39 Специальная теория относительности

К концу XIX в. в физике насчитывалось немало выдающихся достижений. Теории, развитые в течение трех предшествовавших столетий, позволили весьма успешно объяснить широкий круг явлений природы. Ньютоновская механика прекрасно объяснила движение предметов на Земле и небесных тел. Она заложила основы успешного развития гидродинамики, теории волнового движения и акустики. Кинетическая теория привела к объяснению свойств газов и других сред. Электромагнитная теория Максвелла не только свела воедино и объяснила электрические и магнитные явления, но и предсказала существование электромагнитных волн, которые во всем вели себя подобно свету; так возникло представление об электромагнитной природе света. Казалось, что внешний мир, по крайней мере в том виде, как он представлялся физикам, получил вполне удовлетворительное объяснение. Лишь немногие из проблем оставались нерешенными, но, по всеобщему мнению, недолго оставалось ждать того момента, когда и они получат свое решение на основе уже известных принципов.

Но в действительности события развивались не столь просто. Проблемы, о которых мы только что упоминали, удалось решить лишь в начале 20-х годов XX в. благодаря созданию двух новых революционных теорий, существенно изменивших все наши представления о природе: теории относительности и квантовой теории.

Физику в том виде, в каком она была известна к концу XIX в. (а до сих пор в книге речь шла именно об этой физике), принято называть классической физикой. Новая физика, возникшая в результате великой научной революции на рубеже XIX в., получила название современной физики. В этой главе мы изложим специальную теорию относительности, начала которой были заложены Альбертом Эйнштейном в 1905 г. В последующих главах мы познакомимся с не менее значительной квантовой теорией, а затем изложим основы ядерной физики и физики элементарных частиц.

39.1. Относительность Галилея – Ньютона

Специальная теория относительности Эйнштейна занимается изучением того, какими мы видим события, в особенности как выглядят объекты и события в различных системах отсчета[1]. Разумеется, этот вопрос обсуждали еще Галилей и Ньютон, и сначала мы познакомимся с более ранними представлениями.

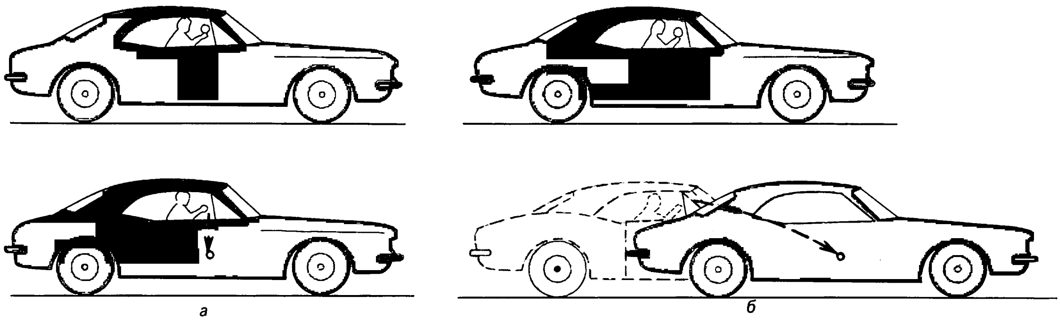
Нам придется иметь дело главным образом с так называемыми **инерциальными системами отсчета**. Как уже говорилось в разд. 4.5, под инерциальной системой отсчета принято понимать такую систему отсчета, в которой выполняется первый закон Ньютона – закон инерции. По первому закону Ньютона, если на тело со стороны других тел не действует результирующая сила, то оно либо остается в состоянии покоя, либо продолжает двигаться равномерно и прямолинейно. Вращающиеся или ускоряемые любым другим способом системы отсчета являются неинерциальными системами, и мы не будем их здесь рассматривать[2]. Землю, поскольку она вращается, нельзя считать вполне инерциальной системой отсчета, но для большинства наших целей связанную с Землей систему отсчета в достаточно хорошем приближении можно принять за инерциальную.

Система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно инерциальной системы отсчета, также инерциальна.

И Галилей, и Ньютон глубоко сознавали то, что мы сегодня называем *принципом относительности*, согласно которому *основные законы физики должны быть одинаковы во всех инерциальных системах отсчета*. В справедливости принципа относительности нас убеждает повседневный опыт; например, в равномерно (с постоянной скоростью) движущемся поезде или самолете тела движутся так же, как на земле. (Мы предполагаем, что нет ни вибрации, ни качки, поскольку они делают нашу систему отсчета неинерциальной.) В вагоне поезда или на борту самолета вы ходите, пьете бульон из чашки, играете в пинг-понг или роняете на пол карандаш, и при этом все тела движутся так же, как на земле. Предположим, что вы находитесь в автомашине, мчащейся с постоянной скоростью. Подняв над головой монету, вы выпускаете ее из рук. Как она будет падать? Монета упадет отвесно вниз и ударится об пол в точке, расположенной на одной верти-

[1] Системой отсчета называется система координатных осей, жестко связанная с каким-нибудь телом (или группой тел), например с Землей, поездом, Луной и т. п. (разд. 2.2).

[2] На вращающейся платформе (например, на карусели) тело начинает двигаться к ее периферии, даже если на него не действует сила. Следовательно, вращающаяся платформа – неинерциальная система отсчета.



а

Система отсчета – машина

б

Система отсчета—земля

Рис. 39.1. Человек, сидящий в машине, роняет монету. В системе отсчета, связанной с машиной, монета падает по вертикали (*а*). В системе отсчета, связанной с землей, монета описывает параболу (*б*). Вверху машина изображена в тот момент, когда сидящий в ней человек выпускает монету; внизу – через некоторое время.

кали с той точкой, где вы ее выпустили из рук (рис. 39.1, *а*). (Если вы выпустите монету из руки, вытянутой из окна автомашины, то ничего подобного не произойдет, так как встречный поток воздуха отбросит монету назад.) Именно так – отвесно вниз – падают предметы на земле, и наш эксперимент в движущейся автомашине протекает в соответствии с принципом относительности.

При разборе этого опыта следует обратить внимание на то, что с точки зрения наблюдателя, стоящего на земле, предмет, выпущенный из рук в автомашине, движется по кривой (рис. 39.1, *б*). Реальная траектория предмета оказывается, таким образом, различной в разных системах отсчета. Это отнюдь не нарушает принципа относительности, поскольку он утверждает, что *законы* физики остаются неизменными во всех инерциальных системах отсчета. Закон всемирного тяготения и законы движения Ньютона справедливы в обеих системах отсчета. Различие между рис. 39.1, *а* и *б* состоит в том, что в системе отсчета, связанной с землей, у монеты имеется начальная скорость, равная скорости автомашины. Законы физики предсказывают, что, подобно любому брошенному телу, монета опишет параболическую траекторию. В системе отсчета, связанной с автомашиной, начальная скорость равна нулю, и законы физики предсказывают, что монета будет падать отвесно вниз. Таким образом, законы в обеих системах отсчета остаются одними и теми же, хотя траектории монеты различны[1].

Относительность Галилея – Ньютона исходит из некоторых не поддающихся проверке допущений, которые опираются на наш повседневный опыт. Предполагается,

[1] Аналогичный опыт описал и предсказал его исход (совпадающий с описанным нами) Галилей в своем сочинении «Диалог о двух главных системах мира – птолемеевой и коперниковой». В примере Галилея речь шла о моряке, уронившем нож с верхушки мачты на парусном судне. Если судно движется с постоянной скоростью, то где нож воткнется в палубу (вращением Земли Галилей пренебрег)?

что длина тел одинакова в любой системе отсчета и что время в различных системах отсчета течет одинаково. В классической механике пространство и время считаются *абсолютными*: результаты пространственных и временных измерений не изменяются при переходе из одной системы отсчета в другую. Предполагается, что масса тела, а также все силы остаются неизменными при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

Разумеется, положение тела и его скорость в разных системах отсчета различны. Например, пассажир может идти по салону автобуса к месту водителя со скоростью 5 км/ч. Но если автобус движется со скоростью 40 км/ч относительно земли, то скорость человека относительно земли составит 45 км/ч. Согласно классической механике, ускорение тела одинаково в любой инерциальной системе отсчета. Так происходит потому, что скорость и время изменяются одинаково. Например, пассажир автобуса может ускорить свое движение от 0 до 5 км/ч за 1,0 с. Тогда в системе отсчета, связанной с автобусом, ускорение пассажира равно $a = 5$(км/ч)/с. Относительно земли его ускорение составит (45 км/ч–40 км/ч)/(1,0 с) = 5(км/ч)/с, т. е. ту же самую величину.

Поскольку при переходе из одной инерциальной системы в другую величины F, m и a не изменяются, остается неизменным и второй закон Ньютона: $F = ma$. Тем самым второй закон Ньютона удовлетворяет принципу относительности. Нетрудно показать, что и другие законы механики удовлетворяют принципу относительности.

Из того, что законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, следует важный вывод: ни одна инерциальная система отсчета ничем не выделена по сравнению с любой другой инерциальной системой. Именно в этом смысле мы говорим, что *все инерциальные системы координат эквивалентны* с точки зрения описания механических явлений. Ни одна инерциальная система отсчета ничем не лучше любой другой инерциальной системы отсчета. Система отсчета, связанная с автомашиной или самолетом, которые движутся равномерно и прямолинейно, ничем не уступает системе отсчета, связанной с землей. Если вы мчитесь без толчков и качки в автомашине или самолете, то можно с равным основанием утверждать, что вы покоитесь, а земля движется, т. е. обратное. Не существует эксперимента, с помощью которого можно было бы установить, какая система отсчета «действительно» покоится и какая движется. Следовательно, не существует способа выделить систему отсчета, которая находилась бы в состоянии абсолютного покоя.

Во второй половине XIX в. ситуация несколько изменилась. Развивая последовательно и чрезвычайно успешно свою теорию электромагнетизма (гл. 33), Максвелл показал, что свет можно рассматривать как электромагнитную волну. Уравнения Максвелла позволили предсказать, что скорость света c равна $3{,}00 \cdot 10^8$ м/с, и это предсказание совпадает с измеренным значением в пределах ошибки эксперимента. При этом возникает вопрос: в какой системе отсчета скорость света имеет значение, предсказанное теорией Максвелла? Предполагалось, что в разных системах отсчета скорость света различна. Например, если бы наблюдатель на борту космического корабля приближался к какому-нибудь источнику света со скоростью $1{,}0 \cdot 10^8$ м/с, то следовало бы ожидать, что, измеряя скорость доходящего до него света, такой наблюдатель получил бы величину $3{,}0 \cdot 10^8$ м/с + $1{,}0 \cdot 10^8$ м/с = $4{,}0 \times 10^8$ м/с. Но в уравнениях Максвелла не предусмотрено никаких оговорок насчет относительной скорости. Теория Максвелла просто предсказывала, что скорость света равна $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ м/с. Это, по-видимому, предполагало, что должна существовать выделенная система отсчета, в которой скорость света c имела бы такое значение.

В гл. 15 и 16 было показано, что волны распространяются по поверхности воды, вдоль веревок и струн, а звуковые волны распространяются в воздухе и других средах. Так как физики XIX в. рассматривали материальный мир с точки зрения законов механики, для них было естественным предположение, что и свет также распространяется в какой-то *среде*. Они назвали эту прозрачную среду *эфиром* и предположили, что она заполняет все пространство[1]. Тем самым физики XIX в. предполагали, что предсказываемое уравнениями Максвелла значение скорости света достигается в системе отсчета, связанной с эфиром.

Однако оказалось, что уравнения Максвелла (гл. 33) *не удовлетворяют* принципу относительности. Они не одинаковы в различных инерциальных системах отсчета. Наиболее простой вид уравнения Максвелла принимали в системе отсчета, в которой $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с, т. е. в системе отсчета, покоящейся относительно эфира. В любой другой системе отсчета в уравнения Максвелла было необходимо вводить добавочные члены, которые учитывали бы относительную скорость. Таким образом, хотя большинство законов физики удовлетворяло принципу относительности, законы электричества и магнетизма (электромагнетизма или электродинамики) принципу относительности заведомо не удовлетворяли. Казалось, что уравнения Максвелла позволяют выделить одну систему отсчета и отдать

---

[1] Воздух не мог быть средой, в которой распространяются световые волны, так как почти весь путь от Солнца к Земле свет проходит в безвоздушном пространстве. Именно поэтому и было постулировано существование иной среды – эфира. Эфир был не только прозрачен. Поскольку обнаружить его оказалось трудно, предполагалось, что эфир имеет нулевую плотность. Свойства эфира были, таким образом, аналогичны свойствам флогистона – гипотетической субстанции, с которой некогда связывали тепло. Впоследствии теория флогистона была отвергнута.

ей предпочтение перед другими, а именно ту, которую можно было считать абсолютно покоящейся системой отсчета.

Физики принялись определять скорость Земли относительно этой абсолютной системы отсчета. Была задумана и осуществлена серия остроумных экспериментов. Самое прямое измерение скорости Земли относительно эфира было проведено А. А. Майкельсоном и Э. В. Морли. Детали этого эксперимента мы обсудим в следующем разделе. Кратко суть его сводилась к измерению скорости света в различных направлениях. Майкельсон и Морли ожидали обнаружить различие в скорости света в зависимости от ориентации их экспериментальной установки относительно эфира. Подобно тому как лодка имеет различную скорость относительно земли в зависимости от того, движется ли она вверх по течению, вниз по течению или поперек течения, так и свет по замыслу Майкельсона и Морли должен был бы распространяться с различной скоростью в зависимости от скорости «обтекания» эфиром Земли.

Как ни странно, но никакого различия в скорости света им обнаружить не удалось. Отрицательный результат эксперимента Майкельсона и Морли был неожиданным и непонятным. В течение нескольких лет было предложено несколько объяснений, но одни приводили к противоречиям, а другие так и не стали общепринятыми.

И только в 1905 г. Альберт Эйнштейн предложил радикально новую теорию, позволившую легко решить многие проблемы. Как мы вскоре увидим, теория Эйнштейна полностью изменила наши представления о пространстве и времени.

*39.2. Эксперимент Майкельсона – Морли[1)]

Эксперимент Майкельсона – Морли был задуман и осуществлен для измерения скорости *эфира* (среды, в которой по предположению распространялся свет) относительно Земли. Экспериментаторы надеялись найти абсолютную систему отсчета, которую можно было бы считать покоящейся.

Одна из возможностей, которую рассматривали физики в XIX в., состояла в том, что эфир неподвижен относительно Солнца, ибо даже Ньютон принимал Солнце за центр Вселенной. Если бы такая гипотеза была верна (что отнюдь не гарантировалось), скорость Земли в ее движении по орбите вокруг Солнца ($\sim 3 \cdot 10^4$ м/с) приводила бы к поправке порядка 10^{-4} к скорости света ($3{,}0 \cdot 10^8$ м/с). Прямое измерение скорости света с такой

[1)] Материал этого раздела существенно опирается на материал разд. 36.9.

