

предположил, что свет на самом деле представляет собой колебания электромагнитного поля. Эта точка зрения (с модификациями, обусловленными квантовой механикой) является общепринятой до настоящего времени.

Нетрудно связать теорию Максвелла свободного электромагнитного поля с основным содержанием этого раздела. Обозначим через $\mathcal{M}\{E\}$ векторное пространство всех дважды дифференцируемых функций с векторными значениями на трехмерном пространстве, таких, что

$$\frac{1}{4} \pi \iiint (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) dx dy dz < \infty \text{ и } \operatorname{div} E = 0.$$

Положим

$$\mathcal{V}(E, E) = \frac{1}{4} \pi \iiint (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) dx dy dz$$

и

$$T(H, H) = \frac{1}{4} \pi \iiint (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) dx dy dz,$$

где H — векторное поле, однозначно определяемое следующими условиями:

$$\operatorname{rot} H = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}, \quad \iiint (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) dx dy dz < \infty, \\ \operatorname{div} H = 0,$$

Действительное гильбертово пространство и однопараметрическая группа ортогональных преобразований этого пространства, построенные так же, как на стр. 41, приводят к „законам движения“ для E , которые превращаются в уравнения Максвелла, если при дифференцировании мы по определению примем за H величину

$$\frac{1}{c} \operatorname{rot}^{-1} \frac{\partial E}{\partial t}.$$

В определенной таким образом „механической системе“ энергия электрического поля превращается в потенциальную энергию, энергия магнитного поля — в кинетическую энергию. Вместо того, чтобы принимать за основу E , мы можем выразить все величины через $A = \operatorname{rot}^{-1}(E)$, где $\operatorname{div} A = 0$. Тогда кинетическая энергия будет равна

$$\frac{1}{4} \pi \iiint \left[\left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy dz.$$

Таким образом, мы видим, почему приемлем метод Мак-Куллофа.

Для нас очень важно, что математический анализ динамической группы механической системы оказывается вполне применимым и к изучению электромагнитного поля, поскольку он зависит только от того, что инфинитезимальная образующая этой группы имеет некоторую определенную форму. В частности, мы можем говорить об импульсе и моменте импульса поля и, если поле сосредоточено в конечной области пространства, рассматривать его как систему (бесконечного числа) независимых гармонических осцилляторов.

1.5 Статистическая механика

При изучении механической системы с очень большим числом частиц, например макроскопической физической системы, состоящей из огромного количества чрезвычайно малых „атомов“, движущихся по законам классической механики, невозможно определить состояние системы в обычном смысле слова, т. е. найти все координаты и скорости

частиц. Эксперименты, которые мы можем ставить, дают нам только частичную информацию о состоянии системы, и самое большее, на что мы можем рассчитывать, — это найти вероятность, с которой система находится в произвольной заданной области фазового пространства \mathcal{M}_{V^*} . Мы должны расширить понятие состояния таким образом, чтобы включить в него эти вероятностные распределения и заменить механическую задачу — изучить, как перемещаются с течением времени точки в \mathcal{M}_{V^*} , — задачей „статистической механики“ — изучить, как меняются со временем вероятностные меры в \mathcal{M}_{V^*} .

Обозначим через $\mathcal{A}(\mathcal{M}_{V^*})$ множество всех вероятностных мер на \mathcal{M}_{V^*} , т. е. счетно аддитивных мер α , определенных на всех борелевских подмножествах \mathcal{M}_{V^*} и таких, что мера всего \mathcal{M}_{V^*} равна 1. Если $\alpha \in \mathcal{A}(\mathcal{M}_{V^*})$ задает состояние нашей системы при $t = 0$, и $t \rightarrow U_t$ — динамическая группа нашей системы, то вероятность того, что состоянию нашей системы при $t = t_1$ соответствует точка q из борелевского множества E , в частности равна вероятности того, что состоянию системы при $t = 0$ соответствовала точка q из множества $U_{t_1}^{-1}(E)$; таким образом, состояние при $t = t_1$ задается вероятностной мерой $E \rightarrow \alpha(U_{t_1}^{-1}(E))$. Обозначим эту меру $\hat{U}_{t_1}(\alpha)$. Тогда мы получим однопараметрическую группу $t \rightarrow \hat{U}_t$ взаимно однозначных преобразований обобщенного фазового пространства $\mathcal{A}(\mathcal{M}_{V^*})$ на себя. В статистической механике вместо U_t изучают \hat{U}_t .

