

Вторым аспектом научной революции, потрясшей мир физики в начале XX в. (первым была специальная теория относительности Эйнштейна), стала квантовая теория. В отличие от специальной теории относительности, основные положения которой были разработаны в течение одного года одним человеком, создание революционной квантовой теории растянулось почти на три десятилетия, и в развитие новой теории внесли свой вклад многие ученые. Рождение квантовой теории датируется 1900 г., когда Планк сформулировал гипотезу квантов, а своего наивысшего расцвета она достигла в середине 20-х годов с появлением квантовой механики Шредингера и Гейзенберга, которая исключительно успешно объяснила строение вещества.

40.1. Гипотеза квантов Планка

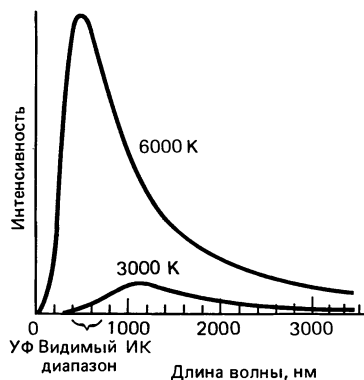


Рис. 40.1. Спектры частот, испускаемые черным телом при двух различных температурах.

Одним из экспериментальных фактов, не получивших объяснения к концу XIX в., был спектр излучения нагретых тел. В гл. 19 мы видели, что все тела испускают излучение, полная интенсивность которого пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры ($\sim T^4$). При нормальных температурах мы не замечаем теплового электромагнитного излучения из-за его слабой интенсивности. С повышением температуры инфракрасное излучение становится достаточно сильным, и, приблизившись к нагретому телу, мы ощущаем тепло. При еще более высоких температурах (порядка 1000 К) тела начинают светиться (вспомните хотя бы раскаленные докрасна спирали электрической печи или тостера). При температурах свыше 2000 К тела испускают желтый или беловатый свет (например, раскаленное добела железо или нить в лампе накаливания). По мере возрастания температуры максимум интенсивности испускаемого телами электромагнитного излучения смещается ко все более высоким частотам.

На рис. 40.1 изображен спектр излучения, испускаемого нагретым плотным телом, для случая *абсолютно черного тела*. Такое тело поглощает все подающее на него излучение, а излучение, испускаемое черным телом (**излучение черного тела**), особенно легко поддается анализу. Нетрудно видеть, что его спектр содержит непрерывный диапазон

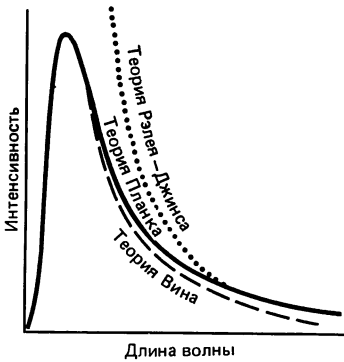


Рис. 40.2. Сравнение теорий Вина и Рэлея–Джинса с теорией Планка, давшей хорошее согласие с экспериментом.

частот. Такой непрерывный спектр испускают нагретые твердые тела или жидкости и даже плотные газы. На кривой 6000 К (рис. 40.1), соответствующей температуре Солнца (не вполне черного тела), максимум интенсивности приходится на видимую часть спектра. При более низких температурах интенсивность излучения значительно ослабевает и максимум спектра сдвигается в сторону более длинных волн; поэтому голубой край в спектре видимого света (и УФ) оказывается сравнительно слабым. Установлено, что длина волны λ_p , соответствующая максимуму спектра, связана с абсолютной температурой T соотношением

$$\lambda_p T = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К},$$

которое известно как *закон смещения Вина*; для температуры Солнца оно дает $\lambda_p = (2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}) / (6,0 \cdot 10^3 \text{ К}) = 500 \text{ нм}$, что соответствует видимой части спектра (рис. 40.1).

Основная проблема, с которой физики столкнулись в 90-х годах XIX в., состояла в объяснении спектра излучения черного тела. Электромагнитная теория Максвелла предсказывала, что колеблющиеся электрические заряды должны испускать электромагнитные волны, и излучение нагретого тела могло быть обусловлено колебаниями электрических зарядов в молекулах вещества, из которого построено тело. Это объясняло причину появления излучения, но не позволяло правильно предсказать спектр испускаемого излучения. Вином (1896 г.) и Рэлеем (1900 г.) на основе классических представлений были построены две теоретические кривые. Теория теплового излучения Рэлея была впоследствии несколько переработана Джинсом и стала называться теорией Рэлея–Джинса. По мере накопления экспериментальных данных стало ясно, что ни кривая Вина, ни кривая Рэлея–Джинса не согласуются с экспериментом: кривая Вина хорошо описывала распределение интенсивности в области коротких волн, но отклонялась от эксперимента в области более длинных волн; обратное наблюдалось при сравнении теории Рэлея–Джинса с экспериментом (рис. 40.2).

Перелом наступил в конце 1900 г., когда Макс Планк (1858–1947) предложил эмпирическую формулу, прекрасно описывавшую экспериментальные данные. Затем он стал обдумывать теоретические предпосылки своей формулы и месяца через два пришел к заключению, что мог бы вывести формулу на основе нового, весьма радикального предположения (в то время еще не полностью осознанного), согласно которому энергия распределена среди молекулярных осцилляторов не непрерывно, а очень малыми дискретными порциями, связанными с частотой колебаний соотношением

$$E_{\text{кв}} = hf.$$

Величина h — постоянная, известная ныне под названием *постоянной Планка*. Она была впервые вычислена Планком, пытавшимся описать экспериментальные данные с помощью

своей формулы¹⁾ для распределения интенсивности в спектре излучения черного тела. Современное значение постоянной Планка равно

$$h = (6,62176 \pm 0,000036) \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с},$$

или (в большинстве расчетов)

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Гипотеза Планка предполагала, что энергия молекулярных колебаний может быть только целым, кратным hf :

$$E = nhf, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (40.1)$$

Эту гипотезу часто называют *гипотезой квантов Планка* («квант» означает «определенное количество», «порция»), но, когда Планк впервые выдвинул ее, она не привлекла к себе особого внимания. Современникам поначалу казалось, что Планк рассматривает свою гипотезу скорее как математический прием, позволяющий получить «правильный ответ», и не усматривает в ней открытие, сравнимое по своему значению с открытием Ньютона. Сам Планк не оставлял попыток найти классическое объяснение введенной им постоянной h . Признание важности и принципиальной новизны совершенного Планком шага пришло несколько позднее – около 1905 г., когда другие физики, в частности Эйнштейн, ввели понятие «поле».

В современной трактовке гипотеза квантов (40.1) утверждает, что энергия E колебаний атома или молекулы может быть равна hf , $2hf$, $3hf$ и т. д., но не существует колебаний с энергией в промежутке между двумя последовательными целыми, кратными hf . Это означает, что энергия не непрерывна, как полагали на протяжении столетий, а *квантуется*, т. е. существует лишь в строго определенных дискретных порциях. Наименьшая порция энергии hf называется *квантом энергии*. Гипотезу квантов можно сформулировать и как утверждение о том, что на атомно-молекулярном уровне колебания происходят не с любыми амплитудами. Допустимые значения амплитуды связаны с частотой колебаний f .

40.2. Фотонная (корпускулярная) теория света и фотоэлектрический эффект

В том же 1905 г., когда была впервые опубликована специальная теория относительности, Эйнштейн выдвинул смелую идею, обобщавшую гипотезу квантов, и положил ее в основу новой теории света. Гипотеза Планка утверждала, что колебательная энергия атомов излучающего тела квантована, т. е. $E = nhf$. Эйнштейн развил

¹⁾ Формула Планка для распределения интенсивности в спектре излучения черного тела имеет вид

$$\text{Интенсивность} = f(\lambda, T) = \frac{8\pi hc\lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}.$$

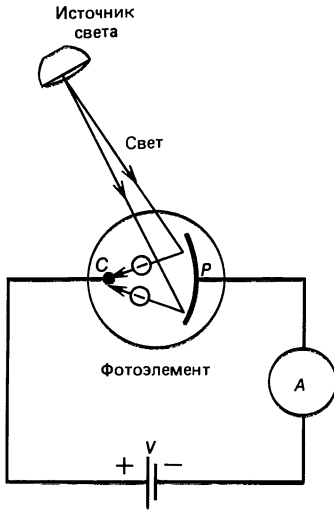


Рис. 40.3. Фотоэлектрический эффект.

идею Планка, предположив, что если энергия атомных осцилляторов квантована, то для сохранения энергии свет должен испускаться атомами порциями, или квантами, с энергией

$$E = hf, \quad (40.2)$$

где h — также постоянная Планка. Так как любой свет испускается источником, гипотеза Эйнштейна означала, что свет распространяется в виде крохотных частиц, или **фотонов**, как их стали называть, а не волн. Подобная гипотеза также означала радикальный отход от классических представлений. Эйнштейн предложил и простой способ проверки квантовой теории света: количественные измерения фотоэлектрического эффекта.

Под **фотоэлектрическим эффектом** (или фотоэффектом) понимают испускание электронов с поверхности металла при действии на нее света. (Фотоэффект присущ и другим материалам, но особенно легко наблюдается у металлов.) Прибор для наблюдения фотоэффекта изображен на рис. 40.3. Металлическая пластина P и небольшой электрод C , помещенные в откачанную до глубокого вакуума стеклянную трубку, образуют *фотоэлемент*. Электроды соединены с амперметром A и источником ЭДС, как показано на рисунке. Когда фотоэлемент находится в темноте, стрелка амперметра стоит на нуле. Но когда на пластинку падает свет достаточно высокой частоты, амперметр показывает, что в цепи течет ток. Объяснить, каким образом замыкается цепь, мы можем, предположив, что электроны в трубке движутся от пластинки P к «коллектору» C , как показано на рис. 40.3.

Испускание электронов с поверхности металла под действием падающего на нее излучения соответствует представлению о свете как об электромагнитной волне, так как электрическое поле электромагнитной волны воздействует на электроны в металле и вырывает некоторые из них. Но Эйнштейн обратил внимание на то, что предсказываемые волновой теорией и фотонной (корпускулярной) теорией света детали фотоэффекта существенно расходятся. Например, прибор на рис. 40.3 позволяет среди прочего измерять максимальную кинетическую энергию ($K_{\text{э макс}}$) испущенных электронов. Это можно сделать, меняя напряжение источника и переключая клеммы так, чтобы электрод C был отрицательным, а электрод P — положительным. Испускаемые электродом P электроны будут отталкиваться отрицательным электродом, но если обратная разность потенциалов достаточно мала, то наиболее быстрые электроны все же достигнут электрод C и в цепи будет течь ток. При повышении обратной разности потенциалов рано или поздно наступит момент, когда ток прекратится: у электронов не хватит энергии, чтобы достичь электрод C . Соответствующий потенциал V_0 называется запирающим. Измеряя его, мы можем

определить $KЭ_{\text{макс}}$:

$$KЭ_{\text{макс}} = eV_0.$$

Какой из теорий света – волновой или фотонной (корпускулярной) – следует отдать предпочтение? Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим некоторые детали фотоэффекта. Начнем с волновой теории и будем предполагать, что пластина освещается монохроматическим светом. Световая волна характеризуется двумя важными параметрами: интенсивностью и частотой (или длиной волны). Волновая теория света предсказывает, что при изменении этих характеристик происходят следующие явления.

1. При увеличении интенсивности света число выбитых электронов и их максимальная кинетическая энергия должны возрастать, так как более высокая интенсивность света означает большую амплитуду электрического поля, а более сильное электрическое поле вырывает электроны с большей скоростью.
2. Частота света не должна влиять на кинетическую энергию выбитых электронов. $KЭ_{\text{макс}}$ зависит только от интенсивности падающего света.

