

Интегралы, содержащие $r = (x^2 + a^2)^{1/2}$

$$200.01. \quad \int \frac{dx}{r} = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln |x + r|.$$

Заметим, что

$$\ln \left| \frac{x+r}{a} \right| = \operatorname{Arsh} \frac{x}{a} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{r+x}{r-x} \right|.$$

Надо брать положительные значения r и a .

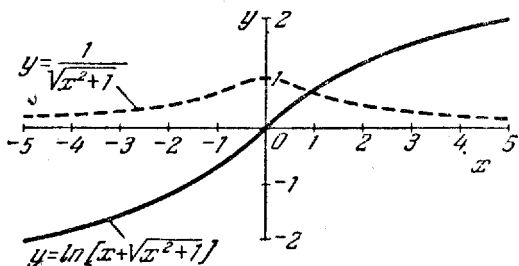


Рис. 200.01. Графики функций $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ (пунктирная линия) и $y = \ln|x + \sqrt{x^2+1}|$ (сплошная линия).

$$200.03. \quad \int \frac{dx}{r^3} = \frac{1}{a^2} \frac{x}{r}.$$

$$200.05. \quad \int \frac{dx}{r^5} = \frac{1}{a^4} \left[\frac{x}{r} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{r^3} \right].$$

$$200.07. \quad \int \frac{dx}{r^7} = \frac{1}{a^6} \left[\frac{x}{r} - \frac{2}{3} \frac{x^3}{r^3} + \frac{1}{5} \frac{x^5}{r^5} \right].$$

$$200.09. \quad \int \frac{dx}{r^9} = \frac{1}{a^8} \left[\frac{x}{r} - \frac{3}{3} \frac{x^3}{r^3} + \frac{3}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{1}{7} \frac{x^7}{r^7} \right].$$

$$200.11. \quad \int \frac{dx}{r^{11}} = \frac{1}{a^{10}} \left[\frac{x}{r} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{r^3} + \frac{6}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{4}{7} \frac{x^7}{r^7} + \frac{1}{9} \frac{x^9}{r^9} \right].$$

$$200.13. \quad \int \frac{dx}{r^{13}} = \frac{1}{a^{12}} \left[\frac{x}{r} - \frac{5}{3} \frac{x^3}{r^3} + \frac{10}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{10}{7} \frac{x^7}{r^7} + \frac{5}{9} \frac{x^9}{r^9} - \frac{1}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} \right].$$

$$200.15. \quad \int \frac{dx}{r^{15}} = \frac{1}{a^{14}} \left[\frac{x}{r} - \frac{6}{3} \frac{x^3}{r^3} + \frac{15}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{20}{7} \frac{x^7}{r^7} + \frac{15}{9} \frac{x^9}{r^9} - \frac{6}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} + \frac{1}{13} \frac{x^{13}}{r^{13}} \right].$$

Интегралы 200.03—200.15 находят посредством подстановки:

$$z^2 = \frac{x^2}{x^2 + a^2}; \quad \text{тогда} \quad dx = \frac{a dz}{(1-z^2)^{3/2}}.$$

