

Интегралы, содержащие $\operatorname{tg} x$

$$480.1. \quad \int \operatorname{tg} x \, dx = -\ln |\cos x| = \ln |\sec x|. \quad [\text{См. 452.11 и 603.4.}]$$

$$480.2. \quad \int \operatorname{tg}^2 x \, dx = \operatorname{tg} x - x. \quad [\text{См. 452.22.}]$$

$$480.3. \quad \int \operatorname{tg}^3 x \, dx = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln |\cos x|. \quad [\text{См. 452.33.}]$$

$$480.4. \quad \int \operatorname{tg}^4 x \, dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x.$$

$$480.9. \quad \int \operatorname{tg}^n x \, dx = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{tg}^{n-2} x \, dx \quad [n \neq 1; \text{ см. 452.8}.]$$

$$481.1. \quad \int x \operatorname{tg} x \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{15} + \frac{2}{105} x^7 + \frac{17}{2835} x^9 + \\ + \frac{62}{11 \cdot 2835} x^{11} + \dots + \frac{2^{2n} (2^{2n} - 1) B_n}{(2n+1)!} x^{2n+1} + \dots \\ \left[x^2 < \frac{\pi^2}{4}; \text{ см. 415.03 и 45} \right].$$

$$481.2. \quad \int \frac{\operatorname{tg} x \, dx}{x} = x + \frac{x^3}{9} + \frac{2}{75} x^5 + \frac{17}{2205} x^7 + \\ + \frac{62}{9 \cdot 2835} x^9 + \dots + \frac{2^{2n} (2^{2n} - 1) B_n}{(2n-1)(2n)!} x^{2n-1} + \dots \\ \left[x^2 < \frac{\pi^2}{4}; \text{ см. 415.03 и 45} \right].$$

$$482.1. \quad \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \pm 1} = \pm \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln |\sin x \pm \cos x|. \\ [\text{См. 455.05 и 455.06.}]$$

$$482.2. \quad \int \frac{\operatorname{tg} x \, dx}{\operatorname{tg} x \pm 1} = \int \frac{dx}{1 \pm \operatorname{ctg} x} = \frac{x}{2} \mp \frac{1}{2} \ln |\sin x \pm \cos x|.$$

[См. 455.03, 455.04 и 492.1.]

$$483. \quad \int \frac{dx}{a + b \operatorname{tg} x} = \int \frac{\cos x \, dx}{a \cos x + b \sin x} = \\ = \frac{1}{a^2 + b^2} (ax + b \ln |a \cos x + b \sin x|).$$

Интегралы, содержащие $\operatorname{ctg} x$

$$490.1. \quad \int \operatorname{ctg} x \, dx = \ln |\sin x|. \quad [\text{См. 453.11 и 603.1.}]$$

$$490.2. \quad \int \operatorname{ctg}^2 x \, dx = -\operatorname{ctg} x - x. \quad [\text{См. 453.22.}]$$

$$490.3. \quad \int \operatorname{ctg}^3 x \, dx = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x - \ln |\sin x|. \quad [\text{См. 453.33.}]$$

$$490.4. \quad \int \operatorname{ctg}^4 x \, dx = -\frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg} x + x.$$

$$490.9. \quad \int \operatorname{ctg}^n x \, dx = -\frac{\operatorname{ctg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{ctg}^{n-2} x \, dx \quad [n \neq 1; \text{ см. 453.8}.]$$

$$491.1. \quad \int x \operatorname{ctg} x \, dx = x \frac{x^8}{9} - \frac{x^5}{225} - \frac{2x^7}{6615} - \\ - \frac{x^9}{9 \cdot 4725} - \dots - \frac{2^{2n} B_n}{(2n+1)!} x^{2n+1} - \dots \quad [\text{См. 415.04 и 45.}]$$

$$491.2. \quad \int \frac{\operatorname{ctg} x \, dx}{x} = -\frac{1}{x} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{135} - \frac{2x^5}{4725} - \\ - \frac{x^7}{7 \cdot 4725} - \dots - \frac{2^{2n} B_n}{(2n-1)(2n)!} x^{2n-1} - \dots \quad [\text{См. 415.04 и 45.}]$$

$$492.1. \quad \int \frac{dx}{1 \pm \operatorname{ctg} x} = \int \frac{\operatorname{tg} x \, dx}{\operatorname{tg} x \pm 1}. \quad [\text{См. 482.2.}]$$

$$492.2. \quad \int \frac{\operatorname{ctg} x \, dx}{1 \pm \operatorname{ctg} x} = \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \pm 1}. \quad [\text{См. 482.1.}]$$

$$493. \quad \int \frac{dx}{a + b \operatorname{ctg} x} = \int \frac{\sin x \, dx}{a \sin x + b \cos x} = \\ = \frac{1}{a^2 + b^2} (ax - b \ln |a \sin x + b \cos x|).$$