Совершенно иное предсказывает фотонная (корпускулярная) теория. Прежде всего заметим, что в монохроматическом пучке все фотоны имеют одинаковую энергию (равную hf). Увеличение интенсивности светового пучка означает увеличение числа фотонов в пучке, но не сказывается на их энергии, если частота остается неизменной. Согласно теории Эйнштейна, электрон выбивается с поверхности металла при соударении с ним отдельного фотона. При этом вся энергия фотона передается электрону, а фотон перестает существовать. Так как электроны удерживаются в металле силами притяжения, для выбивания электрона с поверхности металла требуется минимальная энергия W_0 (которая называется *работой выхода* и составляет для большинства металлов величину порядка нескольких электрон-вольт). Если частота f падающего света мала, то энергия hf меньше W_0 и энергии фотона недостаточно для того, чтобы выбить электрон с поверхности металла. Если же $hf > W_0$, то электроны вылетают с поверхности металла, причем энергия в таком процессе сохраняется, т.е. энергия (фотона) hf равна кинетической энергии вылетевшего электрона плюс W – работа по выбиванию электрона из металла:

$$hf = KЭ + W. \quad (40.3a)$$

Для наиболее слабо связанных электронов величина W совпадает с W_0 и $KЭ$ переходит в $KЭ_{\text{макс}}$:

$$hf = KЭ_{\text{макс}} + W_0. \quad (40.3b)$$

Многим электронам для вылета из металла необходимо сообщить энергию, превышающую W_0 . Кинетическая энергия таких электронов будет меньше $KЭ_{\text{макс}}$.

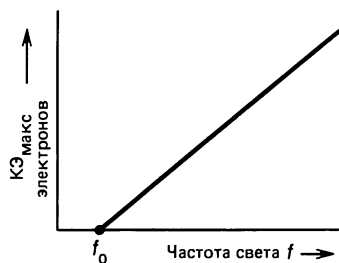


Рис. 40.4. Фотоэлектрический эффект: максимальная кинетическая энергия испускаемых электронов линейно возрастает с увеличением частоты падающего света. При $f < f_0$ испускания электронов не происходит.

На основе этих соображений фотонная (корпускулярная) теория света предсказывает следующее.

1. Увеличение интенсивности света означает увеличение числа налетающих фотонов, которые выбивают с поверхности металла больше электронов. Но так как энергия каждого фотона одна и та же, максимальная кинетическая энергия электрона не изменяется.
2. При увеличении частоты падающего света максимальная кинетическая энергия электронов возрастает линейно по формуле (40.36), т.е.

$$KЭ_{\text{макс}} = hf - W_0.$$

График этой зависимости представлен на рис. 40.4.

3. Если частота f меньше граничной частоты f_0 , при которой $hf_0 = W_0$, то выбивания электронов с поверхности металла не происходит.

Эти предсказания фотонной (корпускулярной) теории сильно отличаются от предсказаний волновой теории. В 1913–1914 гг. тщательные опыты по изучению фотоэффекта были проведены Р. А. Милликенем. Полученные им результаты оказались в полном согласии с фотонной теорией света, предложенной А. Эйнштейном.

Серия других экспериментов, выполненных в начале 20-х годов XX в, также подтвердила фотонную теорию. В одном из этих экспериментов (1923 г.) был обнаружен эффект Комптона, названный так в честь его открывателя А. Г. Комптона (1892–1962). Комптон занимался изучением рассеяния коротковолнового света (в действительности рентгеновского излучения) различными веществами и обнаружил, что частота рассеянного света меньше частоты падающего света. Уменьшение частоты указывало на потерю энергии. Комптон показал, что обнаруженный им эффект можно объяснить на основе фотонной теории света, т.е. соударениями налетающих фотонов с электронами вещества (рис. 40.5). Применяв к столкновениям фотонов и электронов законы сохранения энергии и импульса, Комптон установил, что энергии рассеянных фотонов, предсказываемые фотонной теорией, полностью согласуются с экспериментальными данными (см. задачу 18). Таким образом, оказалось, что фотонная (корпускулярная) теория света покоится на прочном экспериментальном основании.

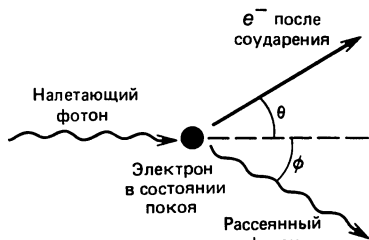


Рис. 40.5. Эффект Комптона.

Пример 40.1. Вычислите энергию фотона голубого света ($\lambda = 450$ нм).

Решение. Так как $f = c/\lambda$, получаем

$$\begin{aligned} E &= hf = \\ &= \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})(3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с})}{(4,5 \cdot 10^{-7} \text{ м})} = \\ &= 4,4 \cdot 10^{-9} \text{ Дж}, \end{aligned}$$

$$\text{или } (4,4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}) / (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}) = 2,7 \text{ эВ}.$$

Пример 40.2. Чему равны максимальная кинетическая энергия и скорость электрона, выбитого с поверхности натрия (работа выхода $W_0 = 2,28$ эВ) светом с длиной волны а) 410 нм; б) 550 нм?

Решение. а) Если $\lambda = 410$ нм, то $hf = hc/\lambda = 4,85 \cdot 10^{-19}$ Дж, или 3,03 эВ. Из соотношения (40.36) находим, что $KЭ_{\text{макс}} = 3,03$ эВ $- 2,28$ эВ = 0,75 эВ, или $1,2 \cdot 10^{-19}$ Дж. Так как $KЭ = \frac{1}{2}mv^2$, где $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, получаем

$$v = \sqrt{2KЭ/m} = 5,1 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

Обратите внимание на то, что при вычислении v мы воспользовались нерелятивистским выражением для кинетической энергии. Если бы скорость v оказалась больше, чем $0,1c$, то погрешность наших вычислений превысила бы 1% (или около того) и нам пришлось бы вычислить скорость заново, используя релятивистскую формулу (39.12) для кинетической энергии.

б) Если $\lambda = 550$ нм, то $hf = 3,60 \times 10^{-19}$ Дж = 2,25 эВ. Так как энергия такого фотона меньше работы выхода, электроны с поверхности металла, на ко-

торую падает свет с $\lambda = 550$ нм, не вылетают.

Пример 40.3. Принято считать, что при фотосинтезе (процессе превращения углекислого газа CO_2 в углеводороды под действием энергии солнечного света в некоторых растительных пигментах, например в хлорофилле) на превращение одной молекулы CO_2 в углеводород и O_2 требуется около 9 фотонов. Предположим, что длина волны падающего на растение света равна $\lambda = 670$ нм (хлорофилл сильнее всего поглощает в диапазоне длин волн от 650 до 700 нм). Каков КПД фотосинтеза? Обратная химическая реакция характеризуется энерговыделением 4,9 эВ на одну молекулу CO_2 .

Решение. Суммарная энергия девяти фотонов (с энергией $hf = hc/\lambda$ каждый) равна (9) $(6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}) (3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}) / (6,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}) = 2,7 \cdot 10^{-18}$ Дж, или 17 эВ. Следовательно, КПД фотосинтеза составляет $(4,9 \text{ эВ}/17 \text{ эВ}) = 29\%$.

40.3. Фотоны и рождение пар

Фотон — подлинно релятивистская частица; он всегда движется со скоростью света. Следовательно, массу, энергию и импульс фотона мы должны вычислять по формулам специальной теории относительности. Масса m любой частицы определяется выражением $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Так как у фотона $v = c$, знаменатель правой части обращается в нуль. Следовательно, либо масса покоя m_0 фотона также равна нулю, либо его энергия $E = mc^2$ бесконечна. Разумеется, фотон никогда не бывает в состоянии покоя. Импульс фотона может быть вычислен по формуле (39.13) с $m_0 = 0$:

$$p = \frac{E}{c}.$$

Так как $E = hf$, импульс фотона связан с его длиной волны соотношением

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (40.4)$$

Фотон обладает энергией, которая может превращаться в массу. Чаще всего это происходит при рождении позитрона и электрона (рис. 40.6). (Позитрон имеет такую же массу, как и электрон, но отличается от электрона

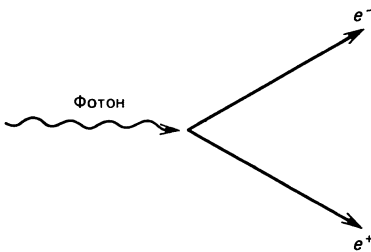


Рис. 40.6. Рождение пары: фотон аннигилирует, порождая электрон и позитрон.

противоположным по знаку зарядом: $+e$ ¹⁾.) Такой процесс называется **рождением** (электрон-позитронной) **пары** и сопровождается исчезновением фотона. Рождение пары – пример того, как масса покоя возникает из энергии в полном соответствии с формулой Эйнштейна $E = mc^2$. Обратите внимание на то, что фотон не может образовать только один электрон, так как при этом нарушился бы закон сохранения электрического заряда.

Пример 40.4. Чему равны минимальная энергия и длина волны фотона, способного родить электрон-позитронную пару?

Решение. Так как $E = mc^2$, энергия фотона равна $E = 2(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(3,0 \times 10^8 \text{ м/с})^2 = 1,64 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$, или 1,02 МэВ. Фотон с меньшей энергией не может образовать электрон-позитронную пару. Так как $E = hf = hc/\lambda$, длина волны фо-

тона с энергией 1,02 МэВ равна

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{(6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})(3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с})}{(1,64 \cdot 10^{-13} \text{ Дж})} = 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ м},$$

т. е. 0,0012 нм. Это очень короткая длина волны. В спектре электромагнитного излучения такие фотоны соответствуют области гамма-излучения (или очень жесткого рентгеновского излучения).

Рождение электрон-позитронной пары не может происходить в пустом пространстве, так как энергия и импульс в этом случае не сохранялись бы одновременно. В примере 40.4 сохраняется энергия, но электрон-позитронная пара не имеет импульса, т. е. не уносит начальный импульс фотона. Можно показать, что при любой энергии в этом процессе должно принимать участие дополнительное массивное тело, например атомное ядро, уносящее определенный импульс.

40.4. Корпускулярно-волновой дуализм. Принцип дополнительности

Фотоэффект, эффект Комптона и другие эксперименты (см., например, в разд. 41.8 о рентгеновском излучении) составили прочную экспериментальную основу фотонной (или корпускулярной) теории света. Но как быть с классическими опытами Юнга и других исследователей (гл. 36 и 37) по интерференции и дифракции, доказавшими, что волновая теория света также имеет прочную экспериментальную основу?

Перед нами дилемма: одни эксперименты свидетельствуют о том, что свет ведет себя как волна, другие – что свет ведет себя как поток частиц. На первый взгляд кажется, что волновая и корпускулярная (фотонная) тео-

¹⁾ Позитроны недолго существуют, так как при столкновении позитрона и электрона обе частицы аннигилируют с образованием двух или более фотонов. Процесс аннигиляции пары является одним из примеров, подтверждающих формулу Эйнштейна $E = mc^2$.

рии света несовместимы, но обе теории подтверждаются экспериментом. В конце концов физики пришли к заключению, что двойственную природу света следует принять как непреложный факт. Именно эту двойственную природу света имеют в виду, когда говорят о **корпускулярно-волновом дуализме**. Ясно, что свет оказался более сложным явлением, чем просто волна или поток частиц.