- 201.01. $\int \frac{x dx}{r} = r.$ 201.03. $\int \frac{x dx}{r^3} = -\frac{1}{r}.$
- 201.05. $\int \frac{x dx}{r^5} = -\frac{1}{3r^3}.$ 201.07. $\int \frac{x dx}{r^7} = -\frac{1}{5r^5}.$
- 201.9. $\int \frac{x dx}{r^{2p+1}} = -\frac{1}{(2p-1)r^{2p-1}}.$
- 202.01. $\int \frac{x^2 dx}{r} = \frac{xr}{2} - \frac{a^2}{2} \ln|x+r|.$ (См. замечание в 200.01.)
- 202.03. $\int \frac{x^2 dx}{r^3} = -\frac{x}{r} + \ln|x+r|.$
- 202.05. $\int \frac{x^2 dx}{r^5} = \frac{1}{3a^2} \frac{x^3}{r^3}.$
- 202.07. $\int \frac{x^2 dx}{r^7} = \frac{1}{a^4} \left[\frac{1}{3} \frac{x^3}{r^3} - \frac{1}{5} \frac{x^5}{r^5} \right].$
- 202.09. $\int \frac{x^2 dx}{r^9} = \frac{1}{a^6} \left[\frac{1}{3} \frac{x^3}{r^3} - \frac{2}{5} \frac{x^5}{r^5} + \frac{1}{7} \frac{x^7}{r^7} \right].$
- 202.11. $\int \frac{x^2 dx}{r^{11}} = \frac{1}{a^8} \left[\frac{1}{3} \frac{x^3}{r^3} - \frac{3}{5} \frac{x^5}{r^5} + \frac{3}{7} \frac{x^7}{r^7} - \frac{1}{9} \frac{x^9}{r^9} \right].$
- 202.13. $\int \frac{x^2 dx}{r^{13}} = \frac{1}{a^{10}} \left[\frac{1}{3} \frac{x^3}{r^3} - \frac{4}{5} \frac{x^5}{r^5} + \frac{6}{7} \frac{x^7}{r^7} - \frac{4}{9} \frac{x^9}{r^9} + \frac{1}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} \right].$
- 202.15. $\int \frac{x^2 dx}{r^{15}} = \frac{1}{a^{12}} \left[\frac{1}{3} \frac{x^3}{r^3} - \frac{5}{5} \frac{x^5}{r^5} + \frac{10}{7} \frac{x^7}{r^7} - \frac{10}{9} \frac{x^9}{r^9} + \right.$
 $\left. + \frac{5}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} - \frac{1}{13} \frac{x^{13}}{r^{13}} \right].$
- 203.01. $\int \frac{x^3 dx}{r} = \frac{r^3}{3} - a^2 r.$
- 203.03. $\int \frac{x^3 dx}{r^3} = r + \frac{a^2}{r}.$
- 203.05. $\int \frac{x^3 dx}{r^5} = -\frac{1}{r} + \frac{a^2}{3r^3}.$
- 203.07. $\int \frac{x^3 dx}{r^7} = -\frac{1}{3r^3} + \frac{a^2}{5r^5}.$
- 203.9. $\int \frac{x^3 dx}{r^{2p+1}} = -\frac{1}{(2p-3)r^{2p-3}} + \frac{a^2}{(2p-1)r^{2p-1}}.$
- 204.01. $\int \frac{x^4 dx}{r} = \frac{x^3 r}{4} - \frac{3}{8} a^2 x r + \frac{3}{8} a^4 \ln|x+r|.$
 (См. замечание в 200.01.)

$$204.03. \quad \int \frac{x^4 dx}{r^3} = \frac{xr}{2} + \frac{a^2 x}{r} - \frac{3}{2} a^2 \ln |x+r|.$$

$$204.05. \quad \int \frac{x^4 dx}{r^5} = -\frac{x}{r} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{r^3} + \ln |x+r|.$$

$$204.07. \quad \int \frac{x^4 dx}{r^7} = \frac{1}{5a^2} \frac{x^5}{r^5}.$$

$$204.09. \quad \int \frac{x^4 dx}{r^9} = \frac{1}{a^4} \left[\frac{1}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{1}{7} \frac{x^7}{r^7} \right].$$

$$204.11. \quad \int \frac{x^4 dx}{r^{11}} = \frac{1}{a^6} \left[\frac{1}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{2}{7} \frac{x^7}{r^7} + \frac{1}{9} \frac{x^9}{r^9} \right].$$

$$204.13. \quad \int \frac{x^4 dx}{r^{13}} = \frac{1}{a^8} \left[\frac{1}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{3}{7} \frac{x^7}{r^7} + \frac{3}{9} \frac{x^9}{r^9} - \frac{1}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} \right].$$

$$204.15. \quad \int \frac{x^4 dx}{r^{15}} = \frac{1}{a^{10}} \left[\frac{1}{5} \frac{x^5}{r^5} - \frac{4}{7} \frac{x^7}{r^7} + \frac{6}{9} \frac{x^9}{r^9} - \frac{4}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} + \frac{1}{13} \frac{x^{13}}{r^{13}} \right].$$

$$205.01. \quad \int \frac{x^5 dx}{r} = \frac{r^5}{5} - \frac{2}{3} a^2 r^3 + a^4 r.$$

$$205.03. \quad \int \frac{x^5 dx}{r^3} = \frac{r^3}{3} - 2a^2 r - \frac{a^4}{r}.$$

