

Приложение Б

Производные и интегралы

а. Производные: общие правила

$$\frac{dx}{dx} = 1,$$

$$\frac{d}{dx} [af(x)] = a \frac{df}{dx} \quad (a = \text{const}),$$

$$\frac{d}{dx} [f(x) + g(x)] = \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dx},$$

$$\frac{d}{dx} [f(x)g(x)] = \frac{df}{dx}g + f\frac{dg}{dx},$$

$$\frac{d}{dx} [f(y)] = \frac{df}{dy} \frac{dy}{dx} \quad (\text{дифференцирование сложной функции}),$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)}, \quad \text{если} \quad \frac{dy}{dx} \neq 0.$$

б. Производные различных функций

$$\frac{da}{dx} = 0 \quad (a = \text{const}),$$

$$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1},$$

$$\frac{d}{dx} \sin ax = a \cos ax,$$

$$\frac{d}{dx} \cos ax = -a \sin ax,$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{tg} ax = a \sec^2 ax,$$

$$\frac{d}{dx} \ln ax = \frac{1}{x},$$

$$\frac{d}{dx} e^{ax} = ae^{ax}.$$

в. Неопределенные интегралы: общие правила

$$\int dx = x,$$

$$\int af(x) dx = a \int f(x) dx \quad (a = \text{const}),$$

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx,$$

$$\int u dv = uv - \int v du \quad (\text{интегрирование по частям}).$$

г. Неопределенные интегралы от различных функций

(К правой части каждого равенства может быть прибавлена произвольная постоянная.)

$$\int adx = ax \quad (a = \text{const}),$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1} \quad (m \neq -1),$$

$$\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax,$$

$$\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax,$$

$$\int \operatorname{tg} ax dx = \frac{1}{a} \ln |\sec ax|,$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x,$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax},$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a},$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \begin{cases} \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{x-a}{x+a} \right) & \text{при } x^2 > a^2, \\ -\frac{1}{2a} \ln \left(\frac{a+x}{a-x} \right) & \text{при } x^2 < a^2. \end{cases}$$