

Тригонометрические функции — Производные

$$427.1. \quad \frac{d \sin x}{dx} = \cos x.$$

$$427.2. \quad \frac{d \cos x}{dx} = -\sin x.$$

$$427.3. \quad \frac{d \operatorname{tg} x}{dx} = \sec^2 x.$$

$$427.4. \quad \frac{d \operatorname{ctg} x}{dx} = -\operatorname{csc}^2 x.$$

$$427.5. \quad \frac{d \sec x}{dx} = \sec x \operatorname{tg} x.$$

$$427.6. \quad \frac{d \operatorname{csc} x}{dx} = -\operatorname{csc} x \operatorname{ctg} x.$$

Тригонометрические функции — Интегралы

При вычислении определенных интегралов часто бывает полезно строить график подынтегральной функции. Некоторые кривые, такие как график тангенса, имеют точки разрыва. Вообще, интегрирование не должно производиться в пределах, между которыми имеется точка разрыва.

429. Подстановки:

	u	du	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	x	dx
(1)	$\sin x$	$\cos x dx$	u	$\sqrt{1-u^2}$	$\frac{u}{\sqrt{1-u^2}}$	$\arcsin u$	$\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$
(2)	$\cos x$	$-\sin x dx$	$\sqrt{1-u^2}$	u	$\frac{\sqrt{1-u^2}}{u}$	$\arccos u$	$-\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$
(3)	$\operatorname{tg} x$	$\sec^2 x dx$	$\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$	u	$\operatorname{arctg} u$	$\frac{du}{1+u^2}$
(4)	$\sec x$	$\sec x \operatorname{tg} x dx$	$\frac{\sqrt{u^2-1}}{u}$	$\frac{1}{u}$	$\sqrt{u^2-1}$	$\operatorname{arcsec} u$	$\frac{du}{u\sqrt{u^2-1}}$
(5)	$\operatorname{tg} \frac{x}{2}$	$\frac{1}{2} \sec^2 \frac{x}{2} dx$	$\frac{2u}{1+u^2}$	$\frac{1-u^2}{1+u^2}$	$\frac{2u}{1-u^2}$	$2 \operatorname{arctg} u$	$\frac{2du}{1+u^2}$

$\operatorname{cig} x$, $\sec x$, $\operatorname{csc} x$ можно заменить соответственно на $\frac{1}{\operatorname{tg} x}$, $\frac{1}{\cos x}$, $\frac{1}{\sin x}$.

- Примечание. а) $\int F(\sin x) \cos x dx$, — использовать (1);
 б) $\int F(\cos x) \sin x dx$, — использовать (2);
 в) $\int F(\operatorname{tg} x) \sec^2 x dx$, — использовать (3).

Из таблицы следует выбрать подходящую подстановку для замены тригонометрических функций алгебраическими и обратно. Так, например, если встречаются только $\operatorname{tg} x$, $\sin^2 x$, $\cos^2 x$, следует применять (3).