$$205.05. \quad \int \frac{x^5 dx}{r^5} = r + \frac{2a^2}{r} - \frac{a^4}{3r^3}.$$

$$205.07. \quad \int \frac{x^5 dx}{r^7} = -\frac{1}{r} + \frac{2a^2}{3r^3} - \frac{a^4}{5r^5}.$$

$$205.9. \quad \int \frac{x^5 dx}{r^{2p+1}} = -\frac{1}{(2p-5)r^{2p-5}} + \frac{2a^2}{(2p-3)r^{2p-3}} - \frac{a^4}{(2p-1)r^{2p-1}}.$$

$$206.01. \quad \int \frac{x^6 dx}{r} = \frac{x^5 r}{6} - \frac{5}{24} a^2 x^3 r + \frac{5}{16} a^4 x r - \frac{5}{16} a^6 \ln |x+r|.$$

(См. замечание в 200.01.)

$$206.03. \quad \int \frac{x^6 dx}{r^3} = \frac{x^5}{4r} - \frac{5}{8} \frac{a^2 x^3}{r} - \frac{15}{8} \frac{a^4 x}{r} + \frac{15}{8} a^4 \ln |x+r|.$$

$$206.05. \quad \int \frac{x^6 dx}{r^5} = \frac{x^5}{2r^3} + \frac{10}{3} \frac{a^2 x^3}{r^3} + \frac{5}{2} \frac{a^4 x}{r^3} - \frac{5}{2} a^2 \ln |x+r|.$$

$$206.07. \quad \int \frac{x^6 dx}{r^7} = -\frac{23}{15} \frac{x^5}{r^5} - \frac{7}{3} \frac{a^2 x^3}{r^5} - \frac{a^4 x}{r^5} + \ln |x+r|.$$

$$206.09. \quad \int \frac{x^6 dx}{r^9} = \frac{1}{7a^2} \frac{x^7}{r^7}.$$

$$206.11. \quad \int \frac{x^8 dx}{r^{11}} = \frac{1}{a^4} \left[\frac{1}{7} \frac{x^7}{r^7} - \frac{1}{9} \frac{x^9}{r^9} \right].$$

$$206.13. \quad \int \frac{x^6 dx}{r^{13}} = \frac{1}{a^6} \left[\frac{1}{7} \frac{x^7}{r^7} - \frac{2}{9} \frac{x^9}{r^9} + \frac{1}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} \right].$$

$$206.15. \quad \int \frac{x^5 dx}{r^{15}} = \frac{1}{a^8} \left[\frac{1}{7} \frac{x^7}{r^7} - \frac{3}{9} \frac{x^9}{r^9} + \frac{3}{11} \frac{x^{11}}{r^{11}} - \frac{1}{13} \frac{x^{13}}{r^{13}} \right].$$

$$207.01. \quad \int \frac{x^7 dx}{r} = \frac{1}{7} r^7 - \frac{3}{5} a^2 r^5 + \frac{3}{3} a^4 r^3 - a^6 r.$$

$$207.03. \quad \int \frac{x^7 dx}{r^3} = \frac{1}{5} r^5 - \frac{3}{3} a^2 r^3 + 3a^4 r + \frac{a^6}{r}.$$

$$207.05. \quad \int \frac{x^7 dx}{r^5} = \frac{1}{3} r^3 - 3a^2 r - \frac{3a^4}{r} + \frac{a^6}{3r^3}.$$

$$207.07. \quad \int \frac{x^7 dx}{r^7} = r + \frac{3a^2}{r} - \frac{3a^4}{3r^3} + \frac{a^6}{5r^5}.$$

$$207.9. \quad \int \frac{x^7 dx}{r^{2p+1}} = -\frac{1}{(2p-7)r^{2p-7}} + \frac{3a^2}{(2p-5)r^{2p-5}} - \\ - \frac{3a^4}{(2p-3)r^{2p-3}} + \frac{a^6}{(2p-1)r^{2p-1}}.$$

$$221.01. \quad \int \frac{dx}{xr} = \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + a^2}} = -\frac{1}{a} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|. \quad (\text{См. рисунок на стр. 50}).$$