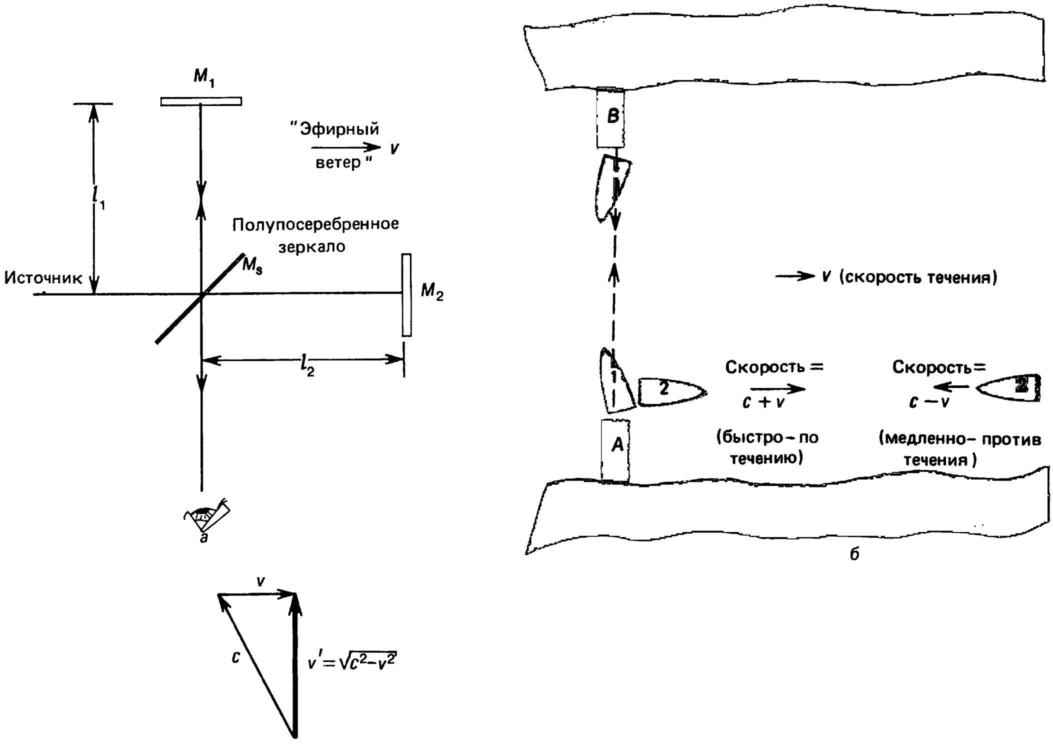


Рис. 39.2. Эксперимент Майкельсона–Морли. *а* – интерферометр Майкельсона; *б* – аналогия с лодкой: лодка *1* плывет от берега к берегу поперек течения, лодка *2* плывет туда по течению и обратно против течения; *в* – вычисление скорости лодки (светового луча), плывущей перпендикулярно течению (распространяющегося перпендикулярно «эфирному ветру»).

точностью было невозможно. Но А. А. Майкельсон сначала один, а позднее с Э. В. Морли сумел при помощи своего интерферометра (разд. 36.9) измерить с нужной точностью различие в скорости света в различных направлениях. Схема знаменитого эксперимента Майкельсона–Морли изображена на рис. 39.2, *а*. Для большей наглядности предполагается, что «эфирный ветер» дует вправо со скоростью v. (Иначе говоря, предполагается, что Земля движется относительно эфира влево со скоростью v.)

Будет ли в центре интерференционной картины (разд. 36.9) наблюдаться усиливающая или ослабляющая интерференция, зависит от сдвига фаз между двумя пучками света, прошедшими различные пути. Разобраться в происходящем нам поможет аналогия с лодкой, плывущей по течению, против течения и поперек течения реки, несущей свои воды со скоростью v относительно берега (рис. 39.2, *б*). В стоячей воде лодка может развивать скорость c (c в данном случае – не скорость света).

Начнем с пучка 2 (рис. 39.2, *а*), идущего параллельно «эфирному ветру». Мы полагаем, что путь от M_s до M_2 свет проходит со скоростью $c + v$, как лодка, плывущая по течению (рис. 39.2, *б*), к скорости которой в стоячей воде прибавляется скорость течения. Так как пучок света проходит путь l_2, на путь от M_s до M_2 он затрачивает время $t = l_2/(c+v)$. На обратном пути – от M_2 до M_s – пучок света идет против «эфирного ветра» (как лодка, плывущая против течения), поэтому его скорость относительно эфира равна $c - v$ и на обратный путь он затрачивает время $t = l_2/(c - v)$. Следовательно, на весь путь туда (из M_s в M_2) и обратно (из M_2 в M_s) пучок 2 затрачивает время

$$t_2 = \frac{l_2}{c+v} + \frac{l_2}{c-v} = \frac{2l_2}{c(1 - v^2/c^2)}.$$

Рассмотрим теперь пучок 1, идущий поперек «эфирного ветра». Аналогия с лодкой (рис. 39.2, *б*) в этом случае особенно полезна. Лодка должна пересечь реку напрямик от причала A к причалу B. Если лодка, отойдя от причала A, возьмет курс на причал B, то ее снесет течением. Чтобы достичь причала B, лодка должна держать курс на какую-то точку, расположенную вверх по течению от причала B, т. е. под некоторым углом к прямой AB. Точное значение угла зависит от скоростей c и v, но само по себе не представляет сейчас для нас особого интереса. На рис. 39.2, *в* показано, как вычислить скорость v' лодки относительно земли, когда лодка движется поперек течения. Так как скорости c, v и v' образуют прямоугольный треугольник, по теореме Пифагора $v' = \sqrt{c^2 - v^2}$. Такую же скорость лодка развивает и на обратном пути. Применив те же рассуждения к световому пучку на рис. 39.2, *а* получим, что он распространяется со скоростью $\sqrt{c^2 - v^2}$ по пути из M_s в M_1 и обратно. Всего световой пучок 1 проходит расстояние $2l_1$ и покрывает его за время $2l_1/\sqrt{c^2 - v^2}$, или

$$t_1 = \frac{2l_1}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Если $l_1 = l_2 = l$, то световой пучок 1 отстанет от светового пучка 2 по времени на

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2l}{c}\left(\frac{1}{1 - v^2/c^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right).$$

Если $v = 0$, то $\Delta t = 0$, и два пучка возвращаются в фазе, так как первоначально они были в фазе. Но при $v \neq 0$ также и $\Delta t \neq 0$ и между пучками возникает разность фаз. Если бы удалось измерить эту разность фаз при $v = 0$, то тем самым можно было бы определить и скорость v. Но Землю остановить невозможно, и, кроме того, нельзя независимо предполагать, что $l_1 = l_2$.

Майкельсону и Морли принадлежит идея использовать для обнаружения разности фаз (в предположении, что $v \neq 0$) поворот интерферометра на 90°, который повлек бы за собой изменение интерференционной картины, создаваемой двумя световыми пучками. В повернутом положении пучок 1 двигался бы параллельно «эфирному ветру», а пучок 2 – перпендикулярно ему. Пучки как бы поменялись ролями, и в повернутом положении времена, затрачиваемые пучками на покрытие расстояния туда и обратно, были бы соответственно равны

$$t'_1 = \frac{2l_1}{c(1 - v^2/c^2)}, \qquad t'_2 = \frac{2l_2}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(штрих относится к повернутому интерферометру). Запаздывание одного пучка по сравнению с другим в исходном (неповернутом) положении интерферометра равно

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2l_2}{c(1 - v^2/c^2)} - \frac{2l_1}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

а после поворота на 90°

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{2l_2}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{2l_1}{c(1 - v^2/c^2)}.$$

Поворот интерферометра приводит к сдвигу интерференционных полос на величину, определяемую разностью этих интервалов времени:

$$\Delta t - \Delta t' = \frac{2}{c}(l_1 + l_2)\left(\frac{1}{1 - v^2/c^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right).$$

Полученное выражение допускает существенное упрощение, если $v/c \ll 1$. Используя биномиальное разложение:

$$\frac{1}{1 - v^2/c^2} \approx 1 + \frac{v^2}{c^2} \quad \text{и} \quad \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2},$$

получаем

$$\Delta t - \Delta t' \approx \frac{2}{c}(l_1 + l_2)\left(1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) \approx (l_1 + l_2)\frac{v^2}{c^3}.$$

Выберем $v = 3{,}0 \cdot 10^4$ м/с (скорость Земли при движении по орбите вокруг Солнца). В экспериментах Майкельсона и Морли плечи l_1 и l_2 достигали около 11 м. Задержка по времени одного пучка относительно другого составляла примерно (22 м)$(3{,}0 \cdot 10^4$ м/с$)^2/(3{,}0 \cdot 10^8$ м/с$)^3 \approx 7{,}0 \cdot 10^{-16}$ с. Для видимого света с длиной волны, например, $\lambda = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ м частота равна $f = c/\lambda = 3{,}0 \cdot 10^8$ м/с)/($5{,}5 \times 10^{-7}$ м) $= 5{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц, т. е. гребни волн проходят через данную точку каждые $1/(5{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц$) = 1{,}8 \cdot 10^{-15}$ с. Следовательно, при разности времен между пучками $7 \cdot 10^{-16}$ с Майкельсон и Морли должны были наблюдать сдвиг интерференционной картины на $(7 \cdot 10^{-16}$ с$)/(1{,}8 \times 10^{-15}$ с$) \approx 0{,}4$ полосы. Заметить такой сдвиг им было бы совсем нетрудно, так как их интерферометр позволял наблюдать сдвиг интерференционной картины на 0,01 полосы.

Однако Майкельсон и Морли *не обнаружили выходящего за пределы ошибки эксперимента сдвига интерференци-*

онных полос. Они устанавливали свой интерферометр под различными углами к предполагаемому «эфирному ветру», проводили наблюдения днем и ночью, чтобы добиться различной ориентации относительно Солнца, в различное время года. Но ни разу сдвиг интерференционных полос обнаружен не был.

Отрицательный результат эксперимента Майкельсона–Морли стал одной из величайших загадок физики конца XIX в. Все попытки объяснить его оказались безуспешными. Высказывалось предположение о том, что эфир покоится не относительно Солнца или звезд, а относительно Земли: в этом случае скорость v была бы равна нулю и сдвиг интерференционных полос не наблюдался. Но такая гипотеза означала бы некую выделенность Земли; только относительно Земли скорость света была бы равна c, как предсказывали уравнения Максвелла. Принятие такой гипотезы означало бы возрождение древнего представления, отвергнутого со времен Коперника, о том, что Земля является центром Вселенной. Другая гипотеза состояла в том, что эфир увлекается Землей и другими телами и поэтому скорость эфира на поверхности Земли равна нулю. Но эксперименты на воздушных шарах, поднимавшихся на большую высоту, где движение эфира должно было бы быть ощутимо, также дали нулевой результат. Кроме того, обе гипотезы противоречили наблюдениям «аберрации звездного света». При наблюдении в течение года кажется, что звезды описывают небольшие эллипсы. Это явление можно объяснить, если Земля движется относительно эфира, предположив, что телескоп следует наводить не прямо на наблюдаемую звезду, а под некоторым углом (рис. 39.3). Если бы эфир покоился относительно Земли, то телескоп можно было бы наводить прямо на звезду и «угол аберрации» отсутствовал бы. Но угол аберрации существует. Следовательно, эфир не может покоиться относительно Земли.

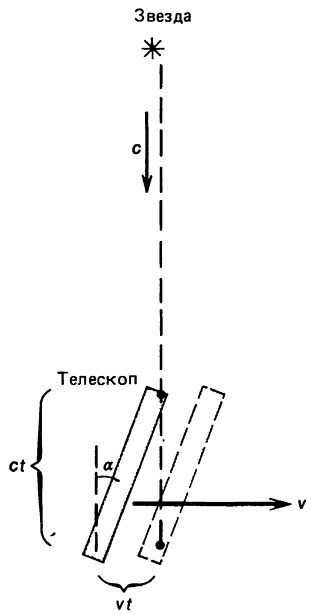


Рис. 39.3. Аберрация света звезды. Если телескоп движется вместе с Землей со скоростью v относительно эфира, то наводка телескопа сбивается чуть в сторону от звезды, в результате чего свет от звезды, падающий на входное отверстие телескопа, достигает противоположного конца трубы (так как труба телескопа движется вправо со скоростью v), тогда как в исходном положении свет от звезды «упирался» в стенку трубы. Звезда, стоявшая прямо перед телескопом, будет видна под углом $\alpha = v/c$ к вертикали и, так как Земля вращается, наблюдателю будет казаться, что звезда движется по круговой орбите.

Другую теорию для объяснения отрицательного результата эксперимента Майкельсона–Морли выдвинули (в 90-х годах XIX в.) независимо Дж. Ф. Фицджеральд и Г. А. Лоренц. Оба автора утверждали, что любой отрезок (в том числе и плечо интерферометра) в направлении движения через эфир сокращается в $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ раз. По Лоренцу причиной такого сокращения могло быть влияние эфира на силы взаимодействия между молекулами вещества, имевшие по предположению электрическую природу. Теория Фицджеральда–Лоренца оказалась достаточно удачной, но впоследствии уступила место более универсальной теории, предложенной Альбертом Эйнштейном в 1905 г.,– специальной теории относительности.

39.3. Постулаты специальной теории относительности

Проблемы, существовавшие на рубеже XIX и XX вв. в теории электромагнетизма и ньютоновской механики, были блестяще разрешены предложенной Эйнштейном в 1905 г. специальной теорией относительности. Было бы неверно думать, что Эйнштейн создал свою теорию непосредственно под впечатлением отрицательного результата эксперимента Майкельсона – Морли. Эйнштейн изучал теоретическую работу Лоренца и восхищался ею. Толчком к созданию специальной теории относительности послужили размышления Эйнштейна над некоторыми проблемами электромагнитной теории и теории света. Например, Эйнштейн задал себе вопрос: «Что я увидел бы, сидя верхом на световом луче?» Ответ состоял в том, что вместо бегущей электромагнитной волны он увидел бы стационарные электрические и магнитные поля, амплитуды которых изменялись бы в пространстве, но оставались бы неизменными во времени. Эйнштейн понимал, что такие поля невозможно обнаружить, и, кроме того, они были несовместимы с электромагнитной теорией Максвелла[1]. Следовательно, заключил Эйнштейн, неверно думать, что скорость света относительно какого-то наблюдателя может оказаться равной нулю, т. е. электромагнитную волну нельзя остановить. Это утверждение стало вторым постулатом теории относительности Эйнштейна.

Эйнштейн пришел к выводу, что обнаруженные им в электромагнитной теории противоречия обусловлены предположением о существовании абсолютного пространства. В знаменитой работе 1905 г. Эйнштейн предложил полностью отказаться от представления об эфире и от сопутствующего предположения о существовании абсолютно покоящейся системы отсчета. Эти предложения Эйнштейн сформулировал в виде двух постулатов. Первый постулат был обобщением принципа относительности Ньютона не только на законы механики, но и на законы остальной физики, включая электричество и магнетизм.

Первый постулат (принцип относительности). **Законы физики имеют одинаковую форму во всех инерциальных системах отсчета.**

Второй постулат согласуется с первым.

---

[1] В разд. 33.5 было показано, что изменяющиеся по синусоидальному закону электрические и магнитные поля удовлетворяют уравнениям Максвелла только в том случае, если они распространяются со скоростью $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$. Статические синусоидальные поля (стоячие, или распространяющиеся с нулевой скоростью), а также поля, распространяющиеся с любой скоростью, отличной от c, не могут быть решениями уравнений Максвелла.