Для выхода из этой ситуации великий датский физик Нильс Бор (1885–1962) выдвинул свой знаменитый **принцип дополнительности**. Этот принцип утверждает, что для объяснения данного эксперимента следует использовать либо волновые, либо корпускулярные представления о природе света, но не те и другие одновременно. Однако для полного понимания природы света необходимо учитывать как волновые, так и корпускулярные свойства света. Оба эти аспекта свойств света взаимно дополняют друг друга.

Наглядно представить корпускулярно-волновой дуализм невозможно. Мы не в силах вообразить сочетание волновых свойств с корпускулярными. Следует осознать, что волновой и корпускулярный аспекты поведения света – это различные стороны его природы, проявляющиеся в экспериментах.

Отчасти трудности восприятия дуализма обусловлены особенностями нашего мышления. Наши зрительные образы (или модели¹⁾) основаны на том, что мы видим в повседневной жизни. Мы применяем к свету понятия волны и частицы, поскольку опыт подсказывает нам, что в окружающем мире энергию переносят либо волны, либо частицы. Мы не можем непосредственно узреть, что представляет собой свет – волну или частицу, и полагаемся на косвенные эксперименты. Для трактовки этих экспериментов мы используем либо представление о волнах, либо представление о частицах. Но и то и другое – это абстракции нашего разума. Когда мы пытаемся постичь, что же такое свет «на самом деле», речь идет, в сущности, о наглядных представлениях. Между тем не существует причин, по которым природа света должна следовать одной из этих моделей (или зрительных образов), заимствованных из макроскопического мира. «Истинная» природа света (если подобное выражение имеет смысл) не поддается наглядной интерпретации. В лучшем случае мы лишь сознаем, что наше знание ограничено косвенными экспериментами и что свет на повседневном языке и в рамках обычных представлений обнаруживает свойства и волны, и частицы.

¹⁾ В гл. 1 мы упоминали о том, что модель представляет собой своего рода аналогию или мысленный образ, в котором нечто обычное используется для описания определенного круга явлений на более глубоком уровне, чем тот, который доступен непосредственному восприятию.

Следует подчеркнуть, что формула Эйнштейна $E = hf$ сама по себе связывает корпускулярные и волновые свойства света: энергия в E в левой части равенства относится к частице, а частота f в правой части – к соответствующей волне.

40.5. Волновая природа материи

В 1923 г. Луи де Бройль (1892–1987) расширил наше представление о корпускулярно-волновом дуализме. Глубоко осознавая существующую в природе симметрию, он высказал гипотезу о том, что поскольку свет ведет себя в одних случаях как волна, в других – как частица, то и объекты природы, которые мы считаем частицами (электроны и другие материальные тела), могли бы обладать волновыми свойствами. Де Бройль предположил, что длина волны, отвечающая материальной частице, связана с ее импульсом так же, как в случае фотона¹⁾, т.е. соотношением (40.4): $p = h/\lambda$. Иначе говоря, длина волны λ , отвечающая частице с массой m , которая движется со скоростью v , определяется формулой

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (40.5)$$

Величину λ иногда называют *дебройлевской длиной волны* частицы.

Пример 40.5. Вычислите дебройлевскую длину волны мяча массой 0,20 кг, летящего со скоростью 15 м/с.

Решение. $\lambda = h/mv = (6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}) / (0,20 \text{ кг}) (15 \text{ м/с}) = 2,2 \cdot 10^{-34} \text{ м}$.

Это чрезвычайно малая длина волны. Даже при крайне низких скоростях, скажем 10^{-4} м/с, дебройлевская длина волны составляла бы примерно 10^{-29} м. Дебройлевская длина волны обычного тела слишком мала, чтобы ее можно было обнаружить и измерить. Дело в том, что типичные волновые свойства – интерференция и дифракция – проявляются только тогда, когда размеры предметов или щелей сравнимы по своей величине с длиной волны. Но нам неизвестны предметы или щели, на которых могли бы дифрагировать волны с длиной волны 10^{-30} м, поэтому волновые свойства обычных тел обнаружить не удается.

Другое дело, если речь идет о крошечных элементарных частицах типа электронов. Так как масса m входит

¹⁾ Де Бройль выбрал именно такую зависимость (а не формулу, скажем, $E = hf$, которая несовместима с $p = h/\lambda$ для частицы, обладающей массой покоя), поскольку она позволяла ему привести аргументы в пользу модели атома Бора. Подробнее об этом см. в разд. 40.10.

в знаменатель формулы (40.5), определяющей дебройлевскую длину волны, очень малой массе соответствует большая длина волны.

Пример 40.6. Определите дебройлевскую длину волны электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В.

Решение. Предположим, что скорость электрона намного меньше скорости света c , и мы можем воспользоваться нерелятивистской механикой. (Если бы это предположение было неверно, то нам пришлось бы повторить все вычисления по релятивистским формулам.) Приращение кинетической энергии равно уменьшению потенциальной энергии, поэтому

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \text{ и}$$

$$v = \sqrt{2eV/m} = \\ = \sqrt{(2)(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})(100 \text{ В})/(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг})} = \\ = 5,9 \cdot 10^6 \text{ м/с,}$$

откуда

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})}{(9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(5,9 \cdot 10^6 \text{ м/с})} = \\ = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ м,}$$

или 0,12 нм.

Из приведенного примера видно, что электронам могут соответствовать длины волн порядка 10^{-10} м. Хотя это очень короткие волны, их можно обнаружить экспериментально: межатомные расстояния в кристалле того же порядка величины (10^{-10} м), и регулярно расположенные атомы кристалла можно использовать в качестве дифракционной решетки, как в случае рентгеновского излучения (разд. 37.11). Решающий эксперимент был выполнен К. Дж. Дэвиссоном и Л. Х. Джермером. Исследуя рассеяние электронов от поверхности металлического кристалла, в начале 1927 г. они обнаружили в распределении рассеянных электронов регулярные пики. Когда эти пики были интерпретированы на основе дифракционной картины, оказалось, что длина волны дифрагирующего электрона совпадает с предсказанной де Бройлем [формула (40.5)]. В том же году Дж. П. Томсон (сын Дж. Дж. Томсона), используя другую схему эксперимента, также обнаружил дифракцию электронов (рис. 40.7). Как показали более поздние эксперименты, протоны, нейтроны и другие частицы также обладают волновыми свойствами.

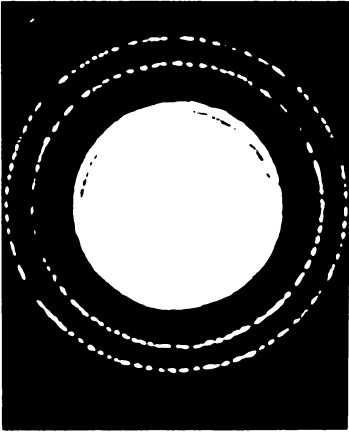


Рис. 40.7. Дифракционная картина, запечатленная на фотопленке при рассеянии электронов на алюминиевой фольге (воспроизводится с разрешения Education Development Center, Newton, Mass., 02160).

Таким образом, корпускулярно-волновой дуализм относится не только к свету, но и к материальным телам. На них распространяется и принцип дополнительности. Иначе говоря, свойства материи, в том числе и электрона, включают и корпускулярный, и волновой аспекты. Следует, однако, еще раз подчеркнуть, что корпускулярно-волновой дуализм невозможно представить наглядно.

Можно было бы спросить: «Что же такое электрон?» В первых экспериментах Дж. Дж. Томсона (разд. 28.5) наблюдалось свечение в трубке, смещавшееся при наложении магнитного поля. Наиболее простое объяснение результатов этого и других экспериментов было основано на допущении о существовании крошечных, отрицательно

заряженных частиц, которые мы называем теперь электронами. Однако никто непосредственно не наблюдал электрон. Рисунки, на которых электроны изображаются маленькими шариками с отрицательным зарядом, – просто удобные картинки (имеющие мало общего с действительностью). И опять нам остается лишь положиться на экспериментальные данные, из которых одни лучше соответствуют корпускулярной модели, а другие – волновой. Но и эти модели не более чем картинки, к которым мы прибегаем, чтобы перенести представления макроскопического мира на микромир атома. Нет никаких оснований ожидать, что эти модели отражают сущность электрона. Таким образом, мы используем волновое и корпускулярное представления (в зависимости от того, какое из них лучше описывает интересующую нас ситуацию), чтобы иметь способ описания происходящего. Не следует думать, будто электрон представляет собой волну или частицу. Можно было бы сказать, что электрон – это совокупность его свойств, которые могут быть измерены на опыте. Именно это имел в виду Бертран Расселл, когда назвал электрон «логической конструкцией»¹⁾.

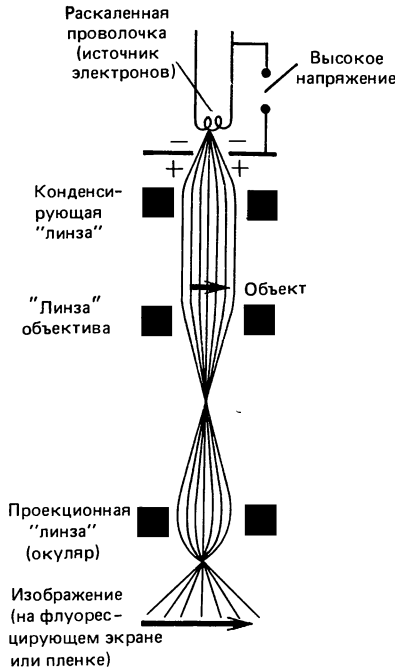
*40.6. Электронные микроскопы

Представление о том, что электрон обладает волновыми свойствами, легло в основу разработки *электронного микроскопа*, позволяющего достичь гораздо больших увеличений, чем оптический микроскоп. На рис. 40.8 и 40.9 представлены принципиальные схемы электронных микроскопов двух типов: *просвечивающего электронного микроскопа*, дающего двумерное изображение, и разработанного позднее *растрового (сканирующего) электронного микроскопа*, дающего трехмерное изображение. В электронных микроскопах обоих типов объективом и окуляром служат магнитные линзы – магнитные поля, создаваемые током в обмотках катушек. Фотографии, полученные с помощью просвечивающего и сканирующего электронных микроскопов, представлены на рис. 40.10.

Электронам, ускоренным разностью потенциалов до энергий порядка 10^5 эВ, соответствуют длины волн примерно 0,004 нм. Такой порядок имеет и максимальная

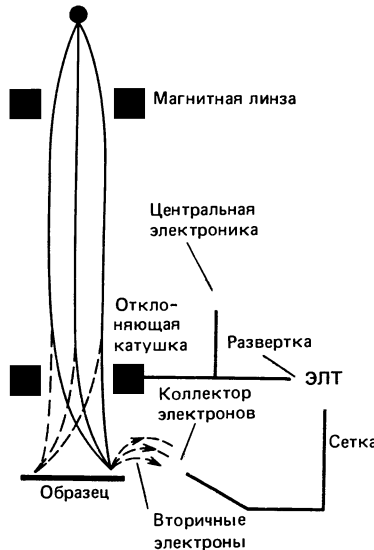
¹⁾ В действительности на протяжении нескольких десятилетий после создания основ квантовой механики, с которыми читатель познакомится в дальнейшем, велись яростные споры о смысле дуализма. Одни «противники» квантовой механики видели в нем проявление «ограниченности» человеческого познания, другие – лишь выражение идеалистических воззрений на устройство мира. При этом не обошлось, конечно, без наклейки «клеящихся ярлыков». – *Прим. ред.*

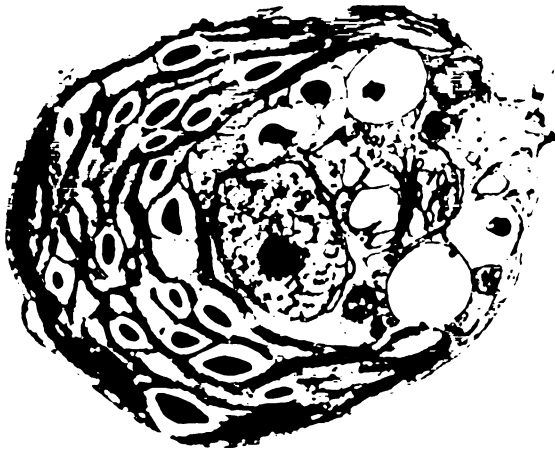
Рис. 40.8. Просвечивающий электронный микроскоп. Квадратами обозначены сечения катушек, служащих магнитными линзами: они искривляют траектории электронов и фокусируют их на объекте.



