V.

ИНТЕГРАЛЫ ВЕРОЯТНОСТИ

585. Интеграл вероятности $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-x}^{x} e^{-t^2/2}\,dt = \operatorname{erf}\frac{x}{\sqrt{2}} =$

[см. **590**]

$$= x\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\left[1 - \frac{x^2}{2\cdot 1!\,3} + \frac{x^4}{2^2\cdot 2!\,5} - \frac{x^6}{2^3\cdot 3!\,7} + \ldots\right] \qquad [x^2 < \infty].$$

586. Для больших значений x можно пользоваться следующим асимптотическим рядом:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-x}^{x} e^{-t^2/2}\,dt \approx$$

$$\approx 1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\frac{e^{-x^2/2}}{x}\left[1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1\cdot 3}{x^4} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{x^6} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{x^3} - \ldots\right].$$

Ошибка окажется меньше последнего взятого члена.

590. Иногда интегралом вероятности называют функцию

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{0}^{x} e^{-t^2}\,dt =$$

$$= \frac{2x}{\sqrt{\pi}}\left[1 - \frac{x^2}{1!\,3} + \frac{x^4}{2!\,5} - \frac{x^6}{3!\,7} + \ldots\right] \qquad [x^2 < \infty].$$

591. $\operatorname{erf} x \approx 1 - \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{\pi}}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1\cdot 3}{2^2 x^4} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2^3 x^6} + \ldots\right].$

592. Другой вид того же ряда:

$$\operatorname{erf} x \approx 1 - \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{\pi}}\left[1 - \frac{2!}{1!\,(2x)^2} + \frac{4!}{2!\,(2x)^4} - \frac{6!}{3!\,(2x)^6} + \ldots\right].$$

Ошибка оказывается меньше последнего взятого члена.

Таблицы значений интеграла вероятности см. [19б].