Второй постулат (постоянство скорости света). **Свет распространяется в пустом пространстве с вполне определенной скоростью *c*, не зависящей от скорости источника или наблюдателя.**

Эти два постулата образуют основу **специальной теории относительности Эйнштейна**. «Специальной» (или частной) теорию стали называть, чтобы отличить ее от созданной Эйнштейном впоследствии *общей теории относительности*, занимающейся рассмотрением неинерциальных (ускоренных) систем отсчета. В специальной теории относительности, которой посвящена эта глава, рассматриваются только инерциальные системы отсчета.

Второй постулат, по-видимому, наиболее труден для восприятия, так как он противоречит некоторым общепринятым представлениям. Прежде всего, свет должен распространяться в пустом пространстве. Отказаться от эфира не так трудно, поскольку его все равно невозможно обнаружить. Но второй постулат утверждает, что скорость света в вакууме всегда одна и та же ($3{,}00 \cdot 10^8$ м/с) независимо от скорости источника или наблюдателя. Следовательно, наблюдатель, движущийся к источнику или от источника света, получит в результате измерений такую же скорость света, как и наблюдатель, покоящийся относительно источника. Это противоречит нашему повседневному опыту, ибо при приближении наблюдателя к источнику скорость его движения должна была бы, по нашим представлениям, прибавляться к скорости света, а при удалении – вычитаться из нее. Возникающая проблема отчасти обусловлена тем, что в повседневном опыте нам никогда не приходится измерять скорости, близкие к скорости света. Поэтому не следует ожидать, что наш повседневный опыт окажется полезным при рассмотрении столь больших скоростей. С другой стороны, эксперимент Майкельсона – Морли полностью совместим со вторым постулатом[1)].

Красота предложенной Эйнштейном теории очевидна. Отвергая идею абсолютной системы отсчета, физика обретала возможность объединить электромагнитную теорию Максвелла с механикой. Скорость света, предсказанная на основе уравнений Максвелла, *есть* скорость света в вакууме в *любой* системе отсчета.

Специальная теория относительности Эйнштейна потребовала отказа от представлений о пространстве и времени, основанных на здравом смысле, и в последующих разделах мы рассмотрим некоторые необычные, но

[1)] Эксперимент Майкельсона – Морли можно рассматривать и как подтверждение первого постулата, поскольку по замыслу его авторов он предназначался для измерения скорости Земли относительно некоторой абсолютной системы отсчета. Из отрицательного результата эксперимента Майкельсона – Морли следует, что никакой выделенной системы отсчета не существует.

интересные следствия теории Эйнштейна. Наша аргументация в большинстве случаев будет очень простой. Мы будем пользоваться тем же приемом, к которому охотно прибегал сам Эйнштейн: мысленно представлять себе некоторую экспериментальную ситуацию, анализ которой не требует особых математических ухищрений. Такой подход позволит нам извлечь многие следствия из специальной теории относительности, не прибегая к сложным вычислениям. Эйнштейн называл такой прием «мысленным экспериментом». К более основательному знакомству с математическим аппаратом теории относительности мы приступим, начиная с разд. 39.8.

39.4. Одновременность

Одно из важных следствий специальной теории относительности состоит в том, что время перестает быть абсолютной величиной. Никто не сомневается в том, что время течет в одну сторону и необратимо. Но, как мы увидим в этом и в следующем разделах, промежуток времени между двумя событиями и даже одновременность двух событий зависят от системы отсчета наблюдателя.

Мы говорим, что два события происходит одновременно, если они происходят в один и тот же момент времени. Но как узнать, что два события происходят в одно и то же время? Если события происходят в одной и той же точке пространства (например, если вам на голову падают два яблока), то установить их одновременность легко. Но если два события происходят в точках, находящихся на большом расстоянии друг от друга, то установить их одновременность труднее, так как необходимо учитывать время, которое потребуется свету, чтобы достичь нас. Так как свет распространяется с конечной скоростью, наблюдатель должен провести вычисления, чтобы установить, когда события произошли в действительности. Например, если два события наблюдатель *видел* одновременно, но одно из них происходило в точке, отстоящей от наблюдателя дальше, чем точка, в которой произошло второе событие, то первое событие произошло раньше, и эти два события не одновременны.

Чтобы избежать вычислений, воспользуемся простым мысленным экспериментом. Предположим, что наблюдатель (обозначим его O) находится посредине между точками A и B, в которых происходят два события (рис. 39.4). Ими могут быть, например, молнии, ударяющие в точки A и B, или события любого другого типа. Если события быстротечны, как вспышки молний, то из точек A и B распространяются короткие световые импульсы, которые и достигают наблюдателя O. Наш наблюдатель O «видит» события только тогда, когда до него доходят свето-

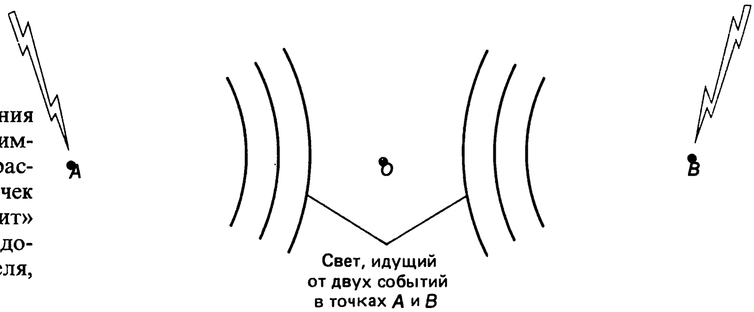


Рис. 39.4. Как только молния ударяет в точки A и B, импульсы света начинают распространяться из этих точек к точке O, но O «увидит» молнию, лишь когда свет достигнет ее (наблюдателя, находящегося в точке O).

вые импульсы. Если два импульса доходят до O одновременно, то O воспринимает события как происходящее одновременно. Он исходит из того, что оба световых импульса распространяются с одинаковой скоростью, а так как расстояние OA равно расстоянию OB, свету, чтобы дойти из A в O, требуется столько же времени, сколько он идет из B в O. Таким образом наблюдатель O с полным основанием заключает, что события в точках A и B произошли одновременно. С другой стороны, если наблюдатель O видит свет от какого-то события раньше, чем от другого события, то он заключает, что первое событие произошло раньше другого.

Вопрос, который мы хотим выяснить, в действительности сводится к следующему: если два события одновременны с точки зрения наблюдателя в одной системе отсчета, то будут ли они одновременны с точки зрения наблюдателя, движущегося относительно первого? Пусть O_1 и O_2 – два наблюдателя; с первым связана система отсчета 1, со вторым – система отсчета 2, и пусть одна система отсчета движется относительно другой со скоростью v. Эти две системы отсчета можно представить себе в виде двух железнодорожных вагонов (рис. 39.5). Наблюдатель O_2 утверждает, что наблюдатель O_1 движется вправо со скоростью v (рис. 39.5, *а*). Наблюдатель O_1 утверждает, что наблюдатель O_2 движется влево со скоростью v (рис. 39.5, *б*). Согласно принципу относительности, оба утверждения правомерны. (Разумеется, третье-

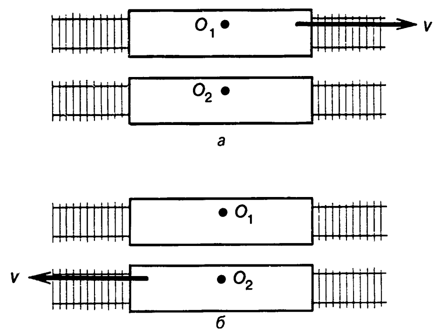


Рис. 39.5. Наблюдатели O_1 и O_2, находящиеся в разных поездах (двух различных системах отсчета), движутся с относительной скоростью v. Наблюдатель O_2 утверждает, что O_1 движется вправо (*а*); наблюдатель O_1 утверждает, что O_2 движется влево (*б*). Обе точки зрения вполне «законны»: все зависит от того, в какой системе отсчета производится наблюдение.

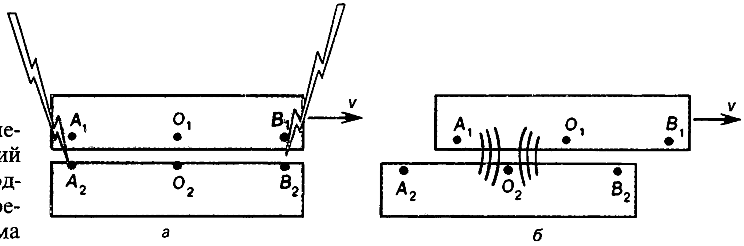


Рис. 39.6. Мысленный эксперимент, демонстрирующий относительность понятия «одновременность». С точки зрения наблюдателя O_1 система отсчета наблюдателя O_2 движется вправо. *а* – одна молния ударяет в две системы отсчета в точки A_1 и A_2, а вторая – в точки B_1 и B_2. С точки зрения наблюдателя O_2 обе молнии ударяют одновременно. *б* – на мгновение позже свет от двух событий достигает в одно и тоже время (одновременно) наблюдателя O_2. Но в системе отсчета наблюдателя O_1 свет из точки B_1 уже достиг наблюдателя O_1, а свет из точки A_1 еще не дошел до него. Таким образом, в системе отсчета наблюдателя O_1 событие в точке B_1 должно предшествовать событию в точке A_1. Время не абсолютно!

го наблюдателя, который сказал бы нам, кто «в действительности» движется, не существует.)

Предположим теперь, что происходят какие-то два события, которые видят оба наблюдателя. Пусть это будут вспышки молний, и пусть молнии оставляют метки на обоих поездах в том месте, где они ударили в вагоны: в точках A_1 и B_1 на вагоне наблюдателя O_1 и в точках A_2 и B_1 на вагоне наблюдателя O_2 (рис. 39.6). Для простоты будем считать, что наблюдатель O_1 находится точно посредине между точками A_1 и B_1, а наблюдатель O_2 – точно посредине между точками A_2 и B_2. Мы сами должны поместить себя в одну из систем отсчета. Предположим, что мы в системе отсчета наблюдателя O_2. Тогда мы увидим, что наблюдатель O_1 движется вправо со скоростью v. Пусть два события происходят *одновременно* в системе отсчета наблюдателя O_2 в тот самый момент, когда O_1 и O_2 находятся друг против друга (рис. 39.6, *а*). Немного спустя (рис. 39.6, *б*) свет из A_2 и B_2 одновременно достигнет наблюдателя O_2. Так как наблюдатель O_2 знает (или устанавливает на основе произведенных измерений), что расстояния O_2A_2 и O_2B_2 равны, он заключает, что эти два события произошли одновременно.

А что видит наблюдатель O_1? В нашей системе отсчета (наблюдателя O_2) мы видим, что все то время, которое свет идет из A_1 и B_1 в O_1, наблюдатель O_1 движется вправо. Согласно рис. 39.6, *б*, свет из точки B_1 уже пройдет наблюдателя O_1, тогда как свет из точки A_1 еще не достигнет наблюдателя O_1. Следовательно, наблюдатель O_1 увидит свет из точки B_1 раньше, чем из точки A_1. Но система отсчета наблюдателя O_1 эквивалентна системе отсчета наблюдателя O_2. Относительно наблюдателя O_1 свет распространяется с такой же скоростью, как и относительно наблюдателя O_2, и из точки A_1 к O_1 идет с такой же скоростью, как из точки B_1 к O_1. Так как расстояние O_1A_1 равно расстоянию O_1B_1, наблюдатель O_1 должен сделать вывод, что событие в точке B_1 произошло раньше, чем событие в точке A_1.

Таким образом, *два события, одновременные с точки зрения одного наблюдателя, не обязательно должны быть одновременными с точки зрения второго наблюдателя.*

Трудно удержаться от искушения и не спросить: «Кто из наблюдателей прав, O_1 или O_2?» Согласно специальной теории относительности, правы *оба*. Не существует «наилучшей» системы отсчета, которой мы могли бы отдать предпочтение, чтобы определить, кто из наблюдателей прав. Обе системы отсчета одинаково хороши. Единственный вывод, который мы можем сделать, состоит в том, что одновременность – понятие не абсолютное, а относительное. В повседневной жизни нам не приходится сталкиваться с относительностью понятия одновременности, так как она заметна, лишь когда относительная скорость двух систем отсчета очень велика (близка к скорости света c) или соответствующие расстояния очень велики.

В силу принципа относительности наши рассуждения в мысленном эксперименте на рис. 39.6 справедливы и для системы отсчета наблюдателя O_1. В этой системе отсчета наблюдатель O_1 покоится, и событие B_1 он увидит раньше, чем событие A_1. Но, начертив схему, эквивалентную рис. 39.6, наблюдатель O_1 поймет, что наблюдатель O_2, движущийся влево со скоростью v, воспримет события A_1 и B_1 как одновременные. Подробный разбор мы предоставляем читателю в качестве самостоятельного упражнения (вопрос 8).

39.5. Замедление времени и парадокс близнецов

То, что два события, одновременные с точки зрения одного наблюдателя, не будут таковыми с точки зрения другого, наводит на мысль, что и само время не абсолютно. Может ли время в одной системе отсчета течь иначе, чем в другой системе отсчета? Оказывается, может: именно это и предсказывает специальная теория относительности Эйнштейна, как видно из следующего мысленного эксперимента.

На рис. 39.7 изображен космический корабль, с огромной скоростью пролетающий мимо Земли. То, что видит наблюдатель, находящийся на борту космического корабля, показано на рис. 39.7, *а*, а то, что видит наблюдатель, находящийся на Земле, изображено на рис. 39.7, *б*. У обоих наблюдателей имеются точные часы. Наблюдатель, находящийся на борту космического корабля, производит вспышку света и измеряет время, за которое свет пересекает космический корабль и, отразившись от зеркала, возвращается назад. Свет проходит расстояние $2D$ со скоростью c, поэтому весь путь туда и обратно он проделывает за время

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c}.$$

Наблюдатель на Земле (рис. 39.7, *б*) следит за тем, что происходит на борту космического корабля. Но для земного наблюдателя космический корабль движется, поэто-

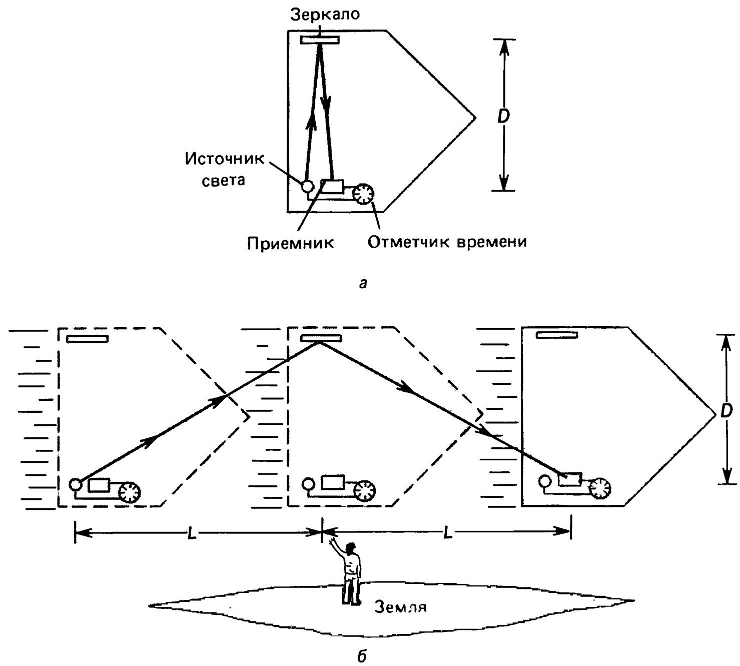


Рис. 39.7. Замедление времени можно продемонстрировать с помощью мысленного эксперимента: время, за которое свет проделывает путь туда и обратно, для наблюдателя на космическом корабле (*а*) меньше, чем для земного наблюдателя (*б*).

