

СФЕРИЧЕСКИЕ МНОГОЧЛЕНЫ (МНОГОЧЛЕНЫ ЛЕЖАНДРА)

840.

$$P_0(\mu) = 1.$$

$$P_1(\mu) = \mu.$$

$$P_2(\mu) = \frac{1}{2} (3\mu^2 - 1).$$

$$P_3(\mu) = \frac{1}{2} (5\mu^3 - 3\mu).$$

$$P_4(\mu) = \frac{1}{2 \cdot 4} (5 \cdot 7\mu^4 - 2 \cdot 3 \cdot 5\mu^2 + 1 \cdot 3).$$

$$P_5(\mu) = \frac{1}{2 \cdot 4} (7 \cdot 9\mu^5 - 2 \cdot 5 \cdot 7\mu^3 + 3 \cdot 5\mu).$$

$$P_6(\mu) = \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 6} (7 \cdot 9 \cdot 11\mu^6 - 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9\mu^4 + \\ + 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7\mu^2 - 1 \cdot 3 \cdot 5).$$

$$P_7(\mu) = \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 6} (9 \cdot 11 \cdot 13\mu^7 - 3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11\mu^5 + \\ + 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9\mu^3 - 3 \cdot 5 \cdot 7\mu).$$

.....

Коэффициенты в скобках составлены из биномиальных коэффициентов, а затем других множителей.

841.

$$P_m(\mu) = \frac{(2m-1)(2m-3)\dots 1}{m!} \left[\mu^m - \frac{m(m-1)}{2(2m-1)} \mu^{m-2} + \right. \\ \left. + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{2 \cdot 4(2m-1)(2m-3)} \mu^{m-4} - \dots \right].$$

При нечетном m ряд кончается членом, содержащим μ , а при четном m — членом, не зависящим от μ .

842.

$$(m+1)P_{m+1}(\mu) = (2m+1)\mu P_m(\mu) - mP_{m-1}(\mu).$$

843.

$$(\mu^2 - 1)P'_m(\mu) = m\mu P_m(\mu) - mP_{m-1}(\mu).$$

844.

Для больших значений m

$$P_m(\cos \theta) \approx \left(\frac{2}{m\pi \sin \theta} \right)^{1/2} \sin \left\{ \left(m + \frac{1}{2} \right) \theta + \frac{\pi}{4} \right\}.$$

$$844.1. \quad P_m(x) = \frac{1}{2^m m!} \frac{d^m}{dx^m} (x^2 - 1)^m.$$

$$844.2. \quad P_m(1) = 1.$$

$$844.3. \quad P_{2m}(-x) = P_{2m}(x).$$

$$844.4. \quad P_{2m+1}(-x) = -P_{2m+1}(x).$$

$$845. \quad \text{Первые производные } P'_m(\mu) = \frac{d}{d\mu} P_m(\mu).$$

$$P'_0(\mu) = 0.$$

$$P'_1(\mu) = 1.$$

$$P'_2(\mu) = 3\mu.$$

$$P'_3(\mu) = \frac{1}{2} (3 \cdot 5\mu^2 - 1 \cdot 3).$$

$$P'_4(\mu) = \frac{1}{2} (5 \cdot 7\mu^3 - 3 \cdot 5\mu).$$

$$P'_5(\mu) = \frac{1}{2 \cdot 4} (5 \cdot 7 \cdot 9\mu^4 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7\mu^2 + 1 \cdot 3 \cdot 5).$$

$$P'_6(\mu) = \frac{1}{2 \cdot 4} (7 \cdot 9 \cdot 11\mu^5 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9\mu^3 + 3 \cdot 5 \cdot 7\mu).$$

$$P'_7(\mu) = \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 6} (7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13\mu^6 - 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11\mu^4 +$$

$$+ 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9\mu^2 - 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7).$$

Коэффициенты в скобках составлены из биномиальных коэффициентов, а затем других множителей.

Таблицу значений многочленов Лежандра см. [16].