Заметим, что

$$-\frac{1}{a} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right| = -\frac{1}{a} \operatorname{Arcsch} \left| \frac{x}{a} \right| = -\frac{1}{a} \operatorname{Arsh} \left| \frac{a}{x} \right| = \\ = -\frac{1}{2a} \ln \left(\frac{r+a}{r-a} \right).$$

Надо брать положительные значения a и r .

$$221.03. \quad \int \frac{dx}{xr^3} = \frac{1}{a^2 r} - \frac{1}{a^3} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$221.05. \quad \int \frac{dx}{xr^5} = \frac{1}{3a^2 r^3} + \frac{1}{a^4 r} - \frac{1}{a^5} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$221.07. \quad \int \frac{dx}{xr^7} = \frac{1}{5a^2 r^5} + \frac{1}{3a^4 r^3} + \frac{1}{a^6 r} - \frac{1}{a^7} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$221.09. \quad \int \frac{dx}{xr^9} = \frac{1}{7a^2 r^7} + \frac{1}{5a^4 r^5} + \frac{1}{3a^6 r^3} + \frac{1}{a^8 r} - \frac{1}{a^9} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$222.01. \quad \int \frac{dx}{x^2 r} = -\frac{r}{a^2 x}.$$

$$222.03. \quad \int \frac{dx}{x^2 r^3} = -\frac{1}{a^4} \left(\frac{r}{x} + \frac{x}{r} \right).$$

$$222.05. \int \frac{dx}{x^2 r^5} = -\frac{1}{a^5} \left(\frac{r}{x} + \frac{2x}{r} - \frac{x^3}{3r^3} \right).$$

$$222.07. \int \frac{dx}{x^2 r^7} = -\frac{1}{a^7} \left(\frac{r}{x} + \frac{3x}{r} - \frac{3x^3}{3r^3} + \frac{x^5}{5r^5} \right).$$

$$222.09. \int \frac{dx}{x^2 r^9} = -\frac{1}{a^9} \left(\frac{r}{x} + \frac{4x}{r} - \frac{6x^3}{3r^3} + \frac{4x^5}{5r^5} - \frac{x^7}{7r^7} \right).$$

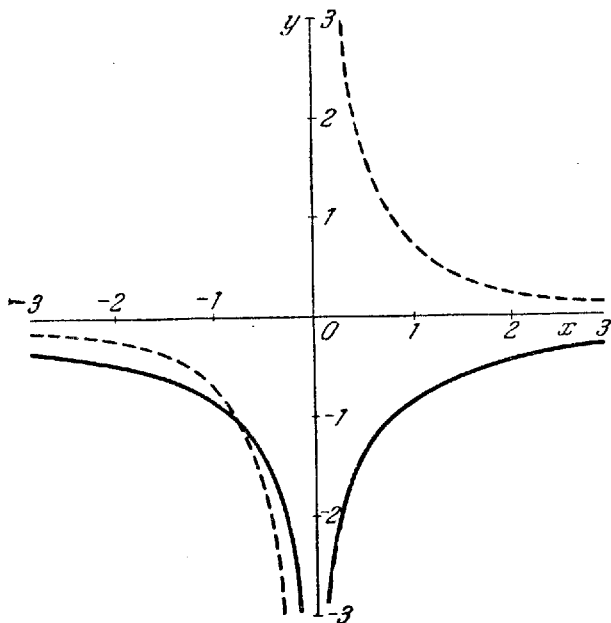


Рис. 221.01. Графики функций $y = \frac{1}{x \sqrt{x^2 + 1}}$ (пунктирная линия) и $y = -\ln \left| \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} \right|$ (сплошная линия).

$$223.01. \int \frac{dx}{x^2 r} = -\frac{r}{2a^2 x^2} + \frac{1}{2a^2} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