му свет пересекает корабль наискосок, отражается от зеркала и возвращается к приемнику. Хотя свет относительно земного наблюдателя распространяется с такой же скоростью (второй постулат), он проходит более длинный путь. Следовательно, время, измеренное наблюдателем на Земле, будет больше, чем время, измеренное наблюдателем на борту космического корабля. Интервал времени Δt, измеренный земным наблюдателем, может быть вычислен следующим образом. За время Δt космический корабль пролетает расстояние $2L = v\Delta t$, где v – скорость космического корабля (рис. 39.7, *б*). По диагонали свет проходит расстояние $2\sqrt{D^2 + L^2}$, откуда

$$c = \frac{2\sqrt{D^2 + L^2}}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{D^2 + v^2(\Delta t)^2/4}}{\Delta t}.$$

Возводя обе части последнего равенства в квадрат и разрешая относительно Δt, получаем

$$c^2 = \frac{4D^2}{(\Delta t)^2} + v^2,$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Но $2D/c = \Delta t_0$, поэтому

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (39.1)$$

Так как величина $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ всегда меньше единицы, мы видим, что $\Delta t > \Delta t_0$, т.е. промежуток времени между двумя событиями (испусканием света и приемом светового сигнала) для земного наблюдателя *больше*, чем для движущегося относительно него. Это – общий результат специальной теории относительности, известный под названием **замедления времени**. Попросту говоря, эффект замедления времени означает, что *движущиеся часы* (по измерениям земного наблюдателя) *идут медленнее*. Не следует думать, однако, что движущиеся часы идут неверно. Наоборот, мы предполагаем, что часы вполне исправны. Как показывают измерения, время в любой движущейся системе отсчета течет медленнее, чем в вашей собственной системе отсчета. Этот замечательный результат – неизбежное следствие двух постулатов теории относительности.

Возможно, что представление о замедлении времени несколько сложно для восприятия, так как оно нарушает наши представления, основанные на здравом смысле. Из формулы (39.1) видно, что эффект замедления времени пренебрежимо мал, за исключением тех случаев, когда скорость v достаточно близка к c. Скорости, с которыми нам приходится сталкиваться в повседневной жизни, гораздо меньше c, поэтому не удивительно, что мы не наблюдаем замедление времени как реальный эффект. Для проверки замедления времени были поставлены специальные эксперименты, подтвердившие предсказание Эйнштейна. Например, в 1971 г. сверхточные атомные часы совершили кругосветный полет на борту реактивного самолета. Так как скорость реактивного самолета (10^3 км/ч) гораздо меньше c, погрешность хода часов должна была составлять несколько наносекунд (10^{-9} с) для того, чтобы можно было обнаружить эффект замедления времени. Часы обладали требуемой точностью, и с точностью до ошибки эксперимента формула (39.1) была подтверждена. Несколькими десятилетиями раньше эффект замедления времени был подтвержден наблюдениями «элементарных частиц» (гл. 43). Эти частицы обладают очень малыми массами (как правило, от 10^{-30} до 10^{-27} кг), и поэтому их сравнительно легко ускорить до скоростей, близких к скорости света c. Многие элементарные частицы нестабильны и спустя короткий промежуток времени распадаются на другие частицы. Примером таких частиц может служить мюон, среднее время жизни которого в состоянии покоя равно 2,2 мкс. Тщательные эксперименты показали, что, когда мюон летит со скоростью, близкой к скорости света, его время жизни увеличивается точно так, как предсказывает формула замедления времени.

Пример 39.1. Чему равно, согласно лабораторным измерениям, среднее время жизни мюона, движущегося со скоростью $0{,}60\ c = 1{,}8 \cdot 10^8$ м/с в лабораторной системе отсчета? Среднее время жизни мюона в состоянии покоя равно $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ с.

Решение. Если бы наблюдатель двигался вместе с мюоном (мюон покоился бы относительно наблюдателя), то среднее время жизни мюона составило бы $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ с. Для наблюдателя в лаборатории мюон живет дольше из-за замедления времени: из формулы (39.1) получаем при $v = 0{,}60\ c$

$$t = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{с}}{\sqrt{1 - 0{,}36c^2/c^2}} = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{с}}{\sqrt{0{,}64}} = 2{,}8 \cdot 10^{-6}\ \text{с}.$$

Относительно использования формулы (39.1) и смысла величин Δt и Δt_0 необходимо сделать замечание. Формула (39.1) верна только при условии, если Δt_0 – интервал времени между событиями в такой системе отсчета, где оба эти события происходят *в одной и той же точке пространства* (как на рис. 39.7, *а*). Интервал времени Δt_0 часто называют **собственным временем**. В этом случае величина Δt в формуле (39.1) означает интервал времени между двумя событиями, измеренный в системе отсчета, которая движется со скоростью v относительно первой системы отсчета. В примере 39.1 интервал Δt_0 (но не Δt) был выбран равным $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ с потому, что только в системе отсчета, относительно которой мюон покоится, два события (рождение и распад мюона) происходят в одной и той же точке пространства.

Замедление времени породило множество интересных спекуляций относительно космических путешествий. По старым представлениям о времени простому смертному не удалось бы долететь до звезды, находящейся от Земли на расстоянии 100 световых лет (1 световой год – расстояние, на которое распространяется свет за 1 год $= 3{,}0 \cdot 10^8$ м/с $\cdot\ 3{,}15 \cdot 10^7$ с $= 9{,}5 \cdot 10^{15}$ м). Даже если бы космический корабль мог развивать скорость, близкую к скорости света, то и тогда путешествие до далекой звезды заняло бы более 100 лет. Но замедление времени позволяет утверждать, что для астронавта такое путешествие длилось бы более короткое время. На космическом корабле, мчащемся со скоростью $v = 0{,}999c$, подобное путешествие заняло бы примерно $\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2} = (100\ \text{лет}) \times \sqrt{1 - (0{,}999)^2} = 4{,}5$ года. Такая продолжительность не выходит за рамки человеческих возможностей. Разумеется, хотя замедление времени делает дальние космические путешествия реальными, огромные практические проблемы достижения околосветовых скоростей едва ли будут преодолены в обозримом будущем.

Заметим, что в приведенном нами примере на Земле успевает пройти 100 лет, тогда как для астронавта на борту космического корабля проходит только 4,5 года. Может быть все объясняется тем, что часы астронавта сильно отстают? Нет, все процессы, в том числе и жизнедеятельность организма астронавта, с точки зрения земного наблюдателя, протекают медленнее. Что же касается самого астронавта, то для него время течет обычным темпом. В полете к далекой звезде астронавт провел бы 4,5 года, в течение которых темп его жизни не отличался бы от привычного: он нормально спал бы, принимал пищу, читал и т. д. А люди на Земле успели бы прожить 100 лет, заполненные обычной деятельностью.

Вскоре после того, как Эйнштейн разработал специальную теорию относительности, был обнаружен кажущийся парадокс, получивший название «парадокс близнецов». Суть его состоит в следующем. Предположим, что один из двух близнецов, достигших 20-летнего возраста, отправился в полет к далекой звезде и обратно на космическом корабле, развивающем околосветовую скорость, а другой близнец остался на Земле. С точки зрения оставшегося на Земле близнеца, близнец-астронавт стареет медленнее: если для оставшегося на Земле близнеца пройдет 20 лет, то для его близнеца-астронавта (в зависимости от скорости космического корабля) может пройти всего лишь 1 год. Следовательно, по возвращении астронавта на Землю ему исполнится 21 год, тогда как оставшемуся на Земле близнецу «стукнет» 40 лет.

Такова точка зрения близнеца, оставшегося на Земле. А как с точки зрения близнеца-астронавта? Поскольку «все относительно», то все инерциальные системы отсчета одинаково хороши. Разве близнец-астронавт не может повторить все рассуждения оставшегося на Земле близнеца? Разве близнец-астронавт не может утверждать, что, поскольку Земля удаляется от него с огромной скоростью, время течет на Земле медленнее и оставшийся на Земле близнец стареет не столь быстро, как он сам? Это прямо противоположно утверждениям оставшегося на Земле близнеца. Оба близнеца не могут быть правы одновременно, так как после возвращения космического корабля на Землю возможны прямое сравнение возраста близнецов и сверка часов.

В действительности так называемый «парадокс близнецов» не является парадоксом. Дело в том, что все следствия специальной теории относительности, в частности замедление времени, применимы только к наблюдателям, находящимся в инерциальных системах отсчета. Землю можно (по крайней мере в достаточно хорошем приближении) считать инерциальной системой отсчета, тогда как космический корабль не является инерциальной системой отсчета. Космический корабль ускоряется в начале и в конце своего полета и (что гораздо важнее) в какой-то далекой точке должен повернуть назад. В течение этих трех периодов ускоренного движения предсказания астронавта, основанные на специальной теории относительности, не имеют силы. Близнец, оставшийся на

Земле, находится в инерциальной системе отсчета и поэтому может делать правильные предсказания. Таким образом, никакого парадокса нет. Утверждения близнеца-астронавта, о которых говорилось выше, лишены основания. Что же касается близнеца, оставшегося на Земле, то его предсказания правильны; в частности, его утверждение, что астронавт возвратится более молодым, чем он сам, соответствует действительности[1].

39.6. Сокращение длины

Не только временны́е интервалы различны в разных системах отсчета. Пространственные интервалы (длины и расстояния), как следует из специальной теории относительности, также неодинаковы в различных системах отсчета. Продемонстрируем это с помощью мысленного эксперимента.

Наблюдатель на Земле следит за космическим кораблем, летящим со скоростью v с Земли, скажем, на Нептун (рис. 39.8, *а*). Расстояние между планетами по измерению земного наблюдателя равно L_0. Время, затрачиваемое на перелет, по измерениям с Земли равно $\Delta t = L_0/v$. На рис. 39.8, *б* показано, какими представляются события с точки зрения наблюдателя, находящегося на борту космического корабля. В системе отсчета этого наблюдателя космический корбаль покоится, а Земля и Нептун движутся со скоростью v. (Мы предполагаем, что скорость v гораздо больше относительной скорости Нептуна и Земли, поэтому последней можно пренебречь.) Но время между отлетом с Земли и прибытием на Нептун для наблюдателя, находящегося на борту космического корабля, за счет замедления времени меньше, чем для наблюдателя на Земле. По формуле (39.1) продолжитель-

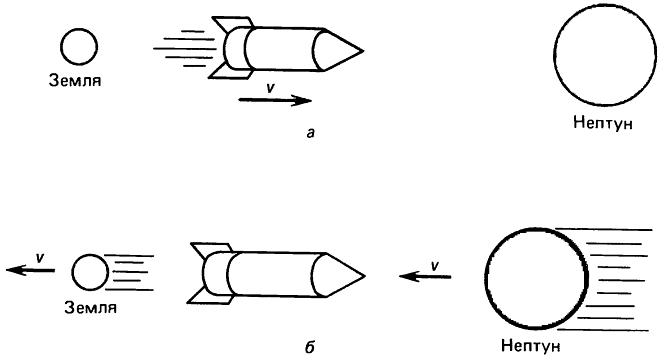


Рис. 39.8. *а* – в системе отсчета, связанной с Землей, космический корабль с огромной скоростью летит с Земли к Нептуну; *б* – с точки зрения наблюдателя, находящегося на борту космического корабля, движутся с огромной скоростью v Земля и Нептун. Обратите внимание на то, что каждая из планет не кажется сжатой в направлении движения, так как при большой скорости мы видим ее заднюю сторону (см. рис. 39.9) и планета продолжает казаться нам круглой.

[1] Этот вывод подтверждает и общая теория относительности, занимающаяся изучением ускоренно движущихся систем отсчета.

ность космического полета с точки зрения наблюдателя на борту космического корабля равна $\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Так как наблюдатель на борту космического корабля при измерении получает ту же скорость, но меньший интервал времени между двумя событиями (отлетом с Земли и прибытием на Нептун), по его измерениям расстояние от Земли до Нептуна также должно быть меньше, чем у наблюдателя на Земле. Если L – расстояние между Землей и Нептуном, с точки зрения наблюдателя на борту космического корабля, то $L = v\Delta t_0$. Мы уже знаем, что $\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1 - v^2/c^2}$ и $\Delta t = L_0/v$; поэтому $L = v\Delta t_0 = v\Delta t \times \sqrt{1 - v^2c^2} = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$, т. е.

$$L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{39.2}$$

Это – общий результат специальной теории относительности, применимый как к линейным размерам тел, так и к расстояниям. Не прибегая к формулам, его можно сформулировать следующим образом: *длина тела короче, когда тело движется, чем когда оно покоится*. Этот эффект называется **сокращением длины**. Длина L_0 в формуле (39.2) называется **собственной длиной**. Это длина тела (или расстояние между двумя точками), измеренная наблюдателем, покоящимся относительно тела. Формула (39.2) дает длину, которая будет измерена при движении тела со скоростью v относительно наблюдателя. Важно отметить, что сокращение длины происходит *только в направлении движения*. Например, движущийся космический корабль на рис. 39.8, *а* сокращается в длину, но высота его остается такой же, как в состоянии покоя.

В повседневной жизни сокращение длины, так же как и замедление времени, незаметно, поскольку множитель $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ в формуле (39.2) существенно отличается от единицы, только когда скорость v очень велика.

Пример 39.2. Космический корабль пролетает мимо Земли со скоростью $v = 0{,}80c$. Опишите, как изменяется длина метрового стержня, медленно поворачиваемого из вертикального положения в горизонтальное членом экипажа космического корабля, с точки зрения а) другого члена экипажа космического корабля и б) наблюдателя на Земле.

Решение. а) Метровый стержень имеет длину 1,0 м при всех ориентациях, так как относительно наблюдателя на борту космического корабля стержень покоится. б) Длина метрового стержня изменяется от 1,0 м в вертикальном положении до $L = (1{,}0\ \text{м})\cdot\sqrt{1 - (0{,}80)^2} = 0{,}60$ м в горизонтальном положении (совпадающем с направлением движения).

