вание по всем вырожденным конечным состояниям, эта особенность симметрии менее существенна. Далее о применении теоремы Вигнера — Эккарта см. гл. 8.

§ 5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Говорят, что наблюдаемая величина O сохраняется в данной системе, если ее среднее значение в любом состоянии системы $\psi(\mathbf{r}, t)$ не изменяется со временем. Эквивалентным является утверждение о том, что если в некоторый момент времени волновая функция системы совпадает с некой собственной функцией оператора O, то она будет оставаться собственной функцией оператора O с тем же собственным значением в течение всего времени. Теперь мы покажем, что оператор O обладает свойством сохраняться, если он коммутирует с гамильтонианом и не зависит от времени. Имеем

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\psi, \mathsf{O}\psi) &= \left(\frac{d\psi}{dt}, \mathsf{O}\psi\right) + \left(\psi, \mathsf{O}\frac{d\psi}{dt}\right) = \\ &= \{-(\mathsf{H}\psi, \mathsf{O}\psi) + (\psi, \mathsf{O}\mathsf{H}\psi)\}/i\hbar = \\ &= (\psi, [\mathsf{O}, \mathsf{H}]\psi)/i\hbar = 0 \qquad (5.13)\end{aligned}$$

(используя уравнение Шредингера и предполагаемую коммутативность $[\mathsf{H}, \mathsf{O}]=0$).

Далее, если система обладает некоторой симметрией, то операторы $\mathsf{T}(\mathsf{G}_a)$ любого элемента G_a в группе $\mathcal{G}$ будут коммутировать с гамильтонианом и, следовательно, будут сохраняться. На первый взгляд это предполагает существование большого числа сохраняющихся величин, но они не являются независимыми. Очевидно, что сохранение оператора $\mathsf{T}(\mathsf{G}_c)$ связано с сохранением $\mathsf{T}(\mathsf{G}_a)$ и $\mathsf{T}(\mathsf{G}_b)$, если $\mathsf{G}_a\mathsf{G}_b=\mathsf{G}_c$. Поэтому для каждой группы существует минимальное число сохраняющихся величин, соответствующее минимальному числу элементов группы, необходимому для вывода всех ее элементов путем перемножения. Так, для циклической группы, например C_3, существует лишь одна сохраняющаяся величина, ибо по определению циклической группы все ее элементы получаются возведением в степень одного-единственного элемента. В группе D_3 (гл. 2, табл. 2.5) для генерирования всех элементов необходимы только два: R_1 и R_3, и, таким образом, имеются две независимые сохраняющиеся вели-

чины. Для непрерывной группы $\mathcal{R}_2$, как это будет видно в гл. 7, § 3, п. Д, все элементы можно вывести из одного-единственного оператора.

Следует всегда помнить, что в силу постулатов квантовой механики только эрмитовы операторы могут соответствовать физическим наблюдаемым. Таким образом, для физически наблюдаемой сохраняющейся величины из $\Gamma(G_a)$ требуется построить эрмитов оператор. Далее мы увидим, что только в случае непрерывных групп эти сохраняющиеся величины соответствуют обычным классическим понятиям, таким, как импульс или угловой момент.

§ 6. ПРИМЕРЫ

Для иллюстрации следствий симметрии рассмотрим четыре примера, соответствующие группам симметрии C_3, D_3, S_2 и $\mathcal{R}_2$. Хотя детально определять вид волновых функций не требуется (в этом и состоит преимущество симметрийного подхода), можно представить себе, что данные примеры относятся к движению частицы в поле с потенциалом $V(\mathbf{r})$. Оператор кинетической энергии ∇^2, будучи скалярным произведением, инвариантен относительно любого вращения и поэтому во всех четырех примерах остается неизменным. Потенциал же можно выбрать инвариантным лишь по отношению к низшим из перечисленных групп вращений. Данный простой случай не такой уж искусственный — он может соответствовать движению электрона вокруг атомного ядра. Хотя кулоновское притяжение ядра сферически-симметрично, можно представить себе, что имеется внешнее поле, понижающее симметрию. Или же, если атом находится в кристалле, присутствие других атомов кристалла будет понижать симметрию от $\mathcal{R}_3$ до некоторой конечной группы вращений.

А. Группа симметрии C_3

Для этой группы потенциал $V(\mathbf{r})$ в обозначениях примера 5 из гл. 2, § 2 будет инвариантным относительно поворотов R_1 и $\mathsf{R}_2=\mathsf{R}_1^2$ вокруг тройной оси z. Группа C_3 циклическая, три одномерных неприводимых представления $\tau^{(1)}$, $\tau^{(2)}$ и $\tau^{(3)}$, имеющиеся в табл. 4.3 (гл. 4, § 18), можно