разрешающая способность при этих длинах волн (разд. 37.4 и 37.5), но на практике aberrации магнитных линз ограничивают разрешающую способность просвечивающих электронных микроскопов величинами 0,2–0,5 нм. Но и такое разрешение примерно в 10^3 раз выше достижимого с помощью оптических микроскопов и соответствует полезному увеличению около $10^6 \times$. Такие увеличения

Рис. 40.9. Растровый электронный микроскоп. Магнитные отклоняющие катушки позволяют перемещать электронный луч по образцу. Вторичные электроны, возникающие при бомбардировке образца первичными электронами, попадают в коллектор и, модулируя интенсивность луча в электронно-лучевой трубке (ЭЛТ), формируют изображение.





а



б

Рис. 40.10. Микрофотография зеленой водоросли *Tetraspora* sp., выполненная с помощью просвечивающего (а) и растрового (б) электронных микроскопов (воспроизводится с разрешения Дж. Д. Пикетт-Хипса).

трудно достижимы. Обычно просвечивающие электронные микроскопы обеспечивают увеличение от $10^4 \times$ до $10^5 \times$. Максимальная разрешающая способность сканирующего электронного микроскопа несколько ниже, в лучшем случае 5–10 нм.

40.7. Первые модели атома

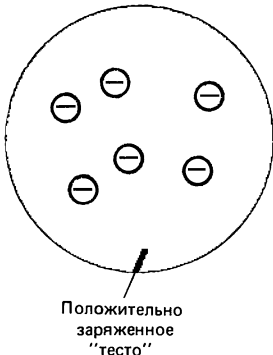


Рис. 40.11. Модель атома Дж. Дж. Томсона («сливовый пудинг»).

Представление об атомном строении вещества к началу XX в. принималось большинством ученых. После открытия электрона в 90-х годах XIX в. физики стали представлять себе атом как наделенный внутренней структурой и рассматривать электроны в качестве составного элемента этой структуры. В оставшейся части этой главы и в следующей главе мы проследим за эволюцией современных представлений о строении атома и развитием неразрывно связанной с ними квантовой теории¹⁾.

В 90-х годах XIX в. широкое распространение получила модель атома в виде однородной, положительно заряженной сферы, в которую, как сливы в пудинге, вкраплены отрицательно заряженные электроны (рис. 40.11). Вскоре после своего открытия электрона в 1897 г. Дж. Дж. Томсон высказал соображения, по ко-

¹⁾ Некоторые читатели могут сказать: «Сообщите нам факты, которые считаются твердо установленными, и не забивайте наши головы историческими экскурсами и устаревшими теориями». Такой прагматический подход не только игнорирует творческий аспект науки и создает превратное представление о ее развитии, но и не позволяет понять многого: невозможно усвоить современные представления о строении атома и квантовую теорию, не проанализировав понятий, которые привели к ним.

Рис. 40.12. *а*—схема экспериментальной установки в опыте Резерфорда: испускаемые радием α -частицы ударяются о металлическую фольгу и некоторые частицы при этом отражаются; *б*—отражение α -частицы интерпретируется как отталкивание от тяжелого положительно заряженного ядра.

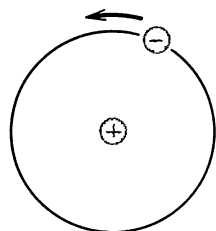
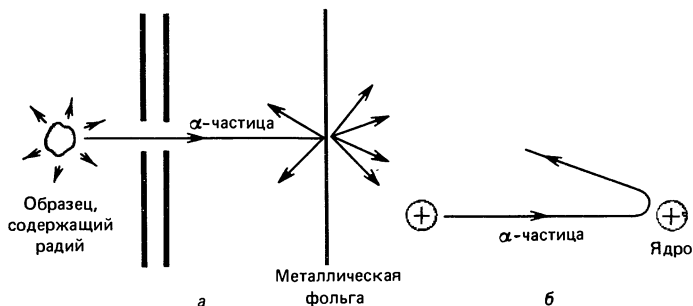


Рис. 40.13. Модель атома Резерфорда: электроны обращаются вокруг крохотного, положительно заряженного ядра (масштаб не выдержан). Значительную часть атома занимает пустое пространство.

торым эта модель должна была содержать движущиеся электроны.

Примерно в 1911 г. Эрнест Резерфорд (1871–1937) с сотрудниками выполнил эксперименты, результаты которых противоречили модели Дж. Дж. Томсона. В этих экспериментах пучок положительно заряженных альфа-частиц направлялся на тонкую металлическую (золотую) фольгу (рис. 40.12, *а*). (Открытые незадолго до того α -частицы испускаются некоторыми радиоактивными веществами. Вскоре было обнаружено, что α -частицы представляют собой ионизованные атомы гелия; гл. 42.) Исходя из модели Томсона, следовало ожидать, что альфа-частицы не будут отклоняться на большие углы, так как электроны гораздо легче альфа-частиц и последние не встречают массивного скопления положительных зарядов, которое могло бы сильно отталкивать их. Полученные Резерфордом экспериментальные результаты противоречили этим предсказаниям. Большинство α -частиц свободно проходило сквозь фольгу, как если бы та представляла собой в основном пустое пространство. Что же касается α -частиц, отклонившихся от первоначального направления движения, то небольшое количество рассеивалось на очень большие углы—иногда почти на 180° . Такое, по мнению Резерфорда, могло происходить только в том случае, если положительно заряженные α -частицы испытали отталкивание массивного положительного заряда, сосредоточенного в очень малой области пространства (рис. 40.12, *б*). Резерфорд предположил, что атом состоит из крохотного, но массивного, положительно заряженного ядра (в котором сосредоточено 99,9% массы атома), окруженного на некотором расстоянии электронами. Электроны должны были обращаться вокруг ядра (подобно планетам вокруг Солнца), так как если бы они покоились, то упали бы на ядро под действием электрического притяжения (рис. 40.13). По оценкам Резерфорда, размеры ядра должны быть порядка 10^{-15} – 10^{-14} м. Из кинетической теории и особенно из проведенного Эйнштейном анализа броуновского движения (разд. 17.1) размеры атома оценивались величиной порядка 10^{-10} м. Это означало, что электроны должны находиться от ядра на расстоянии

примерно от 10 000 до 100 000 поперечников ядра, т.е. основную часть атома составляет пустое пространство.

Планетарная модель атома Резерфорда явилась значительным шагом на пути к современным представлениям о строении атома. Однако она не была совершенной моделью, и некоторые принципиальные проблемы, как мы увидим из дальнейшего, оставались нерешенными.

40.8. Атомные спектры – ключ к строению атома

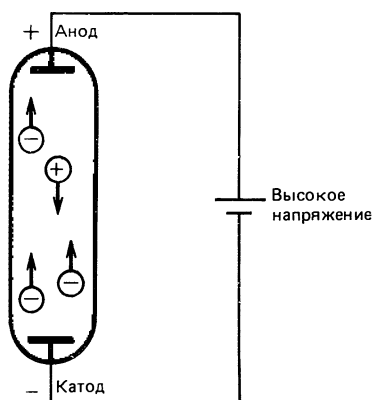


Рис. 40.14. Газоразрядная трубка.

В начале этой главы мы уже говорили о том, что нагретые твердые тела (а также жидкости и плотные газы) испускают свечение с непрерывным спектром. Предполагается, что это излучение обусловлено колебаниями атомов и молекул, которые зависят в основном от взаимодействия каждого атома или молекулы со своими соседями.

Разреженные газы также можно возбудить, с тем чтобы они испускали свет. Этого можно достичь, сильно нагрев их или приложив к газоразрядной трубке с газом под низким давлением (рис. 40.14) высокое напряжение. Излучение возбужденных газов наблюдалось еще в начале XIX в., и было обнаружено, что спектр излучения разреженных газов является не непрерывным, а *дискретным*. Так как возбужденные газы испускают свет только определенных длин волн, в спектроскопе или спектрометре наблюдается не непрерывный, а *линейчатый спектр*. Линейчатые спектры некоторых химических элементов в видимой области спектра представлены на рис. 37.19 (цветная вклейка). Каждое вещество обладает своим, характерным только для него *спектром испускания*, который служит своего рода «отпечатком пальцев», позволяющим идентифицировать газ. Как мы уже знаем (гл. 37), если излучение с непрерывным спектром проходит через газ, то в спектре появятся темные линии, соответствующие светлым линиям в линейчатом спектре испускания данного газа. Такой спектр (с темными линиями) называется *спектром поглощения*. Было установлено, что газы поглощают свет на тех же частотах, на которых они излучают. С помощью пленки, чувствительной к ультрафиолетовому и инфракрасному излучениям, было обнаружено, что газы испускают и поглощают дискретные частоты не только в видимой области, но и за ее пределами.

Для нас особенно важно, что линейчатые спектры испускаются (или поглощаются) газами при не очень высокой плотности. В таких разреженных газах атомы находятся в среднем на больших расстояниях друг от друга, поэтому свет должны испускать или поглощать



Рис. 40.15. Бальмеровская серия линий в спектре водорода.

изолированные атомы, а не атомы, взаимодействующие между собой, как это имеет место в твердых телах, жидкостях или плотных газах. Следовательно, линейчатые спектры служат своего рода ключом к строению атома: любая теория строения атома должна объяснить, почему атомы испускают излучение только с определенными дискретными длинами волн, и предсказать частоты, на которых происходит излучение.

Водород представляет собой простейший атом: вокруг ядра обращается только один электрон. У водорода самый простой спектр. В спектрах большинства атомов трудно заметить какую-нибудь закономерность: Расстояния между линиями в спектре водорода уменьшаются в соответствии с простым законом (рис. 40.15). В 1885 г. Дж. Дж. Бальмер (1825–1898) показал, что четыре видимые линии в спектре водорода (соответствующие, согласно измерениям, длинам волн 656, 486, 434 и 410 нм) следуют формуле

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, \dots, \quad (40.6)$$

где для первых четырех линий n принимает значение 3, 4, 5 и 6, R – постоянная Ридберга¹⁾ ($R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$). Впоследствии было обнаружено, что спектральные линии серии Бальмера продолжают в УФ-области и заканчиваются при $\lambda = 365$ нм, как показано на рис. 40.15. Формула Бальмера (40.6) остается в силе и для спектральных линий, соответствующих большим целочисленным значениям n . Вблизи $\lambda = 365$ нм линии сгущаются настолько, что их трудно различать, но предел серии Бальмера при $\lambda = 365$ нм соответствует $n = \infty$ (т.е. $1/n^2 = 0$ в формуле).

Выполненные несколько позднее исследования спектра водорода показали, что в УФ- и ИК-областях имеются другие серии линий, аналогичные по своей структуре серии Бальмера, но с другими длинами волн. Оказалось, что каждая из этих серий может быть описана формулой, напоминающей формулу (40.6), в которой вместо $(1/2)^2$ стоит $(1/1)^2$, $(1/3)^2$, $(1/4)^2$ и т.д. Например, так называемая серия Лаймана содержит линии с длинами волн от 91 до 122 нм, которые описываются формулой

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, \dots$$

В серии Пашена длины волн соответствуют формуле

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, \dots$$

Сама по себе модель Резерфорда оказалась не в

¹⁾ В честь И. Р. Ридберга, обобщившего формулу Бальмера на другие химические элементы.