Как и в 221.01 имеем

$$\ln \left| \frac{a+r}{x} \right| = \operatorname{Arcsch} \left| \frac{x}{a} \right| = \operatorname{Arsh} \left| \frac{a}{x} \right| = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{r+a}{r-a} \right|.$$

$$223.03. \int \frac{dx}{x^3 r^3} = -\frac{1}{2a^2 x^2 r} - \frac{3}{2a^4 r} + \frac{3}{2a^5} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$223.05. \int \frac{dx}{x^3 r^5} = -\frac{1}{2a^2 x^2 r^3} - \frac{5}{6a^4 r^3} - \frac{5}{2a^6 r} + \frac{5}{2a^7} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$224.01. \int \frac{dx}{x^4 r} = \frac{1}{a^4} \left(\frac{r}{x} - \frac{r^3}{3x^3} \right).$$

$$224.03. \int \frac{dx}{x^4 r^3} = \frac{1}{a^6} \left(\frac{x}{r} + \frac{2r}{x} - \frac{r^3}{3x^3} \right).$$

$$224.05. \int \frac{dx}{x^4 r^5} = \frac{1}{a^8} \left(-\frac{x^3}{3r^3} + \frac{3x}{r} + \frac{3r}{x} - \frac{r^3}{3x^3} \right).$$

В 222 и 224 положим

$$z^2 = \frac{x^2}{r^2};$$

тогда

$$dx = \frac{a dz}{(1-z^2)^{3/2}}.$$

$$225.01. \int \frac{dx}{x^5 r} = -\frac{r}{4a^2 x^4} + \frac{3}{8} \frac{r}{a^4 x^2} - \frac{3}{8a^6} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$225.03. \int \frac{dx}{x^5 r^3} = -\frac{1}{4a^2 x^4 r} + \frac{5}{8a^4 x^2 r} + \frac{15}{8a^6 r} - \frac{15}{8a^7} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$226.01. \int \frac{dx}{x^6 r} = \frac{1}{a^6} \left(-\frac{r}{x} + \frac{2r^3}{3x^3} - \frac{r^5}{5x^5} \right).$$

$$226.03. \int \frac{dx}{x^6 r^3} = \frac{1}{a^8} \left(-\frac{x}{r} - \frac{3r}{x} + \frac{3r^3}{3x^3} - \frac{r^5}{5x^5} \right).$$

$$230.01. \int r dx = \frac{xr}{2} + \frac{a^2}{2} \ln |x+r|.$$

Как и в 200.01, имеем

$$\ln \left| \frac{x+r}{a} \right| = \operatorname{Arcsch} \frac{x}{a} = \operatorname{Arsh} \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{r+x}{r-x} \right|.$$

$$230.03. \int r^3 dx = \frac{1}{4} xr^3 + \frac{3}{8} a^2 xr + \frac{3}{8} a^4 \ln |x+r|.$$

$$230.05. \int r^5 dx = \frac{1}{6} xr^5 + \frac{5}{24} a^2 xr^3 + \frac{5}{16} a^4 xr + \frac{5}{16} a^6 \ln |x+r|.$$

$$231.01. \int xr dx = \frac{r^3}{3}.$$

$$231.03. \int xr^3 dx = \frac{r^5}{5}.$$

$$231.9. \int xr^{2p+1} dx = \frac{r^{2p+3}}{2p+3}.$$

$$232.01. \int x^2 r dx = \frac{xr^3}{4} - \frac{a^2 xr}{8} - \frac{a^4}{8} \ln |x+r|.$$

$$232.03. \int x^2 r^3 dx = \frac{xr^5}{6} - \frac{a^2 xr^3}{24} - \frac{a^4 xr}{16} - \frac{a^6}{16} \ln|x+r|.$$

$$233.01. \int x^3 r dx = \frac{r^5}{5} - \frac{a^2 r^3}{3}.$$

$$233.03. \int x^3 r^3 dx = \frac{r^7}{7} - \frac{a^2 r^5}{5}.$$

$$233.9. \int x^3 r^{2p+1} dx = \frac{r^{2p+5}}{2p+5} - \frac{a^2 r^{2p+3}}{2p+3}.$$

$$234.01. \int x^4 r dx = \frac{x^3 r^3}{6} - \frac{a^2 xr^3}{8} + \frac{a^4 xr}{16} + \frac{a^6}{16} \ln|x+r|.$$

