это мы уже сделали) лишь для того, чтобы определить симметричность или антисимметричность волновой функции, зная при этом, что подобная нумерация не имеет физического смысла.

§ 10. КОМПЛЕКСНОЕ СОПРЯЖЕНИЕ И ОБРАЩЕНИЕ ВРЕМЕНИ

Если $\psi(\mathbf{r}, t)$ есть зависящее от времени решение уравнения Шредингера (5.2) с действительным гамильтонианом, не зависящим от времени, то из этого уравнения прямо следует, что решением является и функция $\varphi(\mathbf{r}, t) = \psi^*(\mathbf{r}, -t)$. Другими словами, если функция $\psi(\mathbf{r}, t)$ описывает возможное состояние системы во времени, то его описывает и функция $\varphi(\mathbf{r}, t)$. Физическую взаимосвязь между функциями $\psi(\mathbf{r}, t)$ и $\varphi(\mathbf{r}, t)$ можно выяснить, сравнивая средние значения операторов наподобие $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$ в двух состояниях. Учитывая определение (5.6) скалярного произведения, имеем

$$\langle\varphi(\mathbf{r}, t)|\mathsf{x}|\varphi(\mathbf{r}, t)\rangle = \langle\psi(\mathbf{r}, -t)|\mathsf{x}|\psi(\mathbf{r}, -t)\rangle,$$
$$\langle\varphi(\mathbf{r}, t)|\mathsf{p}_x|\varphi(\mathbf{r}, t)\rangle = -\langle\psi(\mathbf{r}, -t)|\mathsf{p}_x|\psi(\mathbf{r}, -t)\rangle.$$

Но, согласно классической механике, при замене $x(t)$ на $x(-t)$ и $p_x(t)$ на $-p_x(-t)$ мы получим обращенную траекторию движения всех частиц. Например, частица, подброшенная вверх при $t=0$ и достигающая наивысшей точки A в момент $t=1$, должна быть заменена частицей, начинающей падать из точки A в момент $t=-1$ и достигающей земли при $t=0$. Поэтому мы рассматриваем переход от $\psi(\mathbf{r}, t)$ к $\varphi(\mathbf{r}, t)$ как обращение времени и вводим оператор Υ, определяемый как $\varphi(\mathbf{r}, t) = \Upsilon\psi(\mathbf{r}, t) = \psi^*(\mathbf{r}, -t)$. В т. 2, гл. 15, § 7, п. Г будет введен более общий оператор, обращающий также и направление спина.

В случае стационарного состояния (5.3) операция обращения не изменяет множитель $\exp(-iEt/\hbar)$, так что состояния ψ и ψ^* имеют одинаковую энергию; этот же результат следует и из уравнения на собственные значения [формула (5.4)]. Следовательно, если ψ — комплексная функция, то функции ψ и ψ^* независимы и имеет место двукратное вырождение. Здесь мы имеем еще один пример вырождения вследствие симметрии гамильтониана, в данном случае симметрии в отношении обращения времени.

Поскольку последовательное применение двух операций обращения времени не изменяет физической ситуации, мы имеем дело с группой, изоморфной группе S_2, и на этом основании могли бы ожидать следствий, аналогичных рассмотренным в § 6 для группы S_2; но это неверно. Дело в том, что оператор Υ, который осуществляет обращение времени, не является ни линейным, ни унитарным. Поэтому здесь мы не вправе пользоваться теорией представлений, изложенной в гл. 4. Этот вопрос мы отложим до второго тома (гл. 15, § 7, п. Г), где будет показано, что «четным» относительно обращения времени может быть сделан оператор, но не волновая функция. Приводит или нет к увеличению вырожденности включение операции обращения времени в данную группу симметрии системы, это зависит от группы. Мы кратко остановимся еще на данном вопросе в гл. 9, § 8 и в т. 2, гл. 15, § 7, п. Г. В заключение отметим, что найти гамильтониан, не имеющий симметрии обращения времени, нетрудно. Например, введенный в § 1 оператор $\mathbf{L}$ взаимодействия с магнитным полем является нечетным, а оператор кинетической энергии — четным.

ЛИТЕРАТУРА

По нерелятивистской квантовой механике так много книг, что выбор затруднителен, но в качестве очень простого введения рекомендуем

Mathews P. T., Introduction to Quantum Mechanics, McGraw-Hill, London, 1963,

а как руководства более серьезного уровня рекомендуем учебники

Landau L. D., Lifschiz E. M., Quantum Mechanics, Pergamon, London, 1958.

[См. также: *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика.— М.: Наука, 1963.]

Messiah A., Quantum Mechanics, North-Holland, Amsterdam, 1961.

ЗАДАЧИ

В этой главе мы даем лишь несколько задач, поскольку все введенные в ней понятия снова встретятся в следующих главах в приложении к различным физическим системам.

5.1. Покажите, что группа C_3 есть группа симметрии потенциала $V=\cos\theta\sin^3\theta\cos 3\varphi$, а группа D_3 — потенциала $V=\sin^3\theta\times\times\cos 3\varphi$. Обладают ли эти потенциалы дополнительной симметрией отражения или инверсии?