состоянии объяснить линейчатые спектры атомов. Были и другие трудности. В модели Резерфорда электроны должны обращаться вокруг атомного ядра, и, так как их орбиты криволинейны, электроны двигаются с ускорением. Следовательно, как и любые ускоренно движущиеся электрические заряды (гл. 33), электроны в модели Резерфорда должны излучать свет. А так как полная энергия сохраняется, энергия электрона должна уменьшаться, чтобы компенсировать излучение. Следовательно, электроны должны падать по спирали на ядро. Но по мере падения на ядро частота обращения электронов (и испускаемого ими излучения) должна возрастать. Резюмируя, можно сказать, что модель Резерфорда столкнулась с двумя основными трудностями: 1) из нее следовало, что испускаемый атомами свет должен иметь непрерывный спектр, тогда как наблюдаемые спектры были линейчатыми; 2) из нее следовало, что атомы нестабильны (электроны быстро падают по спирали на атомное ядро), между тем как атомы, как правило, стабильны, поскольку стабильна окружающая нас материя.

Было ясно, что модель Резерфорда не в состоянии объяснить строение атома. Ее требовалось видоизменить, и необходимое усовершенствование внес Нильс Бор, выдвинувший важную дополнительную идею — гипотезу квантов.

40.9. Модель Бора

В 1912 г. Бор несколько месяцев работал в лаборатории Резерфорда. Он пришел к убеждению, что планетарная модель атома Резерфорда в основном верна. В то же время интуиция подсказывала ему, что для избавления от трудностей в планетарную модель атома необходимо каким-то образом включить делавшую тогда первые шаги квантовую теорию. Работы Планка и Эйнштейна показали, что в нагретых твердых телах энергия колеблющихся электрических зарядов изменяется дискретными порциями при переходе из одного дискретного состояния в другое с испусканием кванта излучения. Возможно, рассуждал Бор, что электроны в атомах также не могут терять энергию непрерывно, а должны совершать при этом квантовые переходы. Работая над своей теорией, Бор в следующем году постулировал, что электроны движутся вокруг ядра по круговым орбитам, среди которых разрешенными являются только определенные орбиты. Бор постулировал также, что электрон на каждой орбите обладает определенной энергией и движется по орбите, *не излучая энергии* (хотя этот постулат Бора противоречил классической электродинамике). Допустимые, или разрешенные, орбиты Бор назвал поэтому ста-

ационарными состояниями. Он предположил, что испускание света происходит, когда электрон переходит из одного стационарного состояния в другое с меньшей энергией. При каждом переходе испускается один световой фотон, энергия которого (в силу закона сохранения энергии) определяется соотношением

$$hf = E_u - E_l, \quad (40.7)$$

где E_u – энергия верхнего состояния, а E_l – энергия нижнего состояния.

Затем Бор поставил перед собой задачу определить энергии, соответствующие электронным орбитам, так как спектр испускаемого излучения можно было затем вычислить по формуле (40.7). Познакомившись в начале 1913 г. с формулой Бальмера, Бор понял, что у него в руках ключ к решению проблемы, который он искал. Бор быстро установил, что его теория согласуется с формулой Бальмера, если момент импульса (угловой момент) электрона L равен целому, кратному $h/2\pi$, т.е. $n \cdot h/2\pi$. Из гл. 10 мы знаем, что момент импульса частицы с массой m , движущейся по окружности радиусом r со скоростью v , равен $L = mvr$; поэтому *условие квантования* Бора имеет вид

$$L = mvr_n = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (40.8)$$

Здесь n – целое положительное число, r_n – радиус n -й разрешенной орбиты. Эти орбиты нумерованы числами 1, 2, 3, ... в зависимости от значения n , которое называется **квантовым числом** орбиты.

Соотношение (40.8) не имело под собой прочной теоретической основы. Бору необходимо было какое-то «условие квантования». Он попробовал воспользоваться условием $E = hf$ (где E – энергия электрона на орбите), но не получил согласия с экспериментом. Единственным аргументом для выбора соотношения (40.8) в качестве условия квантования было то, что это соотношение позволяло достичь согласия с наблюдаемыми спектрами. Рассмотрим теперь условие квантования Бора.

На электрон, движущийся по круговой орбите радиусом r_n , действует центробежное ускорение v^2/r_n , создаваемое в соответствии с законом Кулона силой притяжения между отрицательно заряженным электроном и положительно заряженным ядром:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)(e)}{r^2}$$

(рис. 40.16). Заряд электрона равен $q_1 = -e$, заряд ядра $q_2 = +Ze$, где Z – число положительных элементарных

зарядов¹⁾ (протонов). Для атома водорода $Z = +1$.

По второму закону Ньютона $F = ma$. Подставляя $a = v^2/r_n$ и вместо F силу из закона Кулона, получаем

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2} = \frac{mv^2}{r_n}.$$

Разрешив это равенство относительно r_n и подставив скорость v из условия квантования (40.8) ($v = nh/2\pi mr_n$), мы приходим к следующему соотношению для r_n :

$$r_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2} = \frac{Ze^2 4\pi^2 m r_n^2}{4\pi\epsilon_0 n^2 h^2}.$$

Разрешив его относительно r_n (радиус n -й орбиты входит в обе части равенства), получаем

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m Z e^2}. \quad (40.9)$$

Это соотношение задает радиусы разрешенных орбит в боровской модели атома водорода. Ближайшей к ядру орбите соответствует $n = 1$, и для атома водорода ($Z = 1$) радиус первой орбиты равен

$$r_1 = \frac{(1)^2 (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2 (8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2)}{(3,14)(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг})(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2},$$

или

$$r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}. \quad (40.10)$$

Этот наименьший радиус r_1 иногда называют **боровским радиусом**. Из соотношения (40.9) видно, что радиусы более далеких от ядра орбит²⁾ возрастают как n^2 :

$$r_2 = 4r_1 = 2,11 \cdot 10^{-10} \text{ м},$$

$$r_3 = 9r_1 = 4,74 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

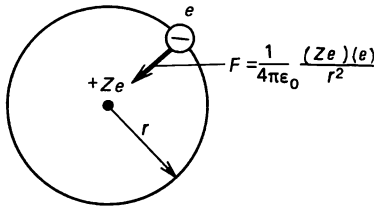
и т. д. Первые четыре орбиты изображены на рис. 40.17.

Как показывают приводимые ниже вычисления, на каждой из допустимых орбит электрон обладает вполне определенной энергией. Полная энергия равна сумме ки-

¹⁾ Мы включили Z в свой вывод, чтобы иметь возможность рассматривать не только водород, но и другие одноэлектронные (водородоподобные) атомы, например ионы He^+ ($Z = 2$) и Li^{2+} ($Z = 3$). Гелий в нейтральном состоянии имеет два электрона. Если одного электрона недостает, то ион He^+ состоит из одного электрона, обращающегося вокруг ядра с зарядом $+2e$. Аналогичным образом дважды ионизованный ион лития Li^{2+} имеет лишь один электрон, и при этом $Z = 3$.

²⁾ Не следует, однако, думать, что подобные точно определенные орбиты действительно существуют. Модель Бора – всего лишь модель, а не реальность. Как будет показано в гл. 41, от представления об электронах, обращающихся вокруг ядра по классическим орбитам, вскоре пришлось отказаться. Ныне, говоря об электронах, подразумевают «облако», по которому электроны распределены (гл. 41).

Рис. 40.16. Электрическая сила (закон Кулона) удерживает отрицательно заряженные электроны на орбите вокруг положительно заряженного ядра.



нетической и потенциальной энергий. Потенциальная энергия электрона определяется выражением $U = qV = -eV$, где V – потенциал точечного заряда $+Ze$, $V = (1/4\pi\epsilon_0)(Q/r) = (1/4\pi\epsilon_0)(Ze/r)$ [см. формулу (24.5)],

$$U = -eV = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Ze^2}{r} \right).$$

Полная энергия E_n электрона на n -й орбите радиусом r_n равна сумме его кинетической и потенциальной энергий:

$$E_n = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n}.$$

Подставляя в правую часть v из соотношения (40.8) и r_n из соотношения (40.9), получаем

$$E_n = -\left(\frac{Z^2 e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^2} \right) \left(\frac{1}{n^2} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (40.11)$$

Для водорода ($Z = 1$) низший энергетический уровень соответствует $n = 1$. При подстановке в формулу (40.11) численных значений находим величину E_1 :

$$E_1 = -2,17 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}$$

(джоули мы перевели в электрон-вольты, как это принято в атомной физике; $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$). Так как n^2 входит в знаменатель формулы (40.11), энергии более высоких орбит соответственно равны

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ эВ}}{n^2}.$$

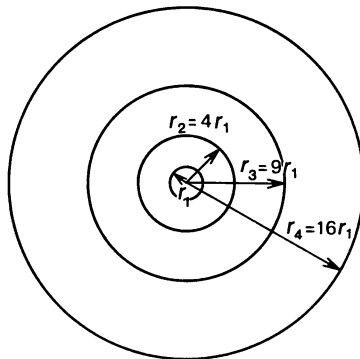


Рис. 40.17. Возможные орбиты в модели атома водорода, предложенной Бором: $r_1 = 0,527 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Например,

$$E_2 = -\frac{13,6 \text{ эВ}}{4} = -3,40 \text{ эВ},$$

$$E_3 = -\frac{13,6 \text{ эВ}}{9} = -1,51 \text{ эВ}.$$

Из соотношения (40.11) видно, что в боровской модели квантуются не только радиусы орбит, но и энергии. Заметим, что, хотя энергия удаленных орбит меньше по абсолютной величине, все энергии отрицательны. Поэтому энергия $-3,4 \text{ эВ}$ больше энергии $-13,6 \text{ эВ}$. Следовательно, ближайшая к ядру орбита (r_1) имеет самую низкую энергию. Отрицательность энергии объясняется выбором нуля при отсчете потенциальной энергии: потенциальная энергия двух точечных зарядов $U = (1/4\pi\epsilon_0)(q_1 q_2/r)$ считается равной нулю, если расстояние между ними бесконечно. Электрон, не имеющий кинетической энергии и не связанный с атомом, обладает энергией $E = 0$, что соответствует $n = \infty$. Электронам, связанным в атоме, отвечает $E < 0$. Чтобы вырвать электрон из атома, требуется затратить энергию, называемую **энергией связи** или **энергией ионизации**. Следовательно, если у свободного электрона $E = 0$, то энергия электрона, связанного в атоме, должна быть отрицательна: $E < 0$. Энергия ионизации водорода, согласно измерениям, равна $13,6 \text{ эВ}$. Она соответствует вырыванию электрона из низшего состояния $E_1 = -13,6 \text{ эВ}$ при переходе в состоянии с $E = 0$, когда электрон свободен.

Различные разрешенные значения энергии обычно изображаются на схеме энергетических уровней¹⁾ в виде горизонтальных линий. Для водорода такая схема уровней показана на рис. 40.18. Квантовое число n , нумерующее радиусы орбит, вместе с тем нумерует и уровни энергии. Низший *энергетический уровень* (или *состояние*) имеет энергию E_1 и называется **основным состоянием**. Более высокие состояния (с E_2, E_3, \dots) называются **возбужденными состояниями**. Согласно теории Бора, электрон в атоме водорода может находиться на любом из разрешенных уровней. Но он никогда не может оказаться между этими уровнями, например при энергии $-9,0 \text{ эВ}$. При комнатной температуре почти все атомы водорода находятся в основном состоянии. При более высоких температурах или в электрическом разряде, где происходит множество столкновений между свободными электронами и атомами, многие электроны переходят в возбужденные состояния. Электрон в возбужденном со-

¹⁾ Обратите внимание на то, что выше уровня $E = 0$ электрон может иметь любую энергию: там он свободен. Именно поэтому на схеме уровней энергии (рис. 40.18) выше $E = 0$ показан непрерывный спектр состояний.

