

раз (гл. 2, § 9). Теперь, умножив обе части равенства (4.16) справа на $T^{-1}(G_a)S^{-1}$ и слева на S^{-1} , получим

$$S^{-1}T^\dagger(G_a)S = ST^{-1}(G_a)S^{-1},$$

т. е.

$$(ST(G_a)S^{-1})^\dagger = (ST(G_a)S^{-1})^{-1},$$

а это и есть требуемое условие унитарности (4.15). Мы воспользовались тем обстоятельством, что оператор S эрмитов.

§ 7. НЕЭКВИВАЛЕНТНЫЕ НЕПРИВОДИМЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Два представления T и T' называются «неэквивалентными», если не существует такого оператора A , который удовлетворял бы соотношению (4.14) для всех элементов G_a группы. Эквивалентные неприводимые представления удобно рассматривать как одно представление. (Для матриц это означает, что всегда можно выбрать такой базис, в котором соответствующие матрицы идентичны.) С точки зрения разложения (4.12) приводимого представления на его неприводимые компоненты это означает, что в таком разложении некоторое неприводимое представление может появляться несколько раз. Поэтому разложение на неприводимые представления можно записать в виде

$$T = \sum_{\alpha} m_{\alpha} T^{(\alpha)}, \quad (4.17)$$

где α пробегает неэквивалентные неприводимые представления, а целое число m_{α} показывает, сколько раз данное неприводимое представление $T^{(\alpha)}$ появляется в разложении. [Точка над знаком суммирования означает то же самое, что и знаки сложения в формуле (4.13).]

Например, в разложение шестимерного представления рассмотренного в § 3, п. В, дважды входит тождественное представление. Две независимые функции (x^2+y^2) и z^2 , инвариантные в группе D_3 , являются по этой причине базисными функциями одномерного тождественного представления $T^{(1)}$, ставящего в соответствие каждому групповому элементу единицу. Можно также показать (задача 4.9), что и двумерное представление $T^{(3)}$ входит в разложение дважды, а поэтому формула приведения представления будет записываться в виде $T = 2T^{(1)} \bigoplus 2T^{(3)}$.