На \mathcal{M}_{V^*} определена некоторая естественная мера, которую мы будем называть мерой Лиувилля и которая играет важную роль в этой теории. Если (q_1, \dots, q_n) — система координат для открытого подмножества $\mathcal{O} \subset \mathcal{M}_{V^*}$ и $(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n)$ — соответствующая система координат для $\pi^{-1}(\mathcal{O})$, то обычная лебегова мера в E^{2n} определяет некоторую меру в $\pi^{-1}(\mathcal{O})$. Можно проверить, что эта мера не зависит от выбора координат q_i ; единственной мерой на \mathcal{M}_{V^*} , которая совпадает с такой мерой на каждом множестве $\pi^{-1}(\mathcal{O})$, является мера Лиувилля. Мы будем обозначать ее λ . Ее можно определить, конечно, сразу же инвариантным образом, исходя из основного тензора dW^0 . Из этого определения почти непосредственно следует, что λ инвариантна при контактных преобразованиях, т. е. $\lambda(E) = \lambda(A(E))$, если A — некоторое контактное преобразование. В частности, если $t \rightarrow U_t$ — динамическая группа нашей системы, то $\lambda(U_t(E)) = \lambda(E)$ для всех t и E .

Пусть ρ — произвольная неотрицательная борелевская функция на \mathcal{M}_{V^*} , такая что

$$\int_{\mathcal{M}_{V^*}} \rho d\lambda = 1.$$

Положим

$$\alpha_\rho(E) = \int_E \rho d\lambda.$$

Тогда α_ρ является вероятностной мерой на \mathcal{M}_{V^*} и, следовательно, определяет некоторое состояние. Состояния такого вида называются состояниями с вероятностной плотностью ρ . Имеется достаточно оснований считать, что они имеют „большую физическую реальность“ по сравнению с другими состояниями. Из теоремы Лиувилля (т. е. из инвариантности λ) сразу же следует, что $\hat{U}_t(\alpha)$ имеет вероятностную плотность для всех t , если ее имеет α . Действительно, непосредственные вычисления показывают, что $\hat{U}_t(\alpha_\rho) = \alpha_{\rho'}^*$, где $\rho'(q) = \rho(U_t^{-1}(q))$. Если ρ_0 дифференцируема, и мы положим

$$\rho(t, q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n) = \rho_0(U_t^{-1}(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n)),$$

то ρ удовлетворяет дифференциальному уравнению с частными производными

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial \rho}{\partial q_1} \frac{\partial H}{\partial p_1} - \dots - \frac{\partial \rho}{\partial q_n} \frac{\partial H}{\partial p_n} + \frac{\partial \rho}{\partial p_1} \frac{\partial H}{\partial q_1} + \dots + \frac{\partial \rho}{\partial p_n} \frac{\partial H}{\partial q_n}.$$

Дифференциальный оператор, стоящий в правой части равенства, является инфинитезимальной образующей однопараметрической группы преобразований функций ρ , которую порождает \hat{U} . Это уравнение является аналогом в классической статистической механике уравнения Шредингера в квантовой механике.

Нас будут особенно интересовать „стационарные“ состояния, т. е. состояния, которые не меняются со временем. Если, например, вероятностная плотность ρ является одновременно интегралом, то α_ρ будет стационарным состоянием. Мы введем теперь некоторое однопараметрическое семейство состояний, которые называются *каноническими ансамблями Гиббса* и играют основную роль в статистической термодинамике. Мы приходим к этому семейству состояний, отвечая на следующий вопрос: какое состояние соответствует минимуму информации, которую мы можем получить о нашей системе, при заданном ожидаемом значении энергии, т. е. при заданном значении интеграла $\int \rho H d\lambda$. Такой вопрос имеет смысл только в том случае, когда у нас есть какой-то способ измерения степени неопределенности состояния. Этот способ подсказывается теорией информации, в которой степень неопределенности, соответствующая множеству из n возможностей, j -я из которых осуществляется с вероятностью p_j , измеряется величиной

