

Интегралы, содержащие  $s = (x^2 - a^2)^{1/2}$

Здесь всюду  $s > 0$ .

$$627. \quad \int \ln(x+s) dx = x \ln(x+s) - s. \quad [\text{См. 732.}]$$

$$627.1. \quad \int x \ln(x+s) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{a^2}{4}\right) \ln(x+s) - \frac{xs}{4}. \quad [\text{См. 732.1.}]$$

$$627.2. \quad \int x^2 \ln(x+s) dx = \frac{x^3}{3} \ln(x+s) - \frac{s^3}{9} - \frac{a^2 s}{3}. \quad [\text{См. 732.2.}]$$

$$627.3. \quad \int x^3 \ln(x+s) dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3a^2 x^2}{32}\right) \ln(x+s) - \frac{x^3 s}{16} - \frac{3}{32} a^2 x s. \quad [\text{См. 732.3.}]$$

$$627.4. \quad \int x^4 \ln(x+s) dx = \frac{x^5}{5} \ln(x+s) - \frac{s^5}{25} - \frac{2}{15} a^2 s^3 - \frac{a^4 s}{5}. \quad [\text{См. 732.4.}]$$

$$627.9. \quad \int x^p \ln(x+s) dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} \ln(x+s) - \frac{1}{p+1} \int \frac{x^{p+1} dx}{s} \quad [p \neq -1]. \quad [\text{См. 261.01—267.01 и 732.9.}]$$

$$628.1. \quad \int \frac{1}{x} \ln\left(\frac{x}{a} + \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1}\right) dx = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{2x}{a}\right)^2 + \frac{1}{2^3} \frac{a^2}{x^2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4^3} \frac{a^4}{x^4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6^3} \frac{a^6}{x^6} + \dots \quad [x/a > 1]. \quad [\text{См. 733.1.}]$$

$$628.2. \quad \int \frac{\ln(x+s)}{x^2} dx = -\frac{\ln(x+s)}{x} + \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \left| \frac{x}{a} \right| \quad [0 < \operatorname{arcsec} |x/a| < \pi/2]. \quad [\text{См. 733.2.}]$$

$$628.3. \quad \int \frac{\ln(x+s)}{x^3} dx = -\frac{\ln(x+s)}{2x^2} + \frac{s}{2a^2 x}. \quad [\text{См. 733.3.}]$$

$$628.9. \quad \int \frac{\ln(x+s)}{x^p} dx = -\frac{\ln(x+s)}{(p-1)x^{p-1}} + \frac{1}{p-1} \int \frac{dx}{x^{p-1} s} \quad [p \neq 1]. \quad [\text{См. 281.01—284.01 и 733.9.}]$$

$$630.1. \quad \int \ln \sin x dx = x \ln x - x - \frac{x^3}{18} - \frac{x^5}{900} - \frac{x^7}{19845} - \dots - \frac{2^{2n-1} B_n x^{2n+1}}{n(2n+1)!} - \dots \quad [0 < x < \pi]. \quad [\text{См. 45.}] \quad [\text{Интегрируя 603.1.}]$$

$$= -x \ln 2 - \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{2 \cdot 2^2} - \frac{\sin 6x}{2 \cdot 3^2} - \dots \quad [0 < x < \pi]. \quad [\text{Интегрируя 603.2.}]$$

$$630.2. \quad \int \ln \cos x \, dx = -\frac{x^3}{6} - \frac{x^5}{60} - \frac{x^7}{315} - \frac{17x^9}{22680} - \dots -$$

$$-\frac{2^{2n-1}(2^{2n}-1)B_n}{n(2n+1)!} x^{2n+1} - \dots \quad [x^2 < \pi^2/4]. \quad [\text{См. 45.}]$$

[Интегрируя 603.3.]

$$= -x \ln 2 + \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{2 \cdot 2^2} + \frac{\sin 6x}{2 \cdot 3^2} - \dots$$

[ $x^2 < \pi^2/4$ ]. [Интегрируя 603.4.]

$$630.3. \quad \int \ln \operatorname{tg} x \, dx = x \ln x - x + \frac{x^3}{9} + \frac{7x^5}{450} +$$

$$+ \frac{62x^7}{19845} + \dots + \frac{2^{2n}(2^{2n-1}-1)B_n}{n(2n+1)!} x^{2n+1} + \dots$$

[ $0 < x < \pi/2$ ]. [См. 45.] [Интегрируя 603.6.]

$$631.1. \quad \int \sin \ln x \, dx = \frac{1}{2} x \sin \ln x - \frac{1}{2} x \cos \ln x.$$

$$631.2. \quad \int \cos \ln x \, dx = \frac{1}{2} x \sin \ln x + \frac{1}{2} x \cos \ln x.$$

$$632. \quad \int e^{ax} \ln x \, dx = \frac{1}{a} e^{ax} \ln x - \frac{1}{a} \int \frac{e^{ax}}{x} \, dx. \quad [\text{См. 568.1.}]$$