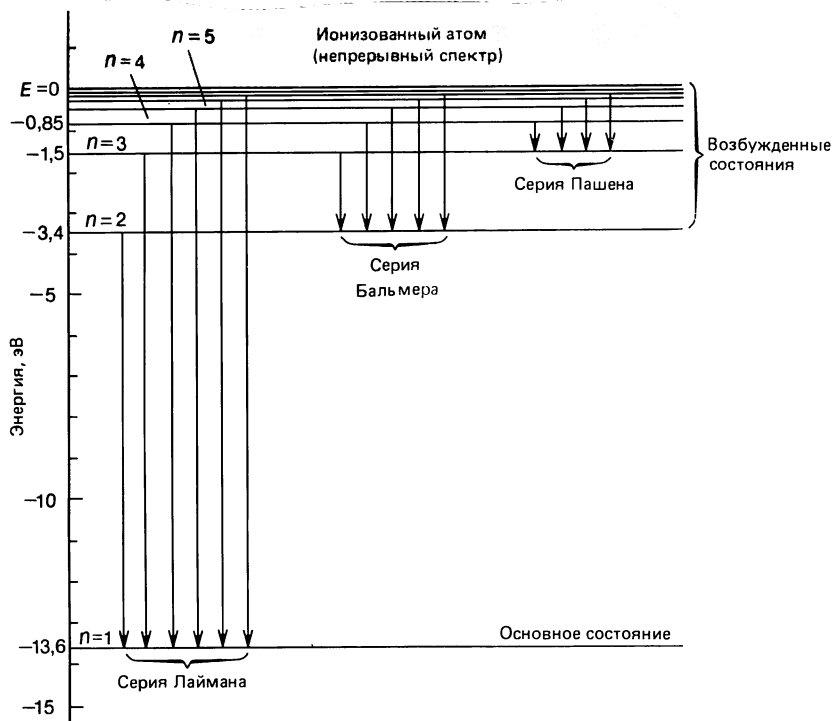


Рис. 40.18. Схема уровней энергии в атоме водорода, объясняющая происхождение спектральных линий в сериях Лаймана, Бальмера и Пашена.

стоянии может перейти в более низкое состояние, испуская при этом фотон. Этими переходами в рамках боровской модели и обусловлены спектры испускания возбужденных газов. Вертикальными стрелками на рис. 40.18 указаны переходы, соответствующие различным наблюдаемым спектральным линиям. Например, переход электрона с уровня $n = 3$ на уровень $n = 2$ соответствует линии 656 нм серии Бальмера, а переход с уровня $n = 4$ на уровень $n = 2$ — линии 486 нм (рис. 40.15). Соотношение (40.7) вместе с соотношением (40.11) позволяет предсказать длины волн всех спектральных линий. Так как $hf = hc/\lambda$, получаем

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{hf}{hc} = \frac{1}{hc}(E_n - E_{n'}),$$

или

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{Z^2 e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{(n')^2} - \frac{1}{(n)^2} \right), \quad (40.12)$$

где квантовое число n относится к верхнему, а n' — к нижнему состоянию. Эта теоретическая формула имеет такой же вид, как и эмпирическая формула Бальмера (40.6) с $n' = 2$. Таким образом, серия Бальмера соответствует в боровской модели переходам электронов на второй энергетический уровень. Аналогично $n' = 1$ со-

ответствует серии Лаймана, а $n' = 3$ – серии Пашена (рис. 40.18). Постоянная ($Z^2 e^4 m / 8 \epsilon_0^2 h^3 c$) в формуле (40.12), вычисленная при $Z = 1$, совпадает с экспериментально измеренным значением постоянной Ридберга $R = 1,0974 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$.

Выдающийся успех теории Бора заключается в том, что она давала модель, позволявшую объяснить, почему атомы испускают линейчатые спектры, и точно предсказать для атома водорода длины волн испускаемого излучения. Теория Бора позволяла объяснить и спектры поглощения: столкновение фотона (с надлежащей длиной волны) с атомом приводит к переходу электрона с одного энергетического уровня на другой, более высокий. Закон сохранения энергии требует, чтобы фотон обладал энергией, равной разности энергий уровней. Этим объясняется, почему непрерывный спектр, проходя через газ, давал темные линии (поглощения) на тех же самых частотах, что и линии испускания.

Теория Бора гарантировала также стабильность атомов, вводя ее своего рода декретом: основное состояние является низшим состоянием электрона и не существует более низкого энергетического уровня, на который электрон мог бы перейти из основного состояния с испусканием излучения. Наконец, теория Бора, как было показано выше, точно предсказывает энергию ионизации водорода 13,6 эВ.

Пример 40.7. С помощью схемы энергетических уровней (рис. 40.18) определите длину волны первой лаймановской линии, соответствующей переходу из состояния с $n = 2$ в состояние с $n = 1$.

Решение. В этом случае $hf = E_2 - E_1 = 13,6 \text{ эВ} - 3,4 \text{ эВ} = 10,2 \text{ эВ} = 1,63 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$. Так как $\lambda = c/f$, получаем

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{E_2 - E_1} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})(3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с})}{1,63 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}} = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ м,}$$

или 122 нм (УФ).

Пример 40.8. Определите в боровской модели длину волны света, испускаемого атомом водорода при переходе с энергетического уровня $n = 6$ на энергетический уровень $n = 2$.

Решение. Воспользуемся формулой

(40.12) или эквивалентной формулой (40.6) с $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$:

$$\frac{1}{\lambda} = (1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) = 2,44 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1},$$

откуда $\lambda = 4,10 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, или 410 нм. Это четвертая линия в серии Бальмера (рис. 40.15) (фиолетового цвета).

Пример 40.9. С помощью боровской модели определите энергию ионизации иона He^+ с одним электроном. Вычислите также минимальную длину волны фотона, при которой происходит ионизация.

Решение. Требуется определить энергию, необходимую для перевода электрона из основного в свободное состояние с $E = 0$. Энергия основного состояния He^+ вычисляется по формуле (40.11) при $n = 1$ и $Z = 2$. Так как все величины в формуле (40.11), за исключением атомного номера Z , равного 2, а не 1, имеют такие же значения, как для атома во-

дорода, мы заключаем, что энергия E_1 у He^+ в $Z^2 = 2^2 = 4$ раза больше, чем у водорода, т. е.

$$E_1 = 4(-13,6 \text{ эВ}) = -54,4 \text{ эВ}.$$

Следовательно, чтобы ионизовать ион He^+ , необходима энергия 54,4 эВ (эта оценка согласуется с экспериментом). Энергия фотона с минимальной длиной волны, при которой происходит иониза-

ция, равна $hf = 54,4 \text{ эВ}$, а минимальная длина волны $\lambda = c/f = hc/hf = (6,63 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})(3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}) / (54,4 \text{ эВ}) \times (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}) = 22,8 \text{ нм}$. Ион He^+ может быть ионизован и в том случае, если он поглотит фотон с большей энергией (с длиной волны короче 22,8 нм); ставший при этом свободным электрон будет иметь некоторую кинетическую энергию.

В последнем примере энергия E_1 у иона He^+ в четыре раза ниже, чем у атома водорода. Схема энергетических уровней иона He^+ выглядит так же, как в случае атома водорода (рис. 40.18), с тем лишь различием, что численные значения энергии каждого уровня оказываются в четыре раза больше. Следует подчеркнуть, что речь идет о *ионе* He^+ . Нормальный (нейтральный) атом гелия имеет два электрона, и его спектр сильно отличается от спектра атома водорода.

Необходимо особо отметить, что Бор принял ряд существенных допущений, противоречащих классическим представлениям. Так, он предположил, что электроны на разрешенных орбитах не излучают, хотя и движутся ускоренно, и ввел допущение о квантовании момента импульса. Кроме того, Бор ничего не мог сказать о том, как движется электрон при переходе с одного энергетического уровня на другой. Вместе с тем не было никаких оснований ожидать, что в микромире атомных электронов все обстоит так же, как в мире обычных макроскопических тел. Тем не менее Бор был убежден, что там, где квантовая теория имеет дело с макроскопическим миром, ее предсказания должны совпадать с результатами классической теории. В этом суть *принципа соответствия*, о котором мы уже упоминали, когда речь шла о специальной теории относительности (разд. 39.12). Принцип соответствия справедлив в случае теории атома водорода, предложенной Бором. Размеры орбит и значения энергии сильно различаются при $n = 1$ и $n = 2$. Но при $n = 100\,000\,000$ и $n = 100\,000\,001$ орбиты едва различимы и по размерам, и по энергиям (рис. 40.18). Квантовые переходы между далекими от ядра орбитами с приближающимися к макроскопическим размерами едва заметны. Размеры таких орбит меняются практически непрерывно, т. е. аналогичны тем, с которыми мы имеем дело в макромире.

40.10. Гипотеза де Бройля

Теория Бора по своей природе была в основном теорией, созданной специально для объяснения данной проблемы (*ad hoc*): допущения, из которых она исходила, были

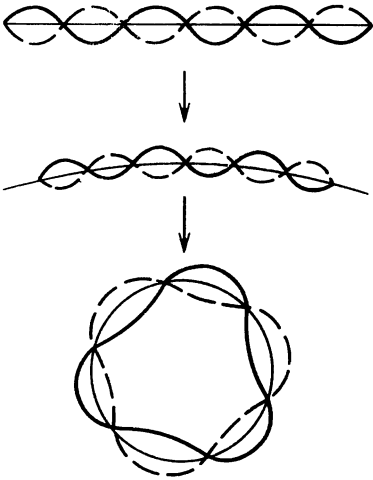


Рис. 40.19. Обычная стоячая волна в сравнении с круговой стоячей волной.

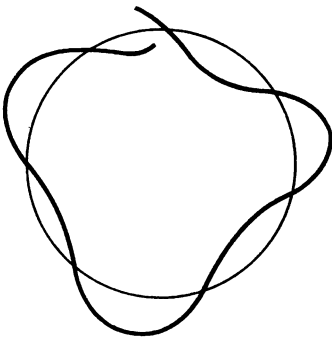


Рис. 40.20. Если волна не замыкается (и, следовательно, интерферирует сама с собой), то она быстро затухает.

сделаны с расчетом, чтобы ее предсказания соответствовали эксперименту. Спустя 10 лет после появления теории Бора ее обоснование было найдено де Бройлем.

В разд. 40.5 мы упоминали о том, что в 1923 г. Луи де Бройль высказал гипотезу о волновой природе материальных частиц, таких, как электроны, и что спустя несколько лет его гипотеза была подтверждена экспериментально.

Один из исходных аргументов де Бройля в пользу волновой природы электронов состоял в том, что его предположение давало объяснение боровской теории атома водорода.