$$p_1 \log \frac{1}{p_1} + \dots + p_n \log \frac{1}{p_n}.$$

Те же соображения, которые приводят в теории информации к этой формуле, позволяют использовать для наших целей выражение $\int \rho \log(1/\rho) d\lambda$, если принять, быть может, несколько сомнительное предположение, что (бесконечная) мера λ характеризует полную и абсолютную неопределенность. Мы, во всяком случае, будем следовать этому общепринятыму предположению (которое оправдывается получаемыми с его помощью результатами) и примем указанный выше интеграл за меру неопределенности.

Легко показать, что функция ρ , максимизирующая интеграл $\int \rho \log(1/\rho) d\lambda$ при заданном $\int \rho H d\lambda = E$, имеет вид $\rho = Ae^{-H/B}$, где A и B — константы. Конечно, поскольку α_ρ должна быть вероятностной мерой, должно выполняться равенство $A \int e^{-H/B} d\lambda = 1$, так что плотность ρ должна иметь вид

$$\frac{e^{-H/B}}{\int e^{-H/B} d\lambda},$$

где B выбирается так, чтобы выполнялось условие

$$E = \frac{\int He^{-H/B} d\lambda}{\int e^{-H/B} d\lambda}.$$

В системах, которые нас в первую очередь будут интересовать, H будет удовлетворять следующим условиям:

- (a) $H \geq 0$;
- (b) $P(B) = \int e^{-H/B} d\lambda$ существует при всех $B > 0$;
- (c) $\int He^{-H/B} d\lambda$ существует при всех $B > 0$;
- (d) $\frac{\int He^{-H/B} d\lambda}{P(B)}$ — неограниченная неубывающая функция от B .

При этих предположениях, положив

$$E(B) = \frac{\int He^{-H/B} d\lambda}{P(B)},$$

мы увидим, что для каждого значения E существует в точности одно значение B , такое, что $\rho = e^{-H/B}/P(B)$ удовлетворяет требуемым условиям. Мы будем называть его *каноническим состоянием Гиббса* для заданного значения E . Значение $\int \rho \log(1/\rho) d\lambda$

при $\rho = e^{H/B}/P(B)$ оказывается равным $\log P(B) + E(B)/B$. Если система удовлетворяет условиям (а)–(д), можно вычислить действительные функции $P(B)$, $E(B)$ и $S(B) = \log P(B) + E(B)/B$, и возникает вопрос относительно физического смысла этих функций и в особенности параметра B .

Предположим, что мы имеем две независимые системы с гамильтонианами H_1 и H_2 в состояниях, определяемых параметрами B_1 и B_2 соответственно. Тогда объединенная система будет находиться в состоянии с плотностью

$$\frac{e^{-(H_1/B_1+H_2/B_2)}}{P_1(B_1)P_2(B_2)},$$

которое будет каноническим состоянием Гиббса тогда и только тогда, когда $B_1 = B_2$. Если $B_2 > B_1$, то единственное состояние Гиббса

$$\frac{e^{(H_1+H_2)/B}}{P(B)},$$

для которого $E(B) = E_1(B_1) + E_2(B_2)$, будет определяться параметром B , таким, что $B_2 > B > B_1$, т. е. мы будем иметь $E_1(B) > E_1(B_1)$ и $E_2(B) < E_2(B_2)$. Для того чтобы получилось состояние Гиббса, энергия должна перетекать из второй системы в первую до тех пор, пока B не сравняются. Таким образом, отношение B и $E(B)$ напоминает отношение температуры и количества тепла, содержащегося в материальном теле.

Напомним вкратце основные факты, относящиеся к понятиям температуры и количества тепла. Наше обычное представление о тепле и холоде можно уточнить, используя свойство большинства веществ расширяться при нагревании. Выбрав произвольно одно из веществ (например, ртуть) как некоторый стандарт, можно измерить разность температур по расширению или сокращению образца из выбранного вещества в „термометре“. То, что построенная таким образом шкала может зависеть от природы выбранного вещества, представляет собой лишь временную трудность; ниже будет показано, как ее можно преодолеть. Когда вещества с различной температурой приходят в соприкосновение, то их температуры меняются до тех пор, пока они не достигнут некоторого общего среднего значения. Это среднее значение зависит от относительного количества данных веществ: чем больше будет вещества с более высокой температурой, тем выше будет конечная температура, и обратно.