Формула (39.2) показывает, какую длину тела мы получим в результате *измерения*, если тело движется мимо нас со скоростью v. Другое дело, как *выглядит* такое тело. Предположим, например, что вы движетесь справа налево мимо высокого здания со скоростью

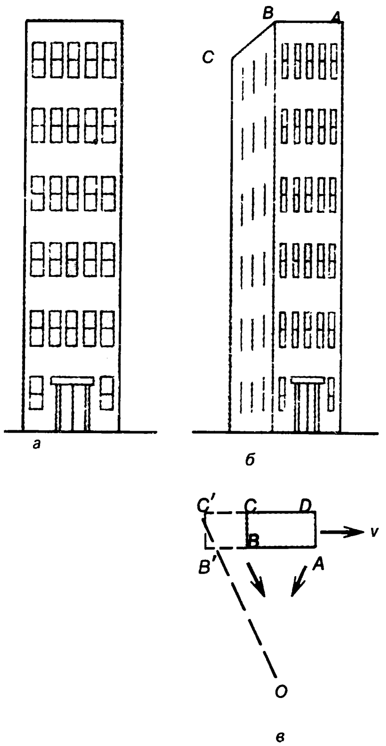


Рис. 39.9. Здание, наблюдаемое в состоянии покоя (*а*) и при движении с большой скоростью (*б*). Схема *в* поясняет, почему видна боковая сторона здания (подробности см. в тексте).

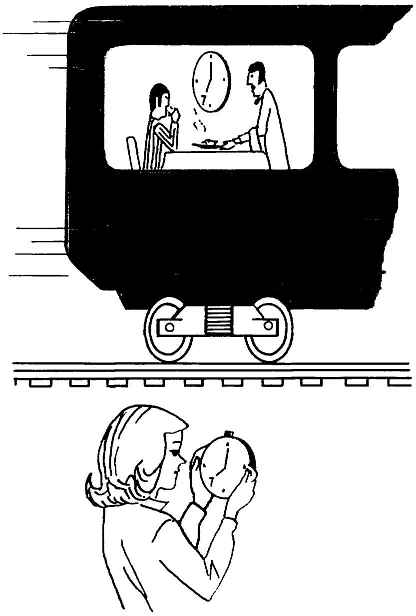
$v = 0{,}85c$. Это эквивалентно тому, что здание проносится мимо вас слева направо со скоростью v. Здание будет казаться более узким (но столь же высоким), но, даже находясь перед его фасадом, вы увидите и его боковую сторону. Это показано на рис. 39.9, *б* (на рис. 39.9, *а* показано то же здание, каким вы увидели бы его с фасада, стоя перед ним). То, что вы видите боковую сторону здания, не является в действительности релятивистским эффектом, а обусловлено конечной скоростью света. Чтобы понять, почему так происходит, обратимся к рис. 39.9, *в*, на котором изображен вид на здание сверху. В момент, который запечатлен на рисунке, наблюдатель O находится перед фасадом здания. Свет из точек A и B достигает наблюдателя O одновременно. Если бы здание покоилось относительно наблюдателя, то свет из точки C никогда бы не достиг O. Но здание, двигаясь мимо наблюдателя с очень высокой скоростью, перестает закрывать то, что «находится сзади», и свет из точки C доходит до наблюдателя O. В момент, изображенный на рис. 39.9, *в*, свет, отвечающий более раннему положению точки C (точка C'), может достичь O, так как здание успеет переместиться. Чтобы достичь наблюдателя O одновременно со светом из точек A и B, свет из точки C должен быть испущен раньше, так как он проходит большее расстояние. Поэтому до наблюдателя O одновременно со светом из точек A и B доходит свет из точки C'. Именно поэтому наблюдатель может обозревать фасад и боковую сторону здания одновременно даже в тот момент, когда он находился против фасада[1]. Как показывают аналогичные рассуждения, шарообразные тела сохраняют круглые очертания даже при очень высоких скоростях. Именно поэтому планеты на рис. 39.8, *б* изображены круглыми, а не сжатыми.

39.7. Четырехмерное пространство-время

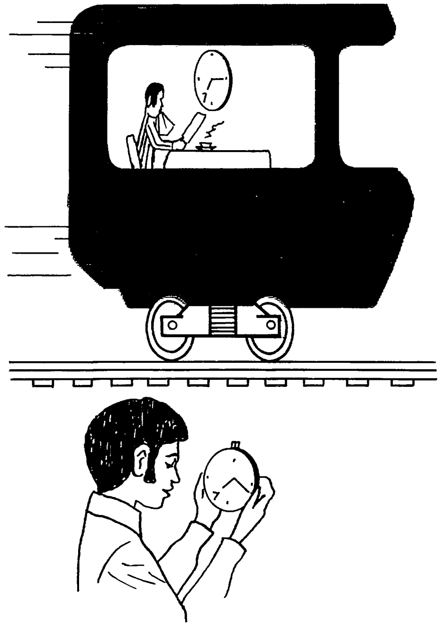
Предположим, что в поезде, мчащемся с очень большой скоростью, например $0{,}65c$, едет пассажир (рис. 39.10). По часам на стене вагона-ресторана пассажир приступает к

---

[1] Было бы неверно думать, будто здание на рис. 39.9, *б* выглядит повернутым. Это не так, поскольку если бы здание выглядело повернутым, то ребро A казалось бы короче ребра B. В действительности же, если наблюдатель находится прямо перед фасадом здания, то оба ребра A и B наблюдатель увидит одинаковой длины (или, точнее, одинаковой «высоты»). Здание кажется наблюдателю несколько сжатым по фасаду, но зато, как мы уже говорили, наблюдателю видна его боковая сторона.



а



б

Рис. 39.10. По точным часам в салоне мчащегося поезда пассажир приступает к обеду в 7.00 (*а*) и заканчивает обед в 7.15 (*б*). В начале обеда наблюдатели на земле установили свои часы по часам в салоне поезда. По измерениям этих наблюдателей обед в вагоне-ресторане продолжался 20 мин.

обеду в 7.00 и заканчивает его в 7.15. Эти два события (начало и конец обеда) в поезде происходят в одной и той же точке. Поэтому собственное время между этими двумя событиями равно 15 мин. С точки зрения наблюдателей на земле обед пассажира длится 20 мин [в полном соответствии с формулой (39.1)]. Предположим, что официант подал пассажиру блюдо на тарелке диаметром 20 см. Для наблюдателей на земле размер блюда в направлении движения поезда вследствие сокращения длины равен только 15 см. Таким образом, с точки зрения наблюдателей на земле порция была бы меньше, а обед длился бы дольше.

В некотором смысле два отмеченных нами эффекта (замедление времени и сокращение длины) уравновешивают друг друга. С точки зрения наблюдателей на земле порции сокращаются в размерах, но зато время трапезы увеличивается. Пространство, или длина, как бы компенсирует время.

Аналогичные соображения привели к понятию *четырехмерного пространства-времени*: три размерности «занимает» пространство, а четвертая размерность отведена времени. Пространство и время тесно взаимосвязаны. Подобно тому как, сжимая воздушный шар, мы увеличиваем его в одном измерении и сокращаем в другом, при взгляде на тела и события из различных систем отсчета пространство частично замещается временем, а время – пространством.

Хотя идея четырехмерного мира может показаться странной, она отражает лишь то, что любое тело или событие характеризуется четырьмя величинами, из которых три указывают, где в пространстве, а четвертая – когда во времени находится тело или происходит событие. Четырехмерное пространство-время обладает одним действительно необычным свойством: пространство и время в нем могут перемешиваться, т. е. при переходе из одной системы отсчета в другую пространство и время как бы отчасти взаимозаменяемы.

Для большинства из нас восприятие идеи пространства-времени сопряжено с определенными трудностями. Интуитивно мы, подобно физикам до появления теории относительности, воспринимаем пространство и время как совершенно различные понятия. И тем не менее даже в наших мысленных экспериментах мы обнаружили, что пространство и время не совсем изолированы друг от друга. Трудность, с которой мы сталкиваемся, воспринимая идею пространства-времени, вызывает в памяти ситуацию, сложившуюся в физике во времена Галилея и Ньютона. До Галилея вертикальное направление, в котором свободно падают тела, считалось отличным от двух горизонтальных измерений. Галилей показал, что вертикальное измерение отличается только тем, что совпадает с направлением, в котором действует сила тяжести. Во всем остальном все три измерения эквивалентны, и ныне их эквивалентность общепризнана. Теперь же нам необходимо воспринять еще одно измерение, которое мы прежде отличали от трех других измерений. Мы отнюдь не утверждаем, будто пространство ничем не отличается от времени. Теория относительности продемонстрировала невозможность определения пространственных координат тела или события независимо от временно́й координаты и наоборот.

39.8. Преобразования Галилея и Лоренца

Рассмотрим теперь подробно те математические соотношения, которые связывают величины в одной инерциальной системе отсчета с эквивалентными величинами в другой инерциальной системе отсчета. В частности, мы увидим, как *преобразуются* (т. е. изменяются) при переходе из одной системы отсчета в другую положения и скорости.

Начнем с классической, или галилеевой, точки зрения. Рассмотрим две системы отсчета – S и S', каждая из которых характеризуется своими осями координат (рис. 39.11). Пусть оси x и y (ось z не показана на рисунке) соответствуют системе отсчета S, а оси x', y' – системе отсчета S'. Оси x' и x совпадают, и мы предполагаем, что система отсчета S' движется вправо (в положительном

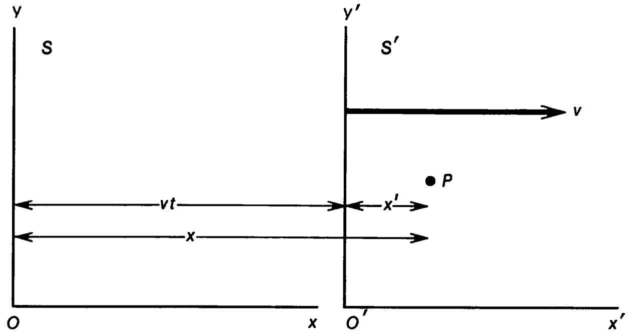


Рис. 39.11. Инерциальная система отсчета S' движется вправо со скоростью v относительно системы отсчета S.

направлении оси x) со скоростью v относительно системы отсчета S. Для простоты условимся считать, что при $t = 0$ начала систем отсчета O и O' совпадают.

Рассмотрим событие, происходящее в некоторой точке P (рис. 39.11) с координатами x', y', z' в системе отсчета S' в момент времени t'. Каковы координаты точки P в системе отсчета S? Так как системы отсчета S и S' первоначально полностью совпадают, по прошествии времени t система отсчета S' сдвинется на расстояние vt'. Следовательно, в момент времени t' получим $x = x' + vt'$. Координаты y и z при движении вдоль оси x не изменяются, поэтому $y = y'$, $z = z'$. Наконец, так как время в физике Галилея–Ньютона считается абсолютным, показания часов в обеих системах отсчета совпадают: $t = t'$. Резюмируя, получаем следующие **формулы преобразований Галилея**:

$$
\begin{aligned}
x &= x' + vt',\\
y &= y',\\
z &= z',\\
t &= t'.
\end{aligned}
\tag{39.3}
$$

Эти формулы позволяют определить координаты любого события в системе отсчета S, если известны его координаты в системе S'. Коль скоро известны координаты события в системе отсчета S, его координаты в системе отсчета S' могут быть найдены по формулам

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

Эти четыре формулы задают обратное преобразование и без труда получаются из формул (39.3). Заметим, что для перехода от прямого преобразования Галилея к обратному достаточно лишь поменять местами координаты со штрихами и без штрихов и заменить v на $-v$. Такая замена вполне понятна, так как система отсчета S движется влево относительно S' (в отрицательном направлении оси x) со скоростью v.

Предположим теперь, что точка P на рис. 39.11 – это движущаяся частица. Пусть u'_x, u'_y, u'_z – компоненты вектора ее скорости в системе отсчета S'. (Мы обозначаем скорость частицы буквой u, чтобы отличать ее от относительной скорости v двух систем отсчета.) По определению $u'_x = dx'/dt'$, $u'_y = dy'/dt'$, $u'_z = dz'/dt'$. Скорость точки P в системе отсчета S имеет компоненты u_x, u_y, u_z. Их связь с компонентами скорости в системе отсчета S' можно найти, продифференцировав соотношения (39.3). Для u_x получаем

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x' + vt')}{dt'} = u'_x + v,$$

так как скорость v по предположению постоянна. Для других компонент $u'_y = y_y$ и $u'_z = u_z$; поэтому

$$\begin{aligned} u_x &= u'_x + v, \\ u_y &= u'_y, \\ u_z &= u'_z. \end{aligned} \tag{39.4}$$

Это *галилеевы формулы преобразования скоростей*. Мы видим, что y- и z-компоненты скорости одинаковы в системах отсчета S и S', а x-компоненты отличаются на v: $u_x = u'_x + v$. Именно таким соотношением мы пользовались раньше при рассмотрении относительной скорости.

Формулы преобразований Галилея (39.3) и (39.4) справедливы только при скоростях, значительно меньших скорости света c. Нетрудно видеть, например, что первая из формул (39.4) утрачивает смысл, когда скорость становится равной скорости света: согласно этой формуле, свет, распространяющийся в системе отсчета S' со скоростью $u'_x = c$, в системе отсчета S будет иметь скорость $c + v$, тогда как теория относительности требует, чтобы и в системе отсчета S свет распространялся со скоростью c. Ясно, что для релятивистских скоростей нужны новые преобразования.

Их нетрудно вывести с помощью рис. 39.11. Предположим, что требуемые преобразования линейны и имеют вид

$$x = \gamma(x' + vt'), \qquad y = y', \qquad z = z',$$

т. е. изменим первую из формул (39.3), умножив ее правую часть на постоянную γ, которую следует определить. Мы предполагаем, что формулы для координат y и z остаются неизменными, так как в направлении осей y и z сокращения длины не происходит. Формулу преобразования t мы заранее не предполагаем, а просто выведем ее. Обратные преобразования должны иметь такой же вид с точностью до замены v на $-v$. (Этого требует принцип относительности, так как система отсчета S', движущаяся вправо относительно системы отсчета S, эквивалентна системе отсчета S, движущейся влево относительно S'.) Следовательно,

$$x' = \gamma(x - vt).$$

Если световой импульс испущен в момент времени $t = t' = 0$ из общего начала систем отсчета S и S', то за время t он пройдет вдоль оси x расстояние $x = ct$ или $x' = ct'$. Поэтому из приведенных выше формул для x и x' получаем

$$ct = \gamma(ct' + vt') = \gamma(c + v)t',$$
$$ct' = \gamma(ct - vt) = \gamma(c - v)t.$$

Подставляя t' из второго равенства в первое, мы приходим к $ct = \gamma(c + v)\gamma(c - v)(t/c) = \gamma^2(c^2 - v^2)t/c$. Сокращая обе части на t и разрешая относительно γ, находим

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Определив множитель γ, мы должны лишь найти соотношение между t и t'. Для этого объединим $x' = \gamma(x - vt)$ и $x = \gamma(x' + vt')$:

$$x' = \gamma(x - vt) = \gamma(\gamma[x' + vt'] - vt).$$

Решая относительно t, приходим к соотношению между t и t': $t = \gamma(t' + vx'/c^2)$. Выпишем теперь все новые формулы:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(x' + vt'), \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(t' + vx'/c^2). \end{aligned} \tag{39.5}$$

Это **формулы преобразований Лоренца**. Впервые они (в несколько иной форме) были предложены Лоренцем в 1904 г. для объяснения отрицательного результата эксперимента Майкельсона–Морли и для придания уравнениям Максвелла одинакового вида во всех инерциальных системах отсчета. Год спустя Эйнштейн вывел их независимо на основе своей теории относительности. Подчеркнем, что изменилась (по сравнению с преобразованием Галилея) не только формула преобразований координаты x, но и формула преобразований времени t. Из последней формулы непосредственно видно, как переплетены пространственная и временнáя координаты.

