1

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. РОЛЬ СИММЕТРИИ В ФИЗИКЕ

В «Кратком Оксфордском словаре» симметрия определяется как «Красота, обусловленная пропорциональностью частей тела или любого целого, равновесием, подобием, гармонией, согласованностью». Хотя в физике очень много сложного, в ней также много простоты и изящества, что в значительной мере обусловлено симметрией физических законов и физических систем. В соответствии с этим симметрия не только занимает важное место в физике, но и играет все возрастающую роль в современных физических исследованиях. Чтобы с общей точки зрения объяснить, почему наличие симметрии приводит к многочисленным упрощениям физической картины как в классической, так и в квантовой механике, мы и написали свою книгу. Общие положения в ней иллюстрируются конкретными простыми свойствами кристаллов, молекул, атомов, ядер и элементарных частиц. Хотя эти физические системы столь очевидно различаются между собой, все они тем не менее могут быть рассмотрены с позиций единой теории симметрии. Таким образом, изучение симметрии способствует установлению единства физики, выявляя сходство между ее различными областями.

Симметрия играет некую роль и в классической, не только в квантовой, физике, но именно в последней ее проявления наиболее интересны. Это объясняется рядом причин. С одной стороны, на микроскопическом уровне, где, например, один электрон неотличим от любого другого электрона и всякий атом, скажем атом углерода, идентичен любому атому того же типа, можно найти значительно больше симметричного в природе. С другой стороны, квантовая механика, которой приходится пользоваться на микроскопическом уровне, будучи значительно сложнее классической, в большей мере упрощается при

наличии симметрии. Примером может служить то, что частица описывается не заданием ее положения, а заданием волновой *функции*. Важно и то, что исследования строения атомных и субатомных систем представляют собой сейчас передний край науки, и здесь идеи симметрии помогают отыскивать порядок в кажущемся хаосе.

Как рабочим инструментом для изучения следствий принимаемых теорий или моделей в физике пользуются математикой. Например, при прямолинейном движении частицы с массой M в направлении оси x под действием силы $f(x)$, согласно закону физики (ньютоновской теории), мы имеем $f(x)=M(d^2x/dt^2)$. Чтобы выразить координату $x(t)$ через время t при заданной функции $f(x)$, нужно решить это дифференциальное уравнение с учетом начальных значений величин x и dx/dt. Для этого в ньютоновской механике соответствующим математическим аппаратом оказывается дифференциальное и интегральное исчисления. Изучая же симметрию физических систем, мы рассматриваем их поведение при различных преобразованиях. Например, если частица движется прямолинейно в поле с потенциалом $V(x)$, то этот потенциал может иметь зеркальную симметрию относительно начала координат, т. е. удовлетворять равенству $V(-x)=V(x)$. В таком случае говорят, что потенциал инвариантен относительно преобразования, заменяющего x на $-x$. В случае же частицы, движущейся в трех измерениях, потенциал может обладать сферической симметрией, т. е. в сферических полярных координатах иметь вид $V(r)$ и не зависеть от угла. Такой потенциал инвариантен относительно любого преобразования, состоящего в повороте на произвольный угол вокруг произвольной оси, проходящей через начало координат (число таких преобразований бесконечно!).

Чтобы исследовать физические следствия симметрии системы, мы, очевидно, должны узнать кое-что о преобразованиях и в особенности о множестве (совокупности) преобразований, оставляющих неизменными некоторые функции типа потенциала. Теория, рассматривающая такие совокупности преобразований, называемая математиками «теорией групп», и есть тот математический аппарат, которым пользуются физики при изучении симметрии.

Интересно проследить аналогию между применением дифференциального и интегрального исчислений в клас-

сической механике и теории групп — в квантовой. Исторически открытие законов Ньютона и изобретение дифференциального и интегрального исчислений, датированные семнадцатым веком, примерно совпадают во времени. Идеи теории групп возникли в математике еще в 1810 г., но наиболее важная для исследования симметрии теория представлений получила развитие лишь в 20-х годах нынешнего века. Именно в эти годы физики создавали квантовую теорию. И действительно, важное значение симметрии для квантовой механики было установлено очень скоро в классических работах Вигнера (1931), Вейля (1928) и Ван-дер-Вердена (1932).

Всегда были приверженцы того мнения, что использовать теорию групп в квантовой механике необязательно. В определенном смысле это верно, поскольку теория групп сама построена из простейших алгебраических действий Тем не менее затраты сил на изучение столь тонкого и сложного аппарата, как теория групп, быстро окупаются, ибо она позволяет внести красивую простоту и общность в исследование сложных квантовомеханических систем. В конце концов дифференциальное и интегральное исчисления ведь тоже можно считать необязательными для классической механики. Например, движение по эллиптической орбите можно вывести из закона обратной пропорциональности сил гравитационного притяжения квадрату расстояния путем лишь геометрических рассуждений. И сам Ньютон первоначально пользовался именно таким методом, но в настоящее время мы обосновываем этот результат, решая дифференциальное уравнение. Заглядывая вперед, очень интересно задуматься над тем, какие новые блестящие достижения физики и математики возможны в результате их дальнейшего параллельного развития.

§ 2. ПРИМЕРЫ ПРОЯВЛЕНИЯ СИММЕТРИИ

Чтобы оживить интерес читателя, мы перечислим ниже ряд физических систем, обладающих симметрией, и отметим их некоторые свойства, являющиеся прямыми следствиями симметрии. Сначала приведем простейшие примеры. Хотя в некоторых случаях мы можем связать симметрию со свойствами, не прибегая к новым методам, это,