Глава 3

ТЕОРИЯ ГРУПП И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА АТОМА

3.1 Предварительные замечания

Казалось бы естественной попытка теоретически объяснить спектральные и химические свойства атомов, применяя каноническое квантование, описанное в разд. 2.4, к классической механической системе, соответствующей модели атома Резерфорда. Однако это объяснение оказывается неверным по двум различным причинам. В действительности существует одновременно и больше и меньше стационарных состояний, чем следует из этих общих соображений.

Одна из основных задач этой главы — объяснить природу и значение тех изменений, которые приходится делать. Далее, независимо от того, используем ли мы канонические или какие-либо иные правила квантования, математический анализ получающихся квантовых систем оказывается необычайно сложным; трудности, которые здесь возникают, в некотором отношении аналогичны тем, которые возникают в задаче n тел в классической механике.

Мы начнем эту главу с обсуждения двух общих методов, которые позволяют получить информацию о структуре собственных значений энергии сложных квантовых систем. В одном из них с помощью теории представлений групп используются симметрии системы. В другом предполагается, что данная система получается „малым возмущением“ из некоторой более простой системы, собственные значения которой известны, и используются разложения в степенной ряд по параметру возмущения. Оба метода часто используются совместно. При изучении атома, например, его можно аппроксимировать системой, в которой электроны не взаимодействуют и двигаются в общем сферически симметричном поле. Эта система очень богата симметриями, и ее можно детально изучить с помощью теории представлений. Затем можно исследовать реальную систему, аппроксимируя ее степенным разложением согласно теории возмущений.

3.2 Основные понятия теории представлений групп

Пусть G — локально компактная группа, т. е. группа с заданной на ней топологией, относительно которой она локально компактна и групповые операции непрерывны. *Непрерывным унитарным представлением* L группы G называется по определению отображение $x \to L_x$ группы G во множество унитарных операторов в некотором фиксированном гильбертовом пространстве $\mathcal{H}(L)$, такое, что

(1) $L_{xy} = L_x L_y$ для всех x и y из G;