Алгебраические функции — Производные

60. $\frac{d(au)}{dx}=a\frac{du}{dx}$, где a — постоянная.

61. $\frac{d(u+v)}{dx}=\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}$.

62. $\frac{d(uv)}{dx}=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$.

63. $\frac{d(uvw)}{dx}=uv\frac{dw}{dx}+vw\frac{du}{dx}+wu\frac{dv}{dx}$.

64. $\frac{d(x^n)}{dx}=nx^{n-1}$.

64. 1. $\frac{d\sqrt{x}}{dx}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

64.2. $\frac{d(1/x)}{dx}=-\frac{1}{x^2}$.

64. 3. $\frac{d(x^{-n})}{dx}=-nx^{-(n+1)}$.

65. $$\frac{d(u/v)}{dx}=\frac{1}{v}\frac{du}{dx}-\frac{u}{v^2}\frac{dv}{dx}=\frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^2}.$$

66. $\frac{df(u)}{dx}=\frac{df(u)}{du}\cdot\frac{du}{dx}$.

67. $\frac{d^2f(u)}{dx^2}=\frac{df(u)}{du}\cdot\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2f(u)}{du^2}\cdot\left(\frac{du}{dx}\right)^2$.

68. $$\frac{d^n(uv)}{dx^n}=v\frac{d^nu}{dx^n}+n\frac{dv}{dx}\frac{d^{n-1}u}{dx^{n-1}}+\frac{n(n-1)}{2!}\frac{d^2v}{dx^2}\frac{d^{n-2}u}{dx^{n-2}}+\ldots+\frac{n!}{(n-k)!\,k!}\frac{d^kv}{dx^k}\frac{d^{n-k}u}{dx^{n-k}}+\ldots+\frac{ud^nv}{dx^n}.$$

69. 1. $\frac{d}{dq}\int\limits_p^q f(x)\,dx=f(q)$ (p — постоянно).

69. 2. $\frac{d}{dp}\int\limits_p^q f(x)\,dx=-f(p)$ (q — постоянно).

69. 3. $$\frac{d}{dc}\int\limits_p^q f(x,\ c)\,dx=\int\limits_p^q \frac{\partial}{\partial c}f(x,\ c)\,dx+f(q,\ c)\frac{dq}{dc}-f(p,\ c)\frac{dp}{dc}.$$

72. Если $\varphi(a)=0$ и $\psi(a)=0$, или если $\varphi(a)=\infty$ и $\psi(a)=\infty$, то

$$\lim_{x\to a}\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}=\frac{\varphi'(a)}{\psi'(a)}.$$

Если также $\varphi'(a)=0$ и $\psi'(a)=0$, или если $\varphi'(a)=\infty$ и $\psi'(a)=\infty$, то

$$\lim_{x\to a}\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}=\frac{\varphi''(a)}{\psi''(a)}$$ и т. д. *).

*) Более точную формулировку см., например, [1]. (*Прим. ред.*)

72. 1. Если функция имеет вид $0 \cdot \infty$ или $\infty - \infty$, то ее нужно алгебраическим или каким-либо другим преобразованием привести к виду $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$.

72. 2. Если функция имеет вид 0^0, ∞^0 или 1^∞, то ее надо сначала логарифмированием привести к виду $0 \cdot \infty$, а затем к виду $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$.

79. Общая формула интегрирования по частям

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du,$$

или

$$\int u\,dv = uv - \int v \frac{du}{dv}\,dv.$$