Интегралы, содержащие $\operatorname{ch} x$

677.10. $\int \operatorname{ch} x\, dx = \operatorname{sh} x.$

677.101. $\int \operatorname{ch} \frac{x}{a}\, dx = a \operatorname{sh} \frac{x}{a}\,.$

677.11. $\int x \operatorname{ch} x\, dx = x \operatorname{sh} x - \operatorname{ch} x.$

677.12. $\int x^2 \operatorname{ch} x\, dx = (x^2 + 2) \operatorname{sh} x - 2x \operatorname{ch} x.$

677.13. $\int x^3 \operatorname{ch} x\, dx = (x^3 + 6x) \operatorname{sh} x - (3x^2 + 6) \operatorname{ch} x.$

677.19. $\int x^p \operatorname{ch} x\, dx = x^p \operatorname{sh} x - p \int x^{p-1} \operatorname{sh} x\, dx.$ [См. **671.1.**]

677.20. $\int \operatorname{ch}^2 x\, dx = \frac{\operatorname{sh} 2x}{4} + \frac{x}{2}\,.$

677.21. $\int x \operatorname{ch}^2 x\, dx = \frac{x \operatorname{sh} 2x}{4} - \frac{\operatorname{ch} 2x}{8} + \frac{x^2}{4}$.

677.30. $\int \operatorname{ch}^3 x\, dx = \frac{\operatorname{sh}^3 x}{3} + \operatorname{sh} x$.

677.40. $\int \operatorname{ch}^4 x\, dx = \frac{\operatorname{sh} 4x}{32} + \frac{\operatorname{sh} 2x}{4} + \frac{3x}{8}$.

677.90. $\int \operatorname{ch}^p x\, dx = \frac{1}{p} \operatorname{sh} x \operatorname{ch}^{p-1} x + \frac{p-1}{p} \int \operatorname{ch}^{p-2} x\, dx$.

678.11. $\int \frac{\operatorname{ch} x}{x}\, dx = \ln|x| + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^4}{4 \cdot 4!} + \frac{x^6}{6 \cdot 6!} + \ldots$

678.12. $\int \frac{\operatorname{ch} x}{x^2}\, dx = -\frac{\operatorname{ch} x}{x} + \int \frac{\operatorname{sh} x}{x}\, dx$. [См. **672.11.**]

678.21. $\int \frac{\operatorname{ch}^2 x\, dx}{x} = \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{1}{2} \int \frac{\operatorname{ch} 2x}{2x}\, d(2x)$. [См. **678.11.**]

679.10. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch} x} = \int \operatorname{sech} x\, dx = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) = 2 \operatorname{arctg} e^x + \text{const}$.

679.11. $\int \frac{x\, dx}{\operatorname{ch} x} = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4 \cdot 2!} + \frac{5x^6}{6 \cdot 4!} - \frac{61x^8}{8 \cdot 6!} + \frac{1385x^{10}}{10 \cdot 8!} - \ldots$

$\ldots + \frac{(-1)^n E_n}{(2n+2)(2n)!} x^{2n+2} + \ldots$ $\left[x^2 < \frac{\pi^2}{4}\right.$. См. **45**$]$.

679.19. $\int \frac{x^p dx}{\operatorname{ch} x}$. Разложить $\frac{1}{\operatorname{ch} x}$ согласно **657.5**, умножить на x^p и интегрировать $[p \neq 0]$.

679.20. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \int \operatorname{sech}^2 x dx = \operatorname{th} x$.

679.21. $\int \frac{x\, dx}{\operatorname{ch}^2 x} = x \operatorname{th} x - \ln \operatorname{ch} x$.

679.30. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^3 x} = \frac{\operatorname{sh} x}{2 \operatorname{ch}^2 x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x)$.

679.40. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^4 x} = \operatorname{th} x - \frac{\operatorname{th}^3 x}{3}$.

679.90. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^p x} = \frac{\operatorname{sh} x}{(p-1) \operatorname{ch}^{p-1} x} + \frac{p-2}{p-1} \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^{p-2} x}$ $[p > 1]$.

681. $\int \operatorname{ch} mx \operatorname{ch} nx\, dx = \frac{\operatorname{sh}(m+n)x}{2(m+n)} + \frac{\operatorname{sh}(m-n)x}{2(m-n)}$

$[m^2 \neq n^2$; при $m^2 = n^2$ см. **677.20.**$]$

682.01. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch} x + 1} = \operatorname{th} \frac{x}{2}$.

682.02. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch} x-1} = -\operatorname{cth} \frac{x}{2}$.

682.03. $\int \frac{x\,dx}{\operatorname{ch} x+1} = x \operatorname{th} \frac{x}{2} - 2 \ln \operatorname{ch} \frac{x}{2}$.

682.04. $\int \frac{x\,dx}{\operatorname{ch} x-1} = -x \operatorname{cth} \frac{x}{2} + 2 \ln \left| \operatorname{sh} \frac{x}{2} \right|$.

682.05. $\int \frac{\operatorname{ch} x\,dx}{\operatorname{ch} x+1} = x - \operatorname{th} \frac{x}{2}$.

682.06. $\int \frac{\operatorname{ch} x\,dx}{\operatorname{ch} x-1} = x - \operatorname{cth} \frac{x}{2}$.

682.07. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch} x\,(\operatorname{ch} x+1)} = \operatorname{arctg} (\operatorname{sh} x) - \operatorname{th} \frac{x}{2}$.

682.08. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch} x\,(\operatorname{ch} x-1)} = -\operatorname{arctg} (\operatorname{sh} x) - \operatorname{cth} \frac{x}{2}$.

682.09. $\int \frac{dx}{(\operatorname{ch} x+1)^2} = \frac{1}{2} \operatorname{th} \frac{x}{2} - \frac{1}{6} \operatorname{th}^3 \frac{x}{2}$.

682.10. $\int \frac{dx}{(\operatorname{ch} x-1)^2} = \frac{1}{2} \operatorname{cth} \frac{x}{2} - \frac{1}{6} \operatorname{cth}^3 \frac{x}{2}$.

682.11. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x+1} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{Arch} \left(\frac{3\operatorname{ch}^2 x-1}{\operatorname{ch}^2 x+1} \right)$,

для $x>0$ берется положительное значение Arch, а для $x<0$—отрицательное.

682.12. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x-1} = \int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x.$ [См. **673.20.**]