Пример 39.3. Выведите формулу сокращения длины (39.2) из преобразований Лоренца.

Решение. Пусть тело длиной L_0 покоится на оси x в системе отсчета S. Если x_1 и x_2 – координаты концов тела, то $x_2 - x_1 = L_0$. Координаты x'_1 и x'_2 концов тела в системе отсчета S' для любого t' могут быть найдены с помощью преобразования Лоренца. Длина тела, измеренная в системе отсчета S', равна $L = x'_2 - x'_1$. Наблюдатель в системе отсчета S' установит длину L', измерив координаты x'_2 и x'_1 одновременно, т.е. при $t'_2 = t'_1$. Таким образом, из первой формулы (39.5) мы получаем

$$L_0 = x_2 - x_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \times$$
$$\times (x'_2 + vt'_2 - x'_1 - vt'_1).$$

Так как $t'_2 = t'_1$, то

$$L_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(x'_2 - x'_1) = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

или

$$L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

что совпадает с формулой (39.2).

Пример 39.4. Выведите из формул преобразования Лоренца формулу замедления времени.

Решение. По измерениям в системе отсчета S' интервал времени Δt_0 между двумя событиями, происходящими в одной и той же точке пространства ($x'_2 = x'_1$), равен $\Delta t_0 = t'_2 - t'_1$. Так как $x'_2 = x'_1$, то, согласно последней формуле (39.5), интервал времени Δt между событиями, измеренный в системе отсчета S, равен

$$\Delta t = t_2 - t_1 =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\left(t'_2 + \frac{vx'_2}{c^2} - t'_1 - \frac{vx'_1}{c^2}\right) =$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(t'_2 - t'_1) = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

что совпадает с формулой (39.1). Заметим, что в качестве системы отсчета S' выбрана система, в которой два события происходят в одной и той же точке, т. е. $x'_1 = x'_2$, и поэтому члены vx'_2/c^2 и $-vx'_1/c^2$ взаимно уничтожаются.

Релятивистские формулы преобразования скоростей мы получим, продифференцировав соотношения (39.5) по времени. Например, полагая $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ и используя правило дифференцирования сложной функции, мы приходим к соотношению

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[\gamma(x' + vt')] = \frac{d}{dt'}[\gamma(x' + vt')]\frac{dt'}{dt} =$$
$$= \gamma\left[\frac{dx'}{dt'} + v\right]\frac{dt'}{dt}.$$

Но $dx'/dt' = u'_x$ и $dt'/dt = 1/(dt/dt') = 1/[\gamma(1 + vu'_x/c^2)]$ [мы продифференцировали по времени последнее из соотношений (39.5)]. В результате

$$u_x = [\gamma(u'_x + v)]/[\gamma(1 + vu'_x/c^2)] = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2}.$$

Остальные формулы выводятся аналогично. Приведем окончательные результаты:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2}, \tag{39.6а}$$

$$u_y = \frac{u'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}, \tag{39.6б}$$

$$u_z = \frac{u'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + vu'_x/c^2}. \tag{39.6в}$$

Подробнее о формулах преобразования скоростей (39.6) мы расскажем в следующем разделе. Подчеркнем, что, хотя относительная скорость $\mathbf{v}$ направлена вдоль оси x, скорость v и x-компонента скорости частицы входят в формулы преобразования всех компонент ее скорости. В случае преобразования Галилея [формулы (39.4)] компоненты скорости частицы, перпендикулярные относительной скорости, сохранялись.

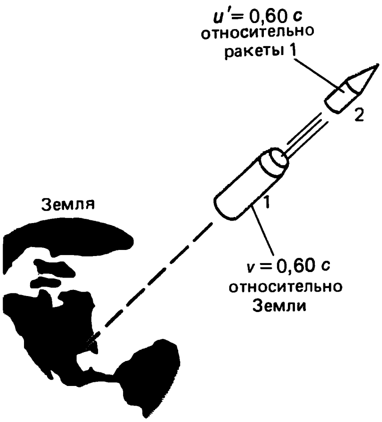


Рис. 39.12. Ракета *2* запущена с ракеты *1* со скоростью $u' = 0{,}60c$. Чему равна скорость *2* относительно Земли?

Пример 39.5. Вычислите скорость ракеты *2* на рис. 39.12 относительно Земли.

Решение. Ракета *2* движется относительно ракеты *1* со скоростью $u' = 0{,}60c$. Ракета *1* летит со скоростью $v = 0{,}60c$ относительно Земли. Обе скорости лежат на одной прямой, которую мы выберем за ось x (и x'). Нам нужна только первая из формул (39.6). Скорость ракеты *2* относительно Земли равна

$$u = \frac{u' + v}{1 + vu'/c^2} = \frac{0{,}60c + 0{,}60c}{1 + \dfrac{(0{,}60c)(0{,}60c)}{c^2}} = $$

$$= \frac{1{,}20c}{1{,}36} = 0{,}88c.$$

(Преобразование Галилея дало бы $u = 1{,}20c$.)

Обратите внимание на то, что при скоростях, малых по сравнению со скоростью света, формулы (39.6) переходят в классические формулы (преобразования Галилея).

39.9. Релятивистская масса и релятивистский импульс

Длина, интервал времени и масса – три основные механические величины. Две первые из них, как мы уже знаем, относительны: их значения зависят от того, в какой системе отсчета они измерены. Можно ожидать, что и масса окажется относительной величиной. И действительно, Эйнштейн показал, что *с увеличением скорости масса тела возрастает*:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{39.7}$$

В релятивистской формуле зависимости массы от скорости (39.7) величина m_0 называется **массой покоя** тела, т. е. массой, измеренной в системе отсчета, относительно которой тело покоится; m – масса тела, измеренная в системе отсчета, относительно которой тело движется со скоростью v.

Релятивистское увеличение массы бесчисленное множество раз проверялось в опытах с элементарными частицами (такими, как мюоны), и было подтверждено увеличение массы с ростом скорости в соответствии с формулой (39.7).

Воспользуемся мысленным экспериментом и покажем, что формула (39.7) следует из специальной теории относительности и закона сохранения импульса. Предположим, что импульс частицы определяется соотношением

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v},$$

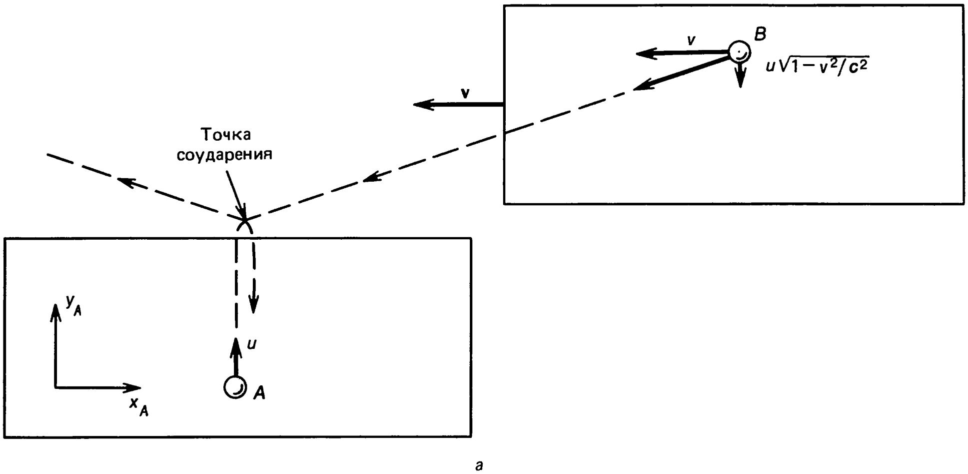
которое совпадает с классическим выражением для импульса, за исключением того, что масса m тела может зависеть от его скорости v [это обстоятельство отражается в записи: $m(v)$]. Как будет показано, такое предположение необходимо, если закон сохранения импульса справедлив в релятивистской области.

Рассмотрим в мысленном эксперименте упругое соударение двух *идентичных* шаров. Если два таких шара движутся с одинаковой скоростью v, то их массы $m(v)$ одинаковы и могут отличаться от массы покоя m_0, одинаковой у обоих шаров. Если шары движутся с разными скоростями, то их массы могут быть различны.

Соударение двух шаров в мысленном эксперименте происходит следующим образом. Рассмотрим две инерциальные системы отсчета A и B, которые движутся со скоростью v относительно друг друга. В системе отсчета A шар (назовем его шар A) движется со скоростью u вдоль оси y_A, перпендикулярной v. В системе отсчета B второй шар (шар B) движется со скоростью u и в отрицательном направлении оси y_B. Оба шара начали двигаться в нужный момент времени, выбранный с таким расчетом, чтобы они столкнулись. Соударение шаров мы предполагаем упругим и считаем, что после соударения каждый шар движется с той же скоростью u, но в обратном направлении вдоль оси y в своей системе отсчета. На рис. 39.13, *а* столкновение шаров изображено с точки зрения наблюдателя в системе отсчета A. На рис. 39.13, *б* то же столкновение изображено таким, каким его видит наблюдатель в системе отсчета B. В системе отсчета A шар A имеет скорость $+u$, направленную вдоль оси y, до соударения и скорость $-u$, направленную вдоль оси y, после соударения. В системе отсчета B шар A имеет и до, и после соударения x-компоненту скорости, равную v, и y-компоненту [см. формулу (39.6б) с $u'_x = 0$], равную

$$u\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

То же можно сказать и относительно шара B при условии, что все скорости обращены. Все компоненты скорости изображены на рис. 39.13. Предположим теперь, что $u \ll v$. Тогда масса шара A в системе отсчета B зависит только от скорости v [т. е. $m(v)$], а масса шара B в системе отсчета A есть $m(v)$. Воспользуемся законом сохранения импульса (мы надеемся, что он останется в силе и



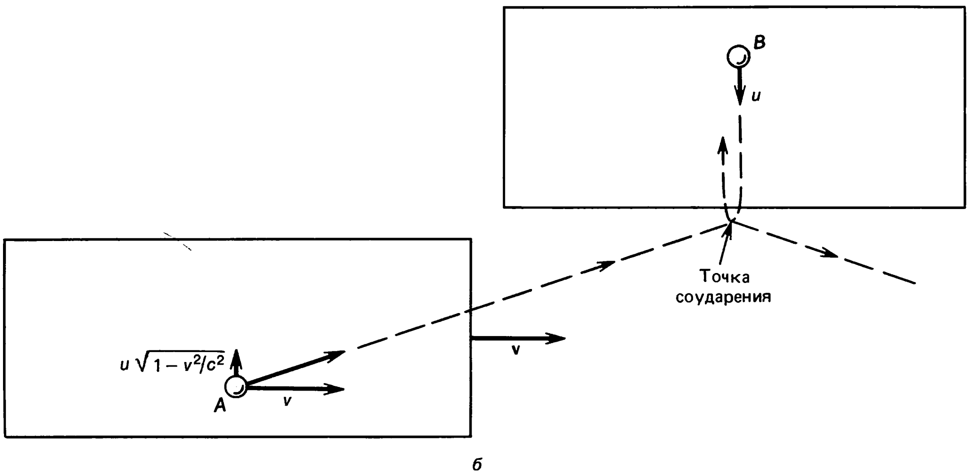


Рис. 39.13. К выводу формулы массы. Соударение, наблюдаемое из системы отсчета A (a) и из системы отсчета B ($б$).

в специальной теории относительности, хотя понятие импульса необходимо переопределить), т.е. предположим, что полный импульс до соударения равен полному импульсу после соударения. Применим закон сохранения импульса к y-компоненте импульса в системе отсчета A (рис. 39.12, a):

$$m(u)u - m(v)u\sqrt{1 - v^2/c^2} = -m(u)u + m(v)u\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Разрешив относительно $m(v)$, получим

$$m(v) = \frac{m(u)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Если скорость u мала и стремится к нулю (это соответствует скользящему соударению, когда один из шаров, по существу, покоится, а другой движется со скоростью v), то $m(u)$ переходит в массу покоя m_0 и полученное соотношение приобретает вид

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Хотя $m(v)$ относится к частице A, а m_0 – к частице B, масса покоя m_0 одинакова у обеих частиц. Следовательно, последнее соотношение справедливо для шара A. [Формула (39.13б) позволяет вывести такое же соотношение и для шара B.] Это и есть формула (39.7), которую требовалось получить.

Введем релятивистский импульс

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (39.8)$$

Как было показано выше, в этом случае закон сохранения импульса будет справедлив и в релятивистской области. Второй закон Ньютона, если его записать в наиболее общем виде:

$$F = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}), \qquad (39.9)$$

также выполняется в релятивистской области. Поскольку масса частицы не постоянна, второй закон Ньютона в виде $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ в релятивистской области не справедлив.

39.10. Предельная скорость

Основной результат специальной теории относительности состоит в том, что скорость любого тела не может быть равна скорости света или превышать ее. То, что скорость света представляет собой естественный предел скоростей во Вселенной, можно усмотреть в любом из соотношений (39.1), (39.2), (39.7) или из формулы сложения скоростей. Но проще всего существование предельной скорости можно усмотреть в релятивистской зависимости массы от скорости: $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. По мере ускорения тела до больших скоростей его масса становится все больше и больше. Если бы скорость v достигла скорости света c, то знаменатель оказался бы равен нулю и масса m обратилась бы в бесконечность. Следовательно, для разгона тела до $v = c$ потребовалась бы бесконечно большая энергия, что невозможно.

Если бы скорость v превышала c, то множитель $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ стал бы квадратным корнем из отрицательного числа, т.е. мнимым числом, поэтому длины, временны́е интервалы и масса перестали бы быть вещественными. На этом основании мы заключаем, что скорость обычных тел не может быть больше или равна скорости света. Однако в конце 60-х годов XX в. было отмечено, что формулы специальной теории относительности Эйнштейна не исключают возможности существования тел, скорость которых *всегда* больше скорости света c. Если такие частицы существуют (их назвали тахионами, что означает «быстрые»), то их масса покоя m_0 была бы мнимой, а масса m как отношение двух мнимых чисел при $v > c$ была бы вещественной. Для таких гипотетических частиц скорость света c была бы *нижним* пределом их скорости. Несмотря на интенсивные поиски тахионов, до сих пор их обнаружить не удалось. Скорость света пока остается предельной скоростью во Вселенной.

39.11. $E = mc^2$. Масса и энергия

Если на тело с массой покоя m_0 действует постоянная результирующая сила, то скорость тела возрастает. Действуя на тело на определенном пути, сила совершает над телом работу, и его энергия увеличивается. Но скорость тела не может возрастать неограниченно, так как существует предельная скорость c. С другой стороны, с увеличением скорости тела происходит увеличение его массы. Следовательно, производимая над телом работа приводит к увеличению не только его скорости, но и *массы* тела. Обычно работа, производимая над телом, увеличивает его энергию. Этот аспект теории относительности привел к идее о том, что масса есть форма энергии, – решающему моменту специальной теории относительности Эйнштейна.