Точные измерения доказывают целесообразность введения более или менее точного понятия количества тепла, причем за единицу количества тепла принято тепло, требуемое для нагревания стандартного количества стандартного вещества от некоторой стандартной температуры до другой стандартной температуры. Когда тепло переходит от одного тела к другому, количество тепла, потерянное одним телом, равно количеству тепла, полученному другим. Заметим, что если мы для измерения количества тепла используем стандартное вещество, температуру которого нужно поднять в некотором стандартном интервале, то нам нигде не приходится сталкиваться с тем, что из-за произвольности в выборе температурной шкалы мы располагаем только сомнительным способом сравнения двух разностей температур.

Сказанное выше относительно сохранения количества тепла применимо только постольку, поскольку потенциальная энергия механических систем не меняется в процессе расширения и сжатия. Например, если газ, расширяясь, поднимает некоторый груз, он будет охлаждаться, хотя никакое другое тело при этом не нагревается. С другой стороны, когда некоторая система, консервативная в других отношениях, теряет энергию из-за „трения“, то трущиеся материальные тела всегда нагреваются, а ни одно из окружающих тел не охлаждается. Одним из величайших открытий середины девятнадцатого века является количественный закон сохранения энергии, связывающий изменения тепловой и

механической энергии. Когда энергия теряется при трении, количество выделившегося тепла прямо пропорционально количеству потерянной энергии. Более того, та же самая константа пропорциональности появляется при переходе тепловой энергии в механическую при расширении. Это открытие, естественно, весьма укрепило позиции тех, кто связывал повышение температуры с усилением невидимого движения атомов вещества, и эта точка зрения стала общепринятой.

Хотя тепловая энергия является одной из форм механической энергии, ее нельзя свободно превратить в последнюю, и она представляет собой сравнительно „бесполезную“ форму энергии. Тепловую энергию можно обратить в механическую, только „заплатив“ за это некоторым образом; в частности, нельзя построить систему, меняющуюся по замкнутому циклу так, что единственным результатом этого изменения служит переход тепловой энергии в механическую. Этот принцип можно точно сформулировать несколькими различными способами, которые в совокупности известны как *второй закон термодинамики*.

Можно утверждать, что если некоторая „обратимая тепловая машина“ работает в интервале между двумя температурами, поглощая тепло при более высокой температуре T'_1 , отдавая некоторую его часть при более низкой температуре T'_2 и превращая некоторую его часть f в механическую энергию, то f не зависит от устройства машины, а зависит только от рассматриваемых температур. Нетрудно убедиться, что существует некоторая монотонная функция φ , единственная с точностью до постоянного множителя и такая, что

$$f(T'_1, T'_2) = \frac{\varphi(T'_1) - \varphi(T'_2)}{\varphi(T'_1)},$$

Полагая $T = \varphi(T')$, мы получаем естественную абсолютную шкалу температур, не зависящую от свойств какого-либо отдельного вещества и такую, что

$$f(T_1, T_2) = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Обычно нормируют φ так, чтобы между точками замерзания и кипения воды содержалось 100 единиц разности температур (100 градусов).

Инвариантность f имеет строгое количественное выражение, описывающее связь между степенью расширения материального тела и его способностью поглощать тепло; любое отклонение от этой связи можно было бы использовать для построения так называемого „вечного двигателя второго рода“. Эту инвариантность можно записать в форме требования, что некоторый определенный дифференциал, заданный на многообразии „равновесных состояний“, является дифференциалом функции. Эта функция, единственная с точностью до аддитивной константы, называется энтропией системы и играет центральную роль во всей теории.