Как и в 200.01, имеем

$$\ln \left| \frac{x+r}{a} \right| = \operatorname{Arsh} \frac{x}{a} = \operatorname{Arcsch} \frac{a}{x} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{r+x}{r-x} \right|.$$

$$234.03. \int x^4 r^3 dx = \frac{x^3 r^5}{8} - \frac{a^2 xr^5}{16} + \frac{a^4 xr^3}{64} + \frac{3}{128} a^6 xr + \\ + \frac{3}{128} a^8 \ln|x+r|.$$

$$235.01. \int x^5 r dx = \frac{r^7}{7} - \frac{2a^2 r^5}{5} + \frac{a^4 r^3}{3}.$$

$$235.03. \int x^5 r^3 dx = \frac{r^9}{9} - \frac{2a^2 r^7}{7} + \frac{a^4 r^5}{5}.$$

$$235.9. \int x^5 r^{2p+1} dx = \frac{r^{2p+7}}{2p+7} - \frac{2a^2 r^{2p+5}}{2p+5} + \frac{a^4 r^{2p+3}}{2p+3}.$$

$$241.01. \int \frac{r dx}{x} = r - a \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|. \quad (\text{См. замечание в 221.01.})$$

$$241.03. \int \frac{r^3 dx}{x} = \frac{r^3}{3} + a^2 r - a^3 \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$241.05. \int \frac{r^5 dx}{x} = \frac{r^5}{5} + \frac{a^2 r^3}{3} + a^4 r - a^5 \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$241.07. \int \frac{r^7 dx}{x} = \frac{r^7}{7} + \frac{a^2 r^5}{5} + \frac{a^4 r^3}{3} + a^6 r - a^7 \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$242.01. \int \frac{r dx}{x^2} = -\frac{r}{x} + \ln|x+r|. \quad (\text{См. замечание в 200.01.})$$

$$242.03. \int \frac{r^3 dx}{x^2} = -\frac{r^3}{x} + \frac{3}{2} xr + \frac{3}{2} a^2 \ln|x+r|.$$

$$242.05. \int \frac{r^5 dx}{x^2} = -\frac{r^5}{x} + \frac{5}{4} xr^3 + \frac{15}{8} a^2 xr + \frac{15}{8} a^4 \ln|x+r|.$$

$$243.01. \quad \int \frac{r dx}{x^3} = -\frac{r}{2x^2} - \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|. \quad (\text{См. замечание в } 221.01.)$$

$$243.03. \quad \int \frac{r^3 dx}{x^3} = -\frac{r^3}{2x^2} + \frac{3}{2} r - \frac{3}{2} a \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$243.05. \quad \int \frac{r^5 dx}{x^3} = -\frac{r^5}{2x^2} + \frac{5}{6} r^3 + \frac{5}{2} a^2 r - \frac{5}{2} a^3 \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$244.01. \quad \int \frac{r dx}{x^4} = -\frac{r^3}{3a^2 x^3}.$$

$$244.03. \quad \int \frac{r^3 dx}{x^4} = -\frac{r^3}{3x^3} - \frac{r}{x} + \ln |x+r|. \quad (\text{См. замечание в } 200.01.)$$

$$244.05. \quad \int \frac{r^5 dx}{x^4} = -\frac{a^2 r^3}{3x^3} - \frac{2a^2 r}{x} + \frac{xr}{2} + \frac{5}{2} a^2 \ln |x+r|.$$

$$245.01. \quad \int \frac{r dx}{x^5} = -\frac{r}{4x^4} - \frac{r}{8a^2 x^2} + \frac{1}{8a^3} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$245.03. \quad \int \frac{r^3 dx}{x^5} = -\frac{r^3}{4x^4} - \frac{3}{8} \frac{r^3}{a^2 x^2} + \frac{3}{8} \frac{r}{a^2} - \frac{3}{8a} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$246.01. \quad \int \frac{r dx}{x^6} = \frac{r^3}{5a^2 x^3} \left(\frac{2}{3a^2} - \frac{1}{x^2} \right).$$

$$246.03. \quad \int \frac{r^3 dx}{x^6} = -\frac{r^5}{5a^2 x^5}.$$

$$247.01. \quad \int \frac{r dx}{x^7} = -\frac{r}{6x^6} - \frac{r}{24a^2 x^4} + \frac{r}{16a^4 x^2} - \frac{1}{16a^5} \ln \left| \frac{a+r}{x} \right|.$$

$$248.01. \quad \int \frac{r dx}{x^8} = \frac{r^3}{7a^2 x^5} \left(-\frac{1}{x^4} + \frac{4}{5a^2 x^2} - \frac{8}{15a^4} \right).$$