоянии 2,0 см.

*48. (II) Линзу $-3,0$ дптр держат на расстоянии 20 см от муравья размером 1,0 мм. Где находится изображение, какого оно типа и каков его размер?

*49. (II) Стеклянная линза ($n = 1,55$) в воздухе имеет оптическую силу $+3,0$ дптр. Чему равна оптическая сила этой линзы, если ее погрузить в воду?

*50. (II) Докажите, что если две линзы с оптической силой P_1 и P_2 привести в контакт, то оптическая сила этой комбинации линз будет равна $P = P_1 + P_2$. б) Оптометрист установил, что пациент отчетливо видит, если использовать комбинацию из трех соприкасающихся линз с фокусными расстояниями 60, -20 и 100 см. Какой оптической силы линзы следует выписать этому пациенту?

*51. (II) Одна из линз в очках близорукого человека имеет фокусное расстояние $-22,0$ см и находится на расстоянии 1,6 см от глаза. Каким должно быть фокусное расстояние контактной линзы у этого глаза, если человек решил заменить очки контактными линзами?

*52. Яблоко нормального глаза имеет в длину 2,00 см. Насколько длинее глазное яблоко близорукого человека из примера 35.11?