В конце девятнадцатого века делались попытки вывести второй закон термодинамики и его следствия из законов механики, опираясь на гипотезу о том, что тепловая энергия является обычной механической энергией атомов, из которых состоит тело. Кульминацией этих попыток явилась статистическая механика Гиббса и гипотеза, что бесполезность тепловой энергии количественно соответствует степени нашего незнания точных движений, вызывающих эту энергию. Точнее, было найдено, что модель термодинамических явлений можно получить, считая, что состояния атомных движений являются каноническими ансамблями Гиббса, и интерпретируя B как абсолютную температуру, $E(B)$ — как количество тепла, $S(B)$ — как энтропию. Конечно, для того чтобы перевести B , выраженное в единицах энергии, в единицы температуры — градусы, его нужно умножить на некоторый множитель. Соответствующая „универсальная постоянная“ называется постоянной Больцмана и обозначается обычно через k ; $B = kT$.

Любая гипотеза о структуре вещества, представляющая его как систему взаимодействующих частиц, гамильтониан которых удовлетворяет условиям (а)–(д), сформулированным выше, дает формулы $T \rightarrow E(kT)$ и $T \rightarrow S(kT)$ для тепловой энергии и энтропии как функций абсолютной температуры; эти формулы можно сравнить с результатами эксперимента.

Мы закончим этот раздел изучением некоторых частных случаев, которые имеют важное значение для перехода к квантовой механике. Вначале, однако, мы сделаем несколько общих замечаний о методе вычисления P , B и S . Прежде всего, нам на самом деле не нужно интегрировать по \mathcal{M}_{V^*} . Все операции можно перенести на действительную прямую следующим образом. Положим для каждого борелевского подмножества F действительной прямой $\beta(F) = \lambda(H^{-1}(F))$. Тогда нетрудно показать, что

$$P(B) = \int_0^\infty e^{-x/B} d\beta(x)$$

и

$$E(B) = \frac{1}{P(B)} \int_0^\infty x e^{-x/B} d\beta(x),$$

где β — только что определенная мера на действительной прямой. Далее, используя обычную теорию преобразования Лапласа, мы можем продифференцировать $P(B)$ по правилу Лейбница и получить следующий результат:

$$P'(B) = \int_0^\infty e^{-x/B} \frac{x}{B^2} d\beta(x) = \frac{1}{B^2} \int_0^\infty x e^{-x/B} d\beta(x) = \frac{E(B) P(B)}{B^2}.$$

Таким образом,

$$E(B) = B^2 \frac{d}{dB} \log P(B),$$

и, поскольку

$$S(B) = \log P(B) + E(B)/B,$$

нам остается вычислить только один интеграл. Функция $P(B)$, через которую можно выразить все остальные, называется разделяющей функцией. Из теории преобразования Лапласа следует, что P и β определяют друг друга однозначно.

В качестве первого примера вычислим β , P , E и S для „идеального газа“, который считается состоящим из n точечных масс, заключенных в некоторой замкнутой части пространства объема V и не взаимодействующих между собой. Тогда

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} + \dots + \frac{p_{3n}^2}{2m_{3n}},$$

если q_i таковы, что все частицы расположены в заданной части пространства, и H равно бесконечности, если хотя бы одна из частиц находится вне этой части. Вычисление $\beta([0, x])$ является простым упражнением в многомерном интегрировании и дает результат

$$\beta([0, x]) = V^n \sqrt{m_1 \cdot \dots \cdot m_{3n}} C_n x^{3n/2},$$

где C_n зависит только от n . Положим

$$D_n = C_n \sqrt{m_1 \cdot \dots \cdot m_{3n}};$$

тогда

$$P(B) = \frac{3n}{2} D_n V^n \int_0^\infty e^{-x/B} x^{3n/2-1} dx.$$

Полагая $x = yB$, получаем

$$\begin{aligned} P(B) &= \frac{3n}{2} D_n V^n \int_0^\infty e^{-y} y^{3n/2-1} B^{3n/2} dy = \\ &= \frac{3n}{2} D_n B^{3n/2} V^n \int_0^\infty e^{-y} y^{3n/2-1} dy = V^n B^{3n/2} A_n, \end{aligned}$$

где A_n зависит только от n и m_j . Наконец,

$$\begin{aligned} E(B) &= B^2 \frac{d}{dB} \log P(B) = \\ &= B^2 \frac{d}{dB} \left(\log A_n + n \log V + \frac{3n}{2} \log B \right) = \\ &= B^2 \frac{3n}{2} \frac{1}{B} = \frac{3}{2} nB, \end{aligned}$$