Согласно де Бройлю, частице с массой m , движущейся со скоростью v , соответствует длина волны λ , определяемая по формуле (40.5):

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Каждому электрону в атоме, считал де Бройль, в действительности соответствует стоячая волна. В гл. 15 мы видели, что если ущипнуть струну скрипки или гитары, то в ней возбуждается большое число волн самой различной длины. Но лишь сравнительно немногие из них не будут затухать—это волны с узлами на концах. Они представляют собой *резонансные* гармоники, или моды колебаний, струны. Все остальные волны, отражаясь от концов, интерферируют друг с другом, и их амплитуды быстро затухают. Так как электроны в теории Бора движутся по круговым орбитам, де Бройль высказал предположение, что электронам соответствуют *круговые* стоячие волны, которые «замыкаются» на себя (рис. 40.19). Если длина волны такова, что не позволяет волне «замкнуться» (рис. 40.20), то на круговой орбите происходит ослабляющая интерференция, и волна быстро затухает. Следовательно, не затухают только волны, у которых на круговой орбите укладывается целое число длин волн (рис. 40.21). Длина круговой боровской орбиты радиусом r_n равна $2\pi r_n$, поэтому

$$2\pi r_n = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Подставляя $\lambda = h/mv$, получаем

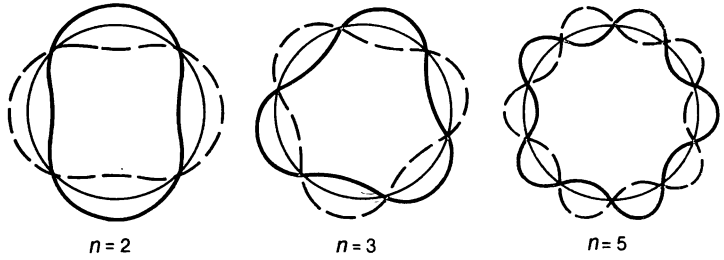
$$2\pi r_n = \frac{nh}{mv},$$

или

$$mvr_n = \frac{nh}{2\pi}.$$

Последнее соотношение представляет собой не что иное, как *условие квантования* (40.8), введенное Бором *ad hoc*. Именно на этом условии основан вывод о дискретных орбитах и уровнях энергии. Тем самым гипотеза де

Рис. 40.21. Стоячие круговые волны при двух, трех и пяти длинах волн на окружности; n – число длин волн, укладываемых на окружности, есть вместе с тем квантовое число.



Бройля позволяет объяснить квантование орбит и состояний в боровской модели: и то и другое обусловлено волновой природой электронов и существованием только резонансных стоячих волн. Отсюда следует, что *корпускулярно-волновой дуализм* заложен в самой структуре атома.

Не следует думать, однако, что круговые стоячие волны на рис. 40.21 – это траектории, которым следуют электроны. В боровской модели атома водорода электрон, рассматриваемый как частица, движется по круговой орбите. С другой стороны, круговая волна соответствует *амплитуде* электронной волны, и на рис. 40.21 показано, каким образом амплитуда волны распределена вдоль круговой орбиты частицы.

Теория Бора дала хорошее согласие с экспериментом для водорода и одноэлектронных ионов. Для многоэлектронных атомов она оказалась не столь успешной. Эту и другие проблемы теории Бора мы обсудим в следующей главе, где будет показано, как радикально новая теория – квантовая механика – позволила наконец решить проблему строения атома и привела к совершенно другой картине атома: представление об электронах, движущихся по строго определенным орбитам, уступило место представлению об электронных «облаках». Эта новая (ныне общепризнанная) теория – квантовая механика – позволила совершенно иначе взглянуть на фундаментальные механизмы, лежащие в основе физических процессов.

Заключение

Начало квантовой теории было положено *гипотезой квантов*, которая утверждает, что молекулярные колебания квантуются, т. е. их энергия E может быть только целым, кратным hf , где h – постоянная Планка, f – собственная частота колебаний: $E = nhf$ (n – целое число). Эта гипотеза позволила объяснить распределение интенсивности в спектре излучения черного тела при высоких температурах.

Эйнштейн предложил считать, что при определенных условиях свет испускается и поглощается квантами (частицами), получившими название *фотонов*, причем энергия каждого фотона равна

$$E = hf.$$

Эйнштейну принадлежит идея экспериментальной проверки фотонной (корпускулярной) теории света на фотоэффекте. Фотонная теория утверждает, что каждый фотон, обладая достаточной энергией, может выбить из вещества электрон. Максимальная энергия вылетающего электрона линейно зависит от частоты падающего света. Фотонная теория света подтверждается также эффектом Комптона и рождением электрон-позитронных пар.

Под корпускулярно-волновым дуализмом мы понимаем, что свет и вещество (например, электроны) обладают как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Длина волны, соответствующая материальному телу, есть

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad \text{где } mv \text{ — импульс тела.}$$

Принцип дополнительности утверждает, что полное понимание природы света и материи требует учета как волновых, так и корпускулярных свойств.

К числу первых моделей атома относятся модифицированная модель сливового пудинга Томсона и планетарная (ядерная) модель Резерфорда. Созданная для объяснения обратного рассеяния α -частиц в тонких металлических фольгах модель Резерфорда исходит из предположения о том, что атом состоит из массивного, положительно заряженного ядра, окруженного (на относительно больших расстояниях) электронами.

Для объяснения линейчатых спектров атомов, а также стабильности атомов Бор предложил теорию, которая постулировала, что 1) электроны в атоме могут двигаться только по определенным орбитам с квантованным моментом импульса (вследствие этого разрешены только дискретные значения радиуса и энергии); 2) электрон в стационарном состоянии не излучает; 3) при переходе в более низкое состояние электрон испускает фотон, энергия которого равна разности энергий начального и конечного состояний; 4) момент импульса L электронов в атоме квантуется согласно правилу $L = nh/2\pi$, где n — целое число, называемое *квантовым числом*. Состояние атома водорода с $n = 1$ называется *основным состоянием* (его энергия $E_1 = -13,6$ эВ); более высокие значения n соответствуют *возбужденным состояниям* (их энергии $E_n = -13,6/n^2$ эВ). Атомы возбуждаются и переходят в эти состояния с более высокой энергией (по сравнению с основным) в результате столкновений с другими атомами или электронами, а также при поглощении фотона с надлежащей частотой.

Гипотеза де Бройля о том, что электрону и другим частицам соответствует длина волны $\lambda = h/mv$, позволила объяснить квантование боровских орбит на основе корпускулярно-волнового дуализма: разрешенные орбиты соответствуют стоячим волнам, длина волны которых укладывается на круговой орбите целое число раз.

Вопросы

1. Что можно сказать об относительной температуре желтоватых, красноватых и голубоватых звезд?
2. Если все тела излучают энергию, то почему мы не видим их в темноте?
3. Испускает ли нить лампы накаливания при температуре 2500 К такой же белый свет, как Солнце при температуре 6000 К? Объясните.
4. Хорошим приближением к абсолютно черному телу может служить небольшое отверстие в замкнутой полости. Объясните. (Подсказка: примером такой модели черного тела служит зрачок глаза.)
5. Покажите, что постоянная Планка измеряется в тех же единицах, что и момент импульса.
6. Почему ювелиры предпочитают рассматривать бриллианты при дневном, а не при искусственном освещении?
7. «Ортохроматическая» фотопленка не чувствительна к красному свету. Объясните, на чем это основано с точки зрения фотонной теории света.
8. При замене одного металла другим пороговая длина волны фотоэффекта возрастает. Что можно сказать о работе выхода этих двух металлов?
9. УФ-излучение вызывает ожоги кожи, тогда как видимый свет ожогов не вызывает. Объясните.
10. Объясните, почему существование граничной частоты фотоэффекта свидетельствует в большей мере в пользу корпускулярной, чем волновой теории света.
11. Рассмотрим точечный источник света. Как изменяется освещенность с расстоянием от источника с точки зрения а) волновой и б) корпускулярной (фотонной) теории света? Можно ли, опираясь на закон изменения освещенности, сделать выбор между волновой и корпускулярной теориями света?
12. Рентгеновский фотон (квант рентгеновского излучения) рассеивается на электроне. Изменяется ли при этом его длина волны? Если изменяется, то как: возрастает или убывает?
13. Объясните, каким образом цепь с фотоэлементом, изображенную на рис. 40.3, можно использовать в качестве а) сигнализации; б) детектора дыма; в) фотозаписи; г) спектрофотометра (разд. 37.8); д) прибора для звукозаписи на пленку.
14. Почему мы говорим, что свет обладает волновыми свойствами? Почему мы говорим, что свет обладает корпускулярными свойствами?
15. Почему мы говорим, что электроны обладают волновыми свойствами? Почему мы говорим, что электроны обладают корпускулярными свойствами?
16. Чем фотон отличается от электрона? Перечислите подробно все различия.
17. Электрон и протон движутся с одинаковой скоростью. Какой из этих частиц соответствует меньшая длина волны?
18. Может ли дебройлевская длина волны какой-нибудь частицы быть больше размеров самой частицы? А меньше? Существует ли прямая взаимосвязь между размерами частицы и ее дебройлевской длиной волны?
19. Какой должна быть постоянная Планка h , чтобы квантовые эффекты стали наблюдаемыми в макроскопическом мире?
20. Что удерживает электроны и не позволяет им разлететься в планетарной модели атома Резерфорда?
21. Какие среды испускают линейчатый спектр: а) газы; б) жидкости; в) твердые тела? Какие испускают непрерывный спектр?
22. Почему не испускает света кислород O_2 в окружающем нас воздухе?
23. Как узнать, есть ли кислород на Солнце?
24. Когда свет с широким диапазоном длин волн проходит через газообразный водород при комнатной температуре, то наблюдаются ли линии поглощения только серии Лаймана? Почему не наблюдаются линии поглощения других серий?
25. Объясните, почему сгущающиеся энергетические уровни у верхнего края на рис. 40.18 соответствуют сгущающимся спектральным линиям в левой части рис. 40.15.
26. Укажите различия между моделью атома Резерфорда и теорией Бора.
27. Будут ли два электрона в атоме гелия в среднем ближе к ядру или дальше от ядра, чем электрон в атоме водорода? Почему?
28. Почему в спектре водорода так много линий, если у атома водорода всего лишь один электрон?
29. Почему в спектре водорода линии серии Бальмера наблюдались и были проанализированы раньше, чем линии серий Лаймана или Пашена?
30. Объясните на основе закона сохранения импульса, почему фотоны, испускаемые ато-

мом водорода, имеют чуть меньшую энергию, чем предсказывает формула (40.7)?

31. Верно ли, что потенциальная энергия электрона в атоме водорода отрицательна и по абсолютной величине больше кинетической энергии, как утверждает теория Бора? Что в действительности это означает?

Задачи

Раздел 40.1

1. (I) Молекула хлористого водорода HCl колеблется с собственной частотой $8,1 \cdot 10^{13}$ Гц. Чему равна разность разрешенных значений энергии колебаний (в джоулях или электрон-вольтах)?

2. (I) а) При какой температуре максимум распределения интенсивности в спектре черного тела приходится на длину волны 1,0 нм? б) На какую длину волны приходится максимум распределения интенсивности в спектре черного тела при температуре 800 К?

3. (II) Детские качели имеют собственную частоту 0,40 Гц. а) Чему равна разность разрешенных значений энергии (в джоулях)? б) Чему равно квантовое число n качелей массой 20 кг (суммарная масса качелей и ребенка), если они в наивысшей точке поднимаются на 30 см над наинизшей точкой? в) Каково относительное изменение в энергии при переходе с уровня с квантовым числом n на уровень с квантовым числом $n + 1$? Заметно ли в этом случае квантование?