Чтобы найти математически связь массы и энергии, предположим, что закон сохранения энергии справедлив в специальной теории относительности, и рассмотрим движение вдоль оси x. Работа, затраченная на ускорение частиц от нулевой скорости до скорости v, равна

$$W = \int_i^f F dx = \int_i^f \frac{dp}{dt} dx = \int_i^f \frac{dp}{dt} v dt = \int_i^f v dp,$$

где i – начальное ($v = 0$) состояние, а f – конечное ($v = v$) состояние. Так как $d(pv) = pdv + vdp$, мы можем записать выражение справа под знаком интеграла в виде

$$vdp = d(pv) - pdv.$$

Тогда

$$W = \int_i^f d(pv) - \int_i^f pdv.$$

Так как интегрирование – это операция, обратная дифференцированию, первый член в правой части легко вычисляется:

$$\int_i^f d(pv) = pv\Big|_i^f = mv^2\Big|_0^v = mv^2,$$

где m – функция от v. Следовательно,

$$W = mv^2 - \int_0^v mv dv = mv^2 - \int_0^v \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} dv.$$

Второй член в правой части также легко интегрируется, поскольку

$$\frac{d}{dv}\left(\sqrt{1-v^2/c^2}\right) = -(v/c^2)/\sqrt{1-v^2/c^2};$$

получаем

$$W = mv^2 + \left(m_0c^2\sqrt{1-v^2/c^2}\right)\Big|_0^v = mv^2 + m_0c^2\sqrt{1-v^2/c^2} - $$
$$- m_0c^2 = mv^2 + mc^2(1-v^2/c^2) - m_0c^2.$$

[Мы воспользовались формулой (39.7).] Так как $mc^2(1 - - v^2/c^2) = mc^2 - mv^2$, получаем окончательно, что

$W = mc^2 - m_0c^2$.

По закону сохранения энергии работа, совершенная над частицей, равна ее кинетической энергии (КЭ) в конечном состоянии, так как в начальном состоянии частица покоилась:

$$\text{КЭ} = mc^2 - m_0c^2, \qquad (39.10)$$

где m – масса частицы, движущейся со скоростью v, m_0 – масса покоя частицы. Ясно, что при высоких скоростях КЭ $\neq {}^1/_2 mv^2$; нельзя также, подставив $m = m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$ в классическое выражение , получить при этом правильный результат: КЭ $\neq {}^1/_2 m_0v^2/\sqrt{1-v^2/c^2}$. Правильным является выражение (39.10).

Формула (39.10) требует некоторых пояснений. Прежде всего, что означает второй член в правой части m_0c^2? Исходя из представления о массе как о форме энергии, Эйнштейн назвал m_0c^2 *энергией покоя* (или собственной энергией) тела. Перенеся член m_0c в другую часть равенства, мы можем записать соотношение (39.10) в виде $mc^2 = m_0c^2 + \text{КЭ}$. Назовем величину mc^2 *полной энергией* E частицы (мы предполагаем, что частица не обладает потенциальной энергией). Нетрудно видеть, что полная энергия равна энергии покоя плюс кинетическая энергия:

$$E = mc^2 = m_0c + \text{КЭ}. \qquad (39.11)$$

Так мы приходим к знаменитой формуле Эйнштейна $E = mc^2$.

Если частица покоится, то ее полная энергия равна $E_0 = m_0c^2$, поэтому величину m_0c^2 мы и называем энергией покоя. Эта формула устанавливает математическую связь понятий энергии и массы. Чтобы идея о существовании подобной связи имела смысл с практической точки зрения, масса должна превращаться в энергию и наоборот. Это означает, что если масса представляет собой одну из форм энергии, то она должна быть способна превращаться в другие формы энергии, как это и происходит с ними. Эйнштейн высказал предположение о возможности таких превращений массы в различные формы энергии. Его гипотеза бесчисленное количество раз подтверждалась на опыте и лежит в основе многих важных процессов.

Взаимное превращение массы и энергии проще всего обнаруживается в ядерной физике и физике элементарных частиц. Например, на опыте наблюдался распад нейтрального пиона π^0 (π^0-мезон) с массой покоя $2{,}4 \cdot 10^{-28}$ кг на два фотона, т. е. превращение π^0 целиком в чисто электромагнитное излучение. В таком процессе π^0 полностью исчезает. Количество образующейся в результате распада электромагнитной энергии, как показали измерения, в точности соответствует формуле Эйнштейна $E = m_0c^2$. В лаборатории наблюдается и обратный процесс превращения электромагнитного излучения при определенных условиях в такие «материальные» частицы, как, например, электроны. В больших масштабах энергия, вырабатываемая на атомных электростанциях, обусловлена уменьшением массы уранового топлива в процессе, известном под названием «деление ядер урана» (гл. 42). Даже получаемая нами от Солнца лучистая энергия может служить примером, основанным на формуле $E = mc^2$: масса Солнца постоянно убывает по мере того, как Солнце излучает в окружающее пространство.

Пример 39.6. π^0-мезон ($m_0 = 2{,}4 \cdot 10^{-28}$ кг) движется со скоростью $v = 0{,}80\ c = 2{,}4 \cdot 10^8$ м/с. Чему равна его кинетическая энергия? Полученный ответ сравните с вычислениями по классической механике.

Решение. Масса π^0-мезона при $v = 0{,}80\ c$ равна

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2{,}4 \cdot 10^{-28}\ \text{кг}}{\sqrt{1 - (0{,}80)^2}} = 4{,}0 \cdot 10^{-28}\ \text{кг}.$$

Следовательно, его кинетическая энергия равна

$$\text{КЭ} = (m - m_0)c^2 = (4{,}0 \cdot 10^{-28}\ \text{кг} - 2{,}4 \times 10^{-28}\ \text{кг})(3{,}0 \cdot 10^8\ \text{м/с})^2 = 1{,}4 \times 10^{-11}\ \text{Дж}.$$

Обратите внимание на то, что величина mc^2 измеряется в единицах кг $\cdot$ м^2/с^2, т. е. в джоулях. Вычисления по классической механике дали бы неверный результат: $\text{КЭ} = {}^1/_2\, m_0v^2 = {}^1/_2\,(2{,}4 \cdot 10^{-28}\ \text{кг})(2{,}4 \times 10^8\ \text{м/с})^2 = 6{,}9 \cdot 10^{-12}$ Дж.

Пример 39.7. Сколько энергии выделяется при распаде π^0-мезона из предыдущего примера и его превращении в электромагнитное излучение?

Решение. Энергия покоя π^0-мезона равна
$E_0 = m_0c^2 = (2{,}4 \cdot 10^{-28}\ \text{кг})(3{,}0 \times 10^8\ \text{м/с})^2 = 2{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж. Столько энергии выделилось бы, если бы π^0-мезон претерпел распад в состоянии покоя. Если же π^0-мезон обладает $\text{КЭ} = 1{,}4 \cdot 10^{-11}$ Дж, то выделяющаяся при его распаде полная энергия равна $3{,}6 \cdot 10^{-11}$ Дж.

Пример. 39.8. Энергия, выделяющаяся или поглощающаяся в ядерных реакциях или распадах, определяется разностью масс исходных частиц и продуктов реакции. Например, при радиоактивном распаде (разд. 42.4) атома урана ($m = 232{,}03714$ а. е. м.) образуется атом тория ($m = 228{,}02873$ а. е. м.) и атом гелия ($m = 4{,}00260$ а. е. м.) (массы атомов приведены в атомных единицах массы, см. разд. 4.3: 1 а. е. м. = $1{,}6606 \cdot 10^{-27}$ кг). Вычислите энергию, выделяющуюся при этом распаде.

Решение. Начальная масса равна 232,03714 а. е. м., а масса ядер после распада равна 228,02873 а. е. м. + 4,00260 а. е. м. = = 232,03133 а. е. м. Следовательно, масса уменьшилась на 0,00581 а. е. м. Эта масса, равная (0,00581 а. е. м.) ($1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг) = $= 9{,}64 \times 10^{-30}$ кг, превращается в энергию. Согласно формуле $E = mc^2$, эта энергия составляет

$$E = (9{,}64 \cdot 10^{-30}\ \text{кг})(3{,}0 \cdot 10^8\ \text{м/с})^2 = 8{,}68 \times 10^{-13}\ \text{Дж}.$$

Так как 1 МэВ = $1{,}60 \cdot 10^{-13}$ Дж, при распаде выделяется энергия 5,4 МэВ.

Выражение (39.10) для кинетической энергии можно с помощью соотношения (39.7) записать как функцию скорости v тела:

$$\text{КЭ} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right). \tag{39.12}$$

При малых скоростях $v \ll c$ квадратный корень в правой части равенства (39.12) можно разложить в ряд по биному $(1 + x)^n = 1 + nx + n(n - 1)x^2/2! + \ldots$. В результате получим

$$\text{КЭ} \approx m_0c^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \ldots - 1\right) \approx \frac{1}{2}m_0v^2,$$

где многоточие в скобках соответствует малым членам разложения, которыми мы пренебрегли в предположении $v \ll c$. Таким образом, при малых скоростях релятивистское выражение для кинетической энергии переходит в классическое: КЭ = $^1/_2 m_0v^2$.Разумеется, так и должно быть. Теория относительности не была бы столь значительной, если бы не давала точных предсказаний как при высоких, так и при низких скоростях. При обычных скоростях остальные формулы специальной теории относительности переходят в свои классические аналоги: релятивистские эффекты сокращения длины, замедления времени и увеличения массы при $v \ll c$ исчезают, так как $\sqrt{1 - v^2/c^2} \approx 1$.

Нетрудно также вывести полезное соотношение между полной энергией E частицы и ее импульсом p. Так как $E = mc^2$ и $p = mv$, где $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, получаем

$$\begin{aligned} E^2 &= m^2c^4 = m^2c^2(c^2 + v^2 - v^2) = \\ &= m^2c^2v^2 + m^2c^2(c^2 - v^2) = \\ &= p^2c^2 + \frac{m_0^2c^4(1 - v^2/c^2)}{1 - v^2/c^2}, \end{aligned}$$

или

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4. \tag{39.13}$$

Таким образом, полную энергию можно выразить через импульс p или кинетическую энергию [формула (39.11)].

39.12. Значение специальной теории относительности

Для проверки предсказаний специальной теории относительности было проведено очень много экспериментов. В пределах ошибок эксперимента никаких противоречий с теорией не было обнаружено, и подавляющее большинство ученых убеждено, что теория относительности обеспечивает описание природы.

При скоростях, существенно меньших скорости света, релятивистские формулы переходят в классические, о чем мы уже говорили. На это, конечно, надеялись и этого упорно добивались все физики, поскольку ньютоновская механика хорошо описывает явления, когда тела движутся со скоростями $v \ll c$. Требование, согласно которому более общая теория (например, специальная теория относительности) должна приводить к тем же результатам, что и более ограниченная теория (например, классическая механика, делающая точные предсказания при $v \ll c$), называется **принципом соответствия**. Две теории должны соответствовать друг другу там, где их области применимости перекрываются. Таким образом, специальная теория относительности не противоречит классической механике. Она скорее представляет собой более общую теорию, частным случаем которой следует считать классическую механику.

Значение специальной теории относительности отнюдь не исчерпывается тем, что она позволяет получать более точные результаты, особенно при очень высоких скоростях. Гораздо важнее, что специальная теория относительности изменила наше мировоззрение. Понятия «пространство» и «время», некогда считавшиеся абсолютными и обособленными, оказались относительными и взаимосвязанными. Наши представления о массе и энергии также существенно изменились: и масса, и энергия способны к взаимному превращению. Влияние теории относительности распространилось далеко за пределы физики. Специальная теория относительности отразилась на развитии других наук и наложила свой отпечаток на искусство и литературу. Эта теория стала элементом общей культуры.

С практической точки зрения в повседневной жизни нам не часто предоставляется возможность воспользоваться математическим аппаратом специальной теории относительности. Например, при $v = 0{,}1\ c$ множитель $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ во многих релятивистских формулах составляет 0,995. Это означает, что даже при скоростях $0{,}1\ c = 3 \cdot 10^7$ м/с множитель $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ в релятивистских формулах вносит численную поправку, величина которой меньше 1%. Следовательно, при скоростях, меньших $0{,}1\ c$, или в тех случаях, когда не происходит взаимных превращений массы и энергии, нет необходимости прибегать к более сложным релятивистским формулам, и можно обойтись простыми классическими формулами.

Заключение

Инерциальной системой отсчета называется система отсчета, в которой выполняется перый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета могут двигаться относительно друг друга равномерно и прямолинейно. Системы отсчета, движущиеся с ускорением, неинерциальны.

Специальная теория относительности Эйнштейна опирается на два принципа: *принцип относительности*, утверждающий, что законы физики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, и принцип *постоянства скорости света*, утверждающий, что скорость света в пустом пространстве одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

Из специальной теории относительности, в частности, следует, что два события, одновременные в одной системе отсчета, могут оказаться неодновременными в другой системе отсчета. К другим релятивистским эффектам относятся *замедление времени* (часы, движущиеся относительно наблюдателя, по его измерениям замедляют свой ход), *сокращение длины* (длина тела, движущегося относительно наблюдателя, меньше длины того же тела в покое), *увеличение массы* (с увеличением скорости масса тела возрастает). Кроме того, сложение скоростей в специальной теории относительности происходит не так, как в классической механике. Все релятивистские эффекты становятся существенными только при очень больших скоростях, близких к скорости света, которую можно считать предельной скоростью во Вселенной.

Преобразования Лоренца устанавливают связь между пространственными и временны́ми координатами событий в одной инерциальной системе отсчета и пространственными и временны́ми координатами тех же событий в другой инерциальной системе отсчета.

Специальная теория относительности изменила наши представления о пространстве и времени, массе и энергии. По современным представлениям пространство и время тесно связаны между собой, время играет роль четвертого измерения, дополнительного к трем пространственным измерениям. Масса и энергия взаимопревращаемы. Соотношение

$$E = mc^2$$

показывает, какую энергию E необходимо израсходовать, чтобы создать массу m, и, наоборот, какая энергия E заключена в массе m. Закон сохранения энергии должен быть обобщен так, чтобы включать массу как форму энергии. Полная энергия E и импульс p частицы связаны между собой соотношением $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$.

Вопросы

1. Приведите несколько примеров неинерциальных систем отсчета.

2. Женщина стоит на краю движущейся железнодорожной платформы. Она подбрасывает (как ей кажется) вертикально вверх тяжелый мяч. Приземлится мяч на платформу или позади нее? (Сопротивлением воздуха пренебречь.)

3. Согласно принципу относительности, человек, сидящий в автомобиле, который едет равномерно и прямолинейно, имеет право утверждать, что его автомобиль покоится, а движется дорога под ним, с не меньшим основанием, чем человек, стоящий на обочине, утверждает, что движется автомобиль, а дорога покоится. Согласны ли вы с этим или что-то мешает вам принять подобную точку зрения? Проанализируйте причины вашей реакции.

4. Действительно ли Земля движется вокруг Солнца? Можно ли с тем же основанием утверждать, что Солнце движется вокруг Земли? Рассмотрите эту проблему с точки зрения принципа относительности (утверждающего, что не существует «выделенной» системы отсчета).

5. Представьте себе, что вы находитесь на борту космического корабля, летящего от некоторой звезды со скоростью 0.5 *c*. С какой скоростью вам надо будет обгонять свет от этой звезды.