т. е. $E(kT) = \frac{3}{2} nkT$, и мы получаем классический результат, что удельная теплоемкость (т. е. $dE(kT)/dT$) идеального одноатомного газа не зависит от объема и температуры и прямо пропорциональна числу имеющихся атомов. Измеряя экспериментально $dE(kT)/dT$, можно найти nk и, следовательно, определить одно из чисел k или n (число атомов в заданной массе газа), когда другое известно. Мы имеем также

$$\begin{aligned} kS(kT) &= k \log A_n + nk \log V + \frac{3}{2} nk \log kT + \frac{3}{2} nk = \\ &= nk \log V + \frac{3}{2} nk \log T + A'_n, \end{aligned}$$

где A'_n зависит только от n . В классической теории энтропия определяется только с точностью до аддитивной постоянной и зависит от T и V так же, как в полученном нами равенстве.

В качестве второго примера мы рассмотрим модель твердого тела — систему n атомов, взаимодействующих таким образом, что их движения представляют собой малые колебания около некоторой конфигурации устойчивого равновесия. Мы вычислим для такой системы $E(kT)$ и выведем зависимость удельной теплоемкости от температуры.

Как мы уже видели, в линейной системе всегда можно выбрать координаты так, что она распадается на независимые системы, имеющие одномерные конфигурационные пространства, единственная координата которых совершает простые гармонические колебания. Нетрудно показать, что величина P для произведения двух независимых систем равна произведению соответствующих P . Поэтому, если обозначить через P^ν функцию P для простого гармонического колебания с частотой ν , а частоты простых гармонических колебаний, на которые разлагается движение нашей системы, положить равными $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_{3n}$, то P для нашей системы будет иметь вид

$$P(B) = P^{\nu_1}(B) \cdot \dots \cdot P^{\nu_{3n}}(B).$$

Далее, гамильтониан простого гармонического осциллятора имеет вид

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{\mu}{2} q^2,$$

поэтому $\beta([0, x])$ равняется площади фигуры

$$\frac{p^2}{2m} + \frac{\mu}{2} q^2 \leq x,$$

т. е. площади внутренности эллипса

$$\frac{p^2}{(\sqrt{2mx})^2} + \frac{q^2}{(\sqrt{2x/\mu})^2} = 1;$$

эта площадь равна

$$\pi(\sqrt{2mx}) \left(\sqrt{\frac{2x}{\mu}} \right) = x 2\pi \sqrt{\frac{m}{\mu}} = \frac{x}{\nu},$$

где ν — частота осциллятора. Другими словами, P отличается только множителем $1/\nu$ от лебеговой меры на прямой. Отсюда получаем

$$P^\nu(B) = \frac{1}{\nu} \int_0^\infty e^{-x/B} dx = \frac{B}{\nu},$$

следовательно,

$$P(B) = \frac{B^{3n}}{\nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \dots \cdot \nu_{3n}};$$

поэтому

$$E(B) = B^2 \frac{d}{dB} [\log B^{3n} - \log(\nu_1 \cdot \dots \cdot \nu_{3n})] = 3nB,$$

так что $E(kT) = 3nkT$. Мы доказали, что удельная теплоемкость не зависит от характеристических частот и от температуры, а зависит только от числа атомов. Эмпирический закон, открытый в 1819 г. Дюлонгом и Пти, заключался в том, что все элементы в твердом состоянии имеют одинаковую атомную удельную теплоемкость, т. е. одинаковую удельную теплоемкость с поправкой на различие количества атомов в единице веса (т. е. на различный атомный вес). Существует много исключений из этого закона, но он, как правило, выполняется при достаточно высоких температурах. Статистическая механика объясняет этот закон, но не объясняет его нарушение при низких температурах.

Тот факт, что на каждое независимое колебание приходится одинаковая часть $E(B)$ независимо от его частоты называется *законом равномерного распределения энергии*. Если попытаться применить его к системе с бесконечным числом степеней свободы, для того чтобы изучить влияние температуры на излучение, то возникают некоторые серьезные противоречия. В первом разделе следующей главы мы расскажем об этих противоречиях и покажем, как их частичное объяснение привело к возникновению квантовой механики.