4. (III) Формула Планка для интенсивности излучения имеет вид

$$f(\lambda, T) = \frac{8\pi hc \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$$

где $f(\lambda, T)$ – энергия, излучаемая в 1 с с единичной площадки в единичном интервале длин волн в окрестности длины волны λ при абсолютной температуре T . (По существу, график этой зависимости изображен на рис. 40.1 и 40.2.) а) Докажите, что закон смещения Вина следует из формулы Планка. б) Определите значение постоянной Планка h по экспериментальному значению $\lambda_p T$, приведенному в тексте. в) Интегрируя формулу Планка по всем длинам волн, выведите закон Стефана – Больцмана [пропорциональность излучаемой мощности четвертой степени абсолютной температуры; см. формулу (19.3)], т. е. покажите, что

$\int f(\lambda, T) d\lambda \sim T^4$.

Раздел 40.2

5. (I) Чему равна энергия фотона с длиной

волны а) 400 нм, б) 700 нм и в) фотонов, генерируемых радиостанцией с частотной модуляцией на частоте 100 МГц?

6. (I) Чему равна наибольшая длина волны света, способного выбить электроны из металла с работой выхода 2,3 эВ?

7. (I) Работа выхода для бария равна 2,48 эВ. Чему равна максимальная кинетическая энергия электронов, если на металл падает свет с длиной волны 480 нм? Чему равна скорость электронов?

8. (I) Когда УФ-свет с длиной волны 280 нм падает на поверхность металла, максимальная кинетическая энергия испускаемых электронов равна 0,85 эВ. Чему равна работа выхода металла?

9. (II) Покажите, что энергия E (в электрон-вольтах) фотона с длиной волны λ (в метрах) может быть вычислена по формуле

$$E = 1,24 \cdot 10^{-6} / \lambda.$$

10. (II) Интенсивность солнечного света, достигающего поверхности Земли, составляет 1300 Вт/м². Скольким фотонам на 1 см²/с соответствует эта величина? При вычислениях примите среднюю длину волны равной 550 нм.

11. (II) Пороговая длина волны для испускания электронов с данной поверхности равна 380 нм. Чему будет равна максимальная кинетическая энергия испущенных с поверхности электронов, если длина волны падающего света изменится и станет равной а) 480 нм; б) 280 нм?

12. (II) Фотопленка особого типа обладает чувствительностью только к свету с длиной волны короче 640 нм. Какая энергия (ккал/моль) необходима для инициирования химической реакции в этой пленке?

13. (II) Электрическая лампа мощностью 100 Вт испускает 3,0% потребляемой энергии в форме видимого света (средняя длина волны 550 нм) равномерно по всем направлениям. Сколько фотонов видимого света попадает за 1 с в зрачок наблюдателя (диаметр зрачка 4,0 мм), находящегося на расстоянии 10 км от лампы?

14. (II) При падении света с длиной волны 230 нм на металл ток в цепи с фотоэлементом (рис. 40.3) падает до нуля при обратном напряжении 1,64 В. Чему равна работа выхода металла?

15. (II) В рентгеновской трубке (см. рис. 37.23 и описание принципа ее действия в разд. 37.11) между нитью (катодом) и мишенью приложено высокое напряжение V . Ускоренный этим напряжением электрон ударяется о мишень и тормозится (положительно заряженными ядрами), испуская при торможении один или несколько рентгеновских фотонов. а) Покажите,

что самая короткая длина волны фотона определяется соотношением

$$\lambda_0 = \frac{hc}{eV}$$

б) Чему равна самая короткая длина волны рентгеновского излучения, испускаемого при соударении ускоренных электронов с экраном телевизионного кинескопа, работающего при напряжении 30 кВ?

16. (II) а) Покажите, что если два электрода в фотоэлементе (рис. 40.3) изготовлены из одного и того же материала, то максимальная кинетическая энергия электронов связана с запирающим напряжением V_0 соотношением

$$KЭ_{\max} = eV_0$$

б) Покажите, что если два электрода фотоэлемента изготовлены из различных материалов, то

$$KЭ_{\max} = eV_0 - (W_{0e} - W_{0c}),$$

где W_{0e} – работа выхода эмиттерного электрода (P на рис. 40.3), W_{0c} – работа выхода коллекторного электрода (C на рис. 40.3).

17. (III) В эффекте Комптона фотон с длиной волны 0,100 нм претерпевает лобовое столкновение со свободным электроном и отбрасывает его назад (в направлении своего движения). Рассеянный фотон движется в обратном (относительно падающего фотона) направлении. С помощью закона сохранения энергии определите а) кинетическую энергию электрона; б) длину волны рассеянного фотона. Предполагается, что кинетическую энергию электрона можно вычислять по нерелятивистской формуле.

18. (III) С помощью закона сохранения энергии и импульса покажите, что в *эффекте Комптона* (рис. 40.5) длина волны λ' рассеянного фотона определяется выражением

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \phi),$$

где ϕ – угол между направлениями движения рассеянного фотона и налетающего фотона с длиной волны λ , m_0 – масса покоя электрона. При вычислениях используйте релятивистские формулы. Обратите внимание на то, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны.

Раздел 40.3

19. (I) Чему равна полная кинетическая энергия электрон-позитронной пары, образованной фотоном с энергией 3,6 МэВ?

20. (II) Чему равны импульс и эффективная масса рентгеновского фотона с длиной волны 0,10 нм?

21. (II) Чему равна минимальная энергия фотона, необходимая для рождения пары $\mu^+ - \mu^-$? Масса каждого мюона в 207 раз больше массы электрона. Чему равна длина волны такого фотона?

22. (II) Фотон образует электрон-позитронную пару. Кинетическая энергия каждой частицы равна 435 кэВ. Чему равны энергия и длина волны фотона?

Раздел 40.5

23. (I) Чему равна длина волны нейтрона ($m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг), движущегося со скоростью $2,5 \cdot 10^4$ м/с?

24. (II) Покажите, что если электрон и позитрон обладают одинаковой кинетической энергией, то длина волны протона короче, чем электрона.

25. (II) Вычислите отношение кинетической энергии электрона к кинетической энергии протона с одинаковой длиной волны. Предполагается, что скорости гораздо меньше скорости света.

26. (II) Пучок электронов с энергией 65 эВ рассеивается на кристалле, как при дифракции рентгеновского излучения. Максимум первого порядка наблюдается под углом $\theta = 45^\circ$. Чему равно расстояние между плоскостями кристалла, на котором происходит дифракция электронов? (См. разд. 37.11.)

27. (II) Чему равна длина волны протона с кинетической энергией 1,0 ГэВ?

28. (II) Покажите, что длина волны частицы с массой m_0 и кинетической энергией $KЭ$ определяется релятивистской формулой $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(KЭ)^2 + 2m_0c^2(KЭ)}}$.

29. (II) Чему равны кинетическая энергия и длина волны «теплого» нейтрона (находящегося в тепловом равновесии с средой при комнатной температуре; см. гл. 18)?

30. (III) Докажите, что для частицы с массой покоя m_0 (если $\lambda = h/mv$) не может выполняться соотношение $E = hf$, где E : а) кинетическая энергия, б) кинетическая энергия плюс энергия массы покоя, а $v = f\lambda$ – скорость частицы.

* Раздел 40.6

* 31. (II) Чему равен теоретический предел разрешающей способности электронного микроскопа, в котором электроны ускоряются напряжением 50 кВ? (При вычислениях используйте релятивистские формулы.)

* 32. (II) Электроны в электронном микроскопе

ускоряются напряжением 2200 В. Какая числовая апертура необходима для того, чтобы достичь разрешения 4,0 нм?

Раздел 40.7

33. (II) В одном из экспериментов Резерфорда α -частицы (с массой $6,68 \cdot 10^{-27}$ кг) имели кинетическую энергию 4,8 МэВ. На какое расстояние они могли приблизиться к ядру атома золота (с зарядом $+79e$)? Отдачей ядра можно пренебречь.

Раздел 40.9

34. (I) При какой максимальной кинетической энергии соударение электрона и атома водорода в основном состоянии будет заведомо упругим?

35. (I) а) Определите длину волны второй бальмеровской линии (переход из $n = 4$ в $n = 2$) по данным, приведенным на рис. 40.18. Определите также длину волны б) первой лаймановской линии; в) четвертой бальмеровской линии.

36. (I) Вычислите энергию ионизации дважды ионизованного лития Li^{2+} ($Z = 3$).

37. (I) Чему равна максимальная длина волны света, при которой возможна ионизация атома водорода в основном состоянии?

38. (I) Почти все атомы газообразного водорода при низких температурах находятся в основном состоянии. При какой минимальной частоте фотона будет происходить фотоэффект?

39. (II) Начертите схему энергетических уровней иона He^+ (рис. 40.18).

40. (II) Начертите схему энергетических уровней дважды ионизованного лития Li^{2+} .

41. (II) Насколько (в долях исходной массы) уменьшается масса атома водорода H при переходе из состояния с $n = 2$ в основное состояние с $n = 1$?

42. (II) Чему равны потенциальная и кинетическая энергии электрона в основном состоянии атома водорода?

43. (II) Возбужденный атом водорода в принципе мог бы иметь радиус 1,0 мм. Какое квантовое число n соответствует боровской орбите таких размеров? Какой была бы ее энергия?

44. (II) Вычислите отношение гравитационной и электрической сил, действующих на электрон в атоме водорода? Можно ли считать гравитационную силу пренебрежимо малой?

45. (II) Обосновано ли использование нерелятивистских формул в атоме Бора? Для проверки вычислите скорость электрона v (в долях c) в основном состоянии атома водорода.

46. (II) Предположим, что электрон связан с протоном, как в атоме водорода, но не электрической, а гравитационной силой. Какими в

этом случае были бы радиус и энергия первой боровской орбиты?

47. (II) Электроны, ускоренные разностью потенциалов 12,3 В, проходят через атомарный водород при комнатной температуре. Оцените длины волн испускаемого света.

48. (II) Мезоатомы представляют собой атомы, в которых один из электронов замещен μ -мезоном (мюоном) с массой, в 207 раз большей массы электрона. Вычислите с помощью теории Бора энергию фотона, испускаемого μ -мезоном при переходе из состояния с $n = 2$ в состояние с $n = 1$ в μ -мезоатоме свинца ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ (масса ядра в 208 раз больше массы протона, а заряд равен $+82e$).

49. (II) Принцип соответствия. Покажите, что при больших n разность радиусов Δr двух соседних орбит (с квантовыми числами n и $n - 1$) удовлетворяет соотношению

$$\Delta r = r_n - r_{n-1} \approx \frac{2r_n}{n},$$

поэтому $\Delta r/r_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, как того и требует принцип соответствия. Обратите внимание на то, что принцип соответствия можно проверить либо при больших n ($n \rightarrow \infty$), либо при $h \rightarrow 0$. Эквивалентны ли эти предельные переходы?

50. (III) а) Покажите, что если электрон переходит с уровня n на уровень $n - 1$ при очень больших значениях n , то частота испускаемого света равна

$$f = \frac{v}{2\pi r_n}.$$

б) Покажите, что именно эту частоту предсказывает классическая теория для электрона, обращающегося по круговой орбите радиусом r_n со скоростью v . в) Объясните, почему это отвечает принципу соответствия.

Раздел 40.10

51. (III) Предположим, что частица с массой m заключена в одномерный ящик шириной L . Согласно квантовой теории, соответствующая частице волна (с $\lambda = h/mv$) представляет собой стоячую волну с узлами на «стенках» ящика. а) Начертите, как выглядят разрешенные моды колебаний (гармоники). б) Покажите, что кинетическая энергия частицы принимает квантованные значения: $KЭ = n^2 h^2 / 8mL^2$, где n — целое число. в) Вычислите энергию основного состояния ($n = 1$) электрона в ящике шириной $0,50 \cdot 10^{-10}$ м. г) Чему равна энергия основного состояния бейсбольного мяча ($m = 140$ г) в ящике шириной 0,50 м? д) Энергия основного состояния электрона в ящике равна 10 эВ. Чему равна ширина ящика?