6. Два события происходят в одном и том же месте и в одно и то же время с точки зрения одного наблюдателя. Будут ли эти события одновременными с точки зрения другого наблюдателя, движущегося относительно первого.

7. а) Объясните, почему два события одновременны с точки зрения каждого из двух наблюдателей, движущихся относительно друг друга, только в том случае, если в системе отсчета каждого наблюдателя эти события происходят в одной точке. б) При каких других условиях два события будут одновременными с точки зрения каждого наблюдателя?

8. Проанализируйте мысленный эксперимент в разд. 39.4 с точки зрения наблюдателя O_1 (сделайте чертеж, аналогичный изображенному на рис. 39.6).

9. Эффект замедления времени проявляется в том, что «движущиеся часы отстают». В действительности этот эффект не имеет ничего общего с движением, влияющим на работу часового механизма. Чем тогда обусловлен этот эффект?

10. Означает ли замедление времени, что время действительно течет медленнее в движущихся системах отсчета, или нам это только *кажется*?

11. Иногда приходится слышать, что поездки в метро преждевременно старят людей. Предположим, что в будущем люди смогут построить метро, поезда которого помчатся со скоростью, очень близкой к скорости света. Как это скажется, по-вашему, на старении пассажиров?

12. Молодо выглядящая женщина-астронавт только что вернулась из продолжительного космического полета. Она бросается к седовласому старцу и в завязавшемся разговоре называет его своим сыном. Как это может быть?

13. Вы улетаете с Земли со скоростью 0,5 *c*. Заметите ли вы какие-нибудь изменения в своем пульсе? Изменятся ли масса вашего тела, рост или объем талии? Что скажут по поводу этого наблюдатели с Земли, следящие за вами в свои телескопы?

14. Предсказания специальной теории относительности кажутся противоречащими некоторым нашим повседневным представлениям о мире и поэтому воспринимаются иногда как абсурдные. Проанализируйте подробно некоторые из таких предсказаний и попробуйте установить, приводят ли они к какому-нибудь противоречию, поддающемуся проверке.

15. Как изменилась бы наша жизнь, если бы скорость света составляла всего 25 м/с?

16. Увеличивается ли масса и происходят ли замедление времени и сокращение длины при обычных скоростях, например 90 км/ч?

17. Предположим, что скорость света стала бесконечно большой. Что произошло при этом с предсказаниями специальной теории относительности по поводу замедления времени, сокращения длины и увеличения массы?

18. Объясните, как из формул, описывающих сокращение длины и замедление времени, следует, что c – предельная скорость во Вселенной.

19. К телу массой m в течение бесконечного периода времени приложена постоянная сила. Как изменяются со временем скорость и масса тела?

20. Раскаленный добела железный прут охлажден до комнатной температуры. Изменилась ли его масса?

21. Противоречит ли формула Эйнштейна $E = mc^2$ закону сохранения энергии? Объясните.

22. Применима ли формула $E = mc^2$ к частицам, движущимся со скоростью света? Применима ли эта формула только к таким частицам?

23. Электрон вынужден двигаться со скоростью меньше скорости света c. Устанавливает ли это условие верхний предел для импульса электрона? Если да, то каков этот верхний предел?

24. Если масса представляет собой один из видов энергии, то означает ли это, что масса сжатой пружины больше массы свободной пружины?

25. Правильно ли говорить, что «материя не создается и не уничтожается»? Как следовало бы сформулировать это утверждение?

26. Нейтрино – это элементарная частица с нулевой массой покоя, которая движется со скоростью света. Можно ли поймать пролетающие мимо нейтрино?

Задачи

Разделы 39.5 и 39.6

1. (I) Пучок элементарных частиц движется со скоростью $2{,}85\cdot 10^8$ м/с. Среднее время жизни частиц при этой скорости равно $2{,}50\cdot 10^{-8}$ с. Чему равно время жизни этих частиц в состоянии покоя?

2. (I) Чему равна скорость пучка пионов, если их среднее время жизни равно $3{,}5\cdot 10^{-8}$ с? Среднее время жизни пиона в состоянии покоя равно $2{,}6\cdot ^{10^{-8}}$ с.

3. (I) Космический корабль пролетает мимо вас со скоростью 0,80 c. По вашим измерениям его длина равна 90 м. Чему равна длина космического корабля в состоянии покоя?

4. (I) Вы сидите в своем спортивном автомобиле, когда мимо вас со скоростью 0,18 c проносится другой спортивный автомобиль той же марки и той же модели. Его водитель утверждает, что длина его машины равна 6,00 м, а длина вашей по его измерениям составляет 6,15 м. Какова длина вашей и его машин по вашим измерениям?

5. (I) Предположим, что вы решили отправиться в космический полет к звезде, удаленной от Земли на расстояние 65 световых лет. С какой скоростью необходимо лететь, чтобы это расстояние сократилось до 20 световых лет?

6. (II) Расстояние до звезды составляет 36 световых лет. Сколько времени займет перелет с Земли до этой звезды космического корабля, развивающего скорость 0,98 c, по измерениям наблюдателей а) на Земле; б) на борту космического корабля? в) Какое расстояние пролетит космический корабль по измерениям наблюдателя, находящегося на его борту? г) С какой скоростью летит космический корабль по вычислениям членов его экипажа на основе измерений пп. «б» и «в»?

7. (II) Ваша хорошая знакомая проносится мимо вас в своем скоростном спортивном автомобиле со скоростью 0,760 c. По вашим измерениям машина имеет в длину 5,80 м и в высоту 1,45 м. а) Чему равны длина и высота машины в состоянии покоя? б) Сколько секунд, как вам кажется, прошло по часам на руке вашей знакомой, если ваши часы отсчитали 20,0 с? в) С какой скоростью вы, по мнению вашей знакомой, пронеслись мимо нее? г) Сколько секунд прошло по вашим часам за то время, пока часы вашей знакомой отсчитали 20,0 с?

8. (II) Ближайшая к Земле звезда Альфа Центавра находится на расстоянии 4,0 световых лет. а) С какой постоянной скоростью должен лететь стартовавший с Земли космический корабль, если необходимо достичь этой звезды за 3,0 года по часам путешественников, находящихся на борту космического корабля? б) Какой покажется длительность полета наблюдателю на Земле?

9. (II) С какой скоростью должен лететь пион, чтобы пролететь до распада 20 м? Среднее время жизни пиона в покое $2{,}6\cdot 10^{-8}$ с.

Раздел 39.8

10. (I) Предположим, что начала систем отсчета S и S' (рис. 39.11) совпадают при $t = t' = 0$ и что система отсчета движется со скоростью $v = 30$ м/с относительно системы отсчета S. В системе отсчета S' в точке с координатами $x' = 25$ м, $y' = 20$ м, $z' = 0$ м покоится человек. Вычислите его координаты в системе отсчета $S(x, y, z)$ при а) $t = 2{,}5$ с; б) $t = 10{,}0$ с. Воспользуйтесь для этого преобразованием Галилея.

11. (I) Решите задачу 10 с помощью преобразований Лоренца при относительной скорости $v = 1{,}50\cdot 10^8$ м/с и а) $t = 2{,}5$ мкс; б) $t = 10{,}0$ мкс.

12. (I) Астронавт на борту космического корабля, летящего со скоростью 0,50 c (относительно Земли) наблюдает метеор, обгоняющий корабль и движущийся относительно него со скоростью 0,50 c. С какой скоростью метеор движется относительно Земли?

13. (II) Два космических корабля стартуют с Земли в противоположных направлениях, каждый со скоростью 0,50 c относительно Земли. а) Чему равна скорость первого космического корабля относительно второго? б) Чему равна скорость второго космического корабля относительно первого?

14. (II) Космический корабль стартует с Земли со скоростью 0,68 c. Второй космический корабль стартует с первого со скоростью 0,86 c (относительно первого космического корабля). Вычислите скорость второго космического корабля относительно Земли, если он стартует а) в направлении движения первого (находящегося в полете) космического корабля; б) в направлении, противоположном скорости первого космического корабля (т.е. назад к Земле).

15. (II) Предположим, что человек в задаче 10 движется со скоростью, компоненты которой равны $u_x = u_y = 25{,}0$ м/с. Чему равна его скорость в системе отсчета S? (Укажите величину и направление скорости.)

16. (II) Предположим, что астронавт в задаче 11 (находясь на борту космического корабля) движется со скоростью, компоненты которой $u'_x = u'_y = 2{,}3 \cdot 10^8$ м/с. Чему равна (по величине и направлению) его скорость относительно системы отсчета S?

17. (II) С космического корабля, удаляющегося от Земли со скоростью $0{,}66c$, под прямым углом к направлению полета (с точки зрения наблюдателя, находящегося на борту корабля) запущен беспилотный модуль со скоростью $0{,}82c$. Чему равна скорость модуля и под каким углом к направлению движения первого космического корабля он летит с точки зрения наблюдателя на Земле?

18. (II) Частица движется в плоскости xy системы отсчета S (рис. 39.11) под углом θ к оси x. Покажите, что в системе отсчета S' она движется под углом θ' к оси x', определяемым из соотношения $\operatorname{tg}\theta' = (\sin\theta)\sqrt{1 - v^2/c^2}/(\cos\theta - v/u)$.

19. (II) Стержень длиной L_0 покоится относительно системы отсчета S и расположен под углом θ к оси x. В системе отсчета S', движущейся вправо со скоростью $\mathbf{v} = v\mathbf{i}$ относительно системы отсчета S, определите а) длину L стержня; б) угол θ', который он образует с осью x'.

20. (II) На Диком Западе шериф из окна поезда, идущего со скоростью 50 м/с, наблюдает дуэль между двумя поселенцами, стоящими на земле в 50 м друг от друга вдоль прямой, параллельной железной дороге. Приборы, которые имеются под рукой шерифа, показывают, что в его системе отсчета оба дуэлянта выстрелили одновременно. а) Кого из дуэлянтов шериф должен арестовать за то, что тот выстрелил первым: того (обозначим его A), мимо которого поезд проехал сначала, или того (обозначим его B), мимо которого поезд проехал потом? б) Насколько тот, кто стрелял первым, опередил того, кто выстрелил вторым? в) Кого первым настигла пуля противника?

Раздел 39.9

21. (I) Чему равна масса протона, движущегося со скоростью $v = 0{,}75c$?

22. (I) При какой скорости масса тела становится вдвое больше его массы покоя?

23. (II) При какой скорости масса тела на 1% превышает его массу покоя?

24. (II) Вторая космическая скорость для Земли равна 40000 км/ч. На сколько процентов увеличивается масса космического корабля (масса покоя $3{,}8 \cdot 10^5$ кг), летящего с такой скоростью?

25. (II) а) Чему равна скорость электрона, если его масса в 10000 раз превосходит его массу покоя? Такие скорости достигнуты в Стэнфордском линейном ускорителе (SLAC). б) Электроны в ускорителе SLAC летят в трубе длиной 3,0 км. Какова длина этой трубы в системе отсчета электронов?

26. (II) Выведите формулу, показывающую, как зависит плотность тела от его скорости v.

Раздел 39.11

27. (I) Какую энергию можно извлечь при полном превращении 1,0 мг массы в энергию? Какую массу удалось бы поднять на высоту 100 м за счет только этой энергии?

28. (I) Чему равна кинетическая энергия электрона, масса которого в 5,0 раз больше его массы покоя?

29. (I) Для химической реакции требуется подвести энергию $2{,}56 \cdot 10^4$ Дж. Насколько масса продуктов такой реакции больше массы исходных веществ?

30. (I) Вычислите энергию покоя электрона в джоулях и в мегаэлектрон-вольтах, МэВ (1 МэВ $= 1{,}60 \cdot 10^{-13}$ Дж).

31. (II) Предположим, что космический корабль с массой покоя 20000 кг ускорен до $0{,}25c$. а) Какова его кинетическая энергия? На сколько процентов вы ошибаетесь, если воспользуетесь для вычисления кинетической энергии классической формулой?

32. (II) Вычислите массу протона ($m_0 = 1{,}67 \times 10^{-27}$ кг), кинетическая энергия которого составляет половину полной энергии. Какова скорость такого протона?

33. (II) Вычислите кинетическую энергию и импульс протона ($m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг), летящего со скоростью $8{,}3 \cdot 10^7$ м/с. На сколько процентов вы ошибетесь, если воспользуетесь классическими формулами?

34. (II) Чему равны скорость и импульс протона ($m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг), кинетическая энергия которого составляет половину его энергии покоя?

35. (II) Электрон ($m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг) под действием консервативной силой ускоряется из состояния покоя до скорости v. При этом его потенциальная энергия убывает на $4{,}20 \cdot 10^{-14}$ Дж. Определите скорость v электрона.

36. (II) Сколько граммов массы пришлось бы полностью израсходовать, чтобы лампа мощностью 100 Вт могла гореть в течение 1 года?

37. (I) Сколько энергии потребовалось бы для того, чтобы расщепить ядро гелия на составные части: два протона и два нейтрона? Массы покоя протона (включая электрон), нейтрона и гелия равны соответственно 1,00783, 1,00867 и 4,00260 а.е.м. (Величина, которую требуется определить, называется *полной энергией связи* ядра ${}^4_2$He.)

38. (II) Начертите график зависимости кинетической энергии от импульса для частицы с а) ненулевой и б) нулевой массой покоя.

39. (II) Определите, насколько изменится масса сферического проводника радиусом $R = 1{,}0$ м, если ему сообщить заряд $Q = +85$ мкКл. Как изменится масса из-за а) потери электронов; б) увеличения энергии ($E = mc$)?

***40.** (II) Какая индукция магнитного поля должна быть на орбите радиусом 1,0 км, по которой движутся протоны с энергией 400' ГэВ в синхротроне Фермилаба? Воспользуйтесь релятивистской формулой для массы. Масса покоя протона равна 0,938 ГэВ/c^2 (разд. 28.8).

***41.** (II) Покажите, что энергия частицы с зарядом e в синхротроне (разд. 28.8) в релятивистском пределе ($v \approx c$) определяется по формуле E(эВ) $= Brc$, где B – индукция магнитного поля, r – радиус орбиты (в единицах СИ).

42. (II) Покажите, что кинетическая энергия (КЭ) частицы с массой покоя m_0 связана с ее импульсом соотношением $p = \sqrt{(\text{КЭ})^2 + (\text{КЭ})(m_0c^2)}/c$.

43. (II) π-мезон с массой покоя m_π распадается в покое на μ-мезон (мюон) с массой покоя m_μ и нейтрино с нулевой массой покоя. Покажите, что кинетическая энергия мюона равна $\text{КЭ}_\mu = (m_\pi - m_\mu)^2c^2/2m_\pi$.

44. (III) а) В системе отсчета S частица имеет импульс $\mathbf{p} = p_x\mathbf{i}$, направленный вдоль оси x. Покажите, что в системе отсчета S', движущейся относительно S со скоростью v, как показано на рис. 39.11, компоненты импульса частицы соответственно равны

$$p'_x = \frac{p_x - vE/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

$$p'_y = p_y,$$

$$p'_z = p_z,$$

$$E' = \frac{E - p_xv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

(В действительности эти формулы преобразования справедливы при любом направлении импульса $\mathbf{p}$.) б) Покажите, что при преобразованиях Лоренца величина p_x, p_y, p_z, E/c преобразуются так же, как x, y, z, ct.