

## ИЗОСПИН И ГРУППА *SU*.

Все симметрии, о которых говорилось ранее, относились к пространственным координатам частиц, составляющих исследуемую систему. В частности, мы рассмотрели физические следствия симметрии системы по отношению как к полной группе вращений, так и к конечным группам вращений, а также к инверсиям и отражениям. Спин же частицы не связан с пространственными координатами, он описывает ее внутренние свойства. Однако компоненты спина преобразуются при вращениях системы, а потому спин можно рассматривать как величину, характеризующую поведение системы при вращениях. В этой и следующей главах мы познакомимся с симметриями, которые никак не связаны с пространственными координатами и с обычным трехмерным пространством. Эти симметрии относятся исключительно к внутренним свойствам частиц, таким, например, как электрический заряд.

Считается, что в природе существуют четыре разных типа сил, или четыре типа взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое взаимодействия. Первые два из них знакомы нам из повседневного опыта. Сильное взаимодействие связывает атомное ядро в одно целое. Это взаимодействие ответственно за выделение огромной энергии при взрыве атомной бомбы и в ядерном реакторе. В данной главе мы рассмотрим симметрию сильного взаимодействия, которая называется изоспиновой. (Вместо термина «изоспин» иногда употребляют термины «изотопический спин» и «изобарический спин».) Расширение изоспиновой симметрии применительно к очень коротковивущим элементарным частицам — так называемая  $SU_3$ -симметрия — будет темой гл. 11. В данной главе мы не касаемся вопросов слабого взаимодействия, ответственного за  $\beta$ -распад и другие аналогичные процессы в ядрах.

Математическое описание изоспина полностью аналогично математическому описанию спина в системе частиц со спином  $\frac{1}{2}$ . Таким образом, мы сможем использовать все результаты, полученные в гл. 7 для группы  $\mathcal{R}_3$ . Причина этого кроется в том, что изоспиновая симметрия связана с группой  $SU_2$ , гомоморфной группе  $\mathcal{R}_3$ . Подробно соотношение между этими двумя группами будет рассмотрено в т. 2 (гл. 18, § 13).

### § 1. ИЗОСПИН В ЯДРАХ

Самый простой пример проявления изоспиновой симметрии можно найти при рассмотрении строения атомных ядер. Атомные ядра с положительным зарядом  $Ze$  (это заряд, равный по абсолютной величине заряду  $Z$  электронов) состоят из  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов. Сильное взаимодействие удерживает эти протоны и нейтроны в области с размерами порядка  $10^{-12}$  см. Протон несет положительный заряд, равный заряду электрона, а нейtron не имеет электрического заряда. Массы протона и нейтрона приблизительно одинаковы:  $M_p c^2 = 938,26$  МэВ,  $M_n c^2 = 939,55$  МэВ; спин обеих частиц равен  $\frac{1}{2}$ . Протон мы обозначаем через  $p$ , а нейtron — через  $n$ . Эксперимент показывает, что если исключить вклад электромагнитного взаимодействия, то силы, действующие в системах  $pp$ ,  $pn$  и  $nn$ , одинаковы с точностью до 1 %. Таким образом, эксперимент говорит о том, что сильное взаимодействие не различает протонов и нейтронов. Это указывает на наличие симметрии в сильном взаимодействии. Мы будем рассматривать следствия этой симметрии главным образом в сложных ядрах, состоящих из большого числа протонов и нейтронов. Из-за сходства между протоном и нейтроном иногда пользуются для того и другого общим названием «нуклон» и вводят «нуклонное число»  $A = Z + N$ , которое ввиду приблизительного равенства масс протона и нейтрона иногда называют «массовым числом ядра». Можно даже рассматривать протон и нейtron как два разных состояния одной частицы. В таком утверждении нет особого физического смысла: любые две частицы можно рассматривать как разные состояния одной. Но как правило, это будет приводить лишь к ненужным усложнениям. В случае же с протоном и нейtronом при-

близительное равенство масс и неразличимость по отношению к сильному взаимодействию приводят, как мы скоро увидим, к существенным упрощениям. А именно все сказанное выше означает, что гамильтониан, описывающий сильное взаимодействие протонов и нейтронов, инвариантен по отношению к преобразованиям, смешивающим протонные и нейтронные состояния. Рассмотрим сначала математическую сторону этих преобразований.

Два вектора состояния нуклона (протонный и нейтронный) можно использовать для того, чтобы определить абстрактное двумерное векторное пространство, так что  $|p\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  и  $|n\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Рассмотрим группу  $U_2$  унитарных преобразований этого пространства. (Преобразования, не принадлежащие группе  $U_2$ , не сохраняли бы нормировку векторов состояния.) Как показано в гл. 7, § 2, матрицы инфинитезимальных операторов унитарной группы должны быть антиэрмитовыми. Обратно, для любой эрмитовой матрицы  $H$  соотношением  $U = \exp(iH)$  определяется унитарная матрица  $U$ . Заметим, что любую эрмитову матрицу  $2 \times 2$  можно представить в виде линейной комбинации четырех матриц

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10.1)$$

$$\tau_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, эти четыре матрицы можно рассматривать как инфинитезимальные операторы группы  $U_2$ . Группа, состоящая из унитарных матриц  $2 \times 2$  с определителем, равным  $+1$ , называется группой  $SU_2$ . Ограничение, наложенное на определитель унитарной матрицы, означает, что для группы  $SU_2$  след матрицы инфинитезимального оператора должен быть равен нулю. Это значит, что единичная матрица не входит в число инфинитезимальных операторов группы  $SU_2$ . (То, что мы ограничились группой  $SU_2$ , соответствует исключению из рассмотрения преобразований, состоящих в одновременном изменении фазы обоих базисных векторов состояния нуклона.) Сравнивая формулы (10.1) и (8.15), легко заметить, что с точностью до множителя  $1/\sqrt{2}$  матрицы  $\tau_q$  совпадают со спиновыми мат-

рицами частицы спина  $1/2$ . Следовательно, матрицы  $t_q = -i/2 \tau_q$  совпадают со спиновыми матрицами  $s_q$  и удовлетворяют перестановочным соотношениям (7.26) для инфинитезимальных операторов группы  $\mathcal{R}_3$ .

Так как все свойства неприводимых представлений группы  $\mathcal{R}_3$  были выведены в гл. 7, § 4 лишь из этих перестановочных соотношений, мы получим те же неприводимые представления и для группы  $SU_2$ . Будем обозначать эти неприводимые представления символом  $D^{(T)}$ ,  $T=0, 1/2, 1, \dots$ , как и в случае группы  $\mathcal{R}_3$ . Величину  $T$  назовем изоспином. Принимая во внимание установленную в гл. 8 связь между группой  $\mathcal{R}_3$  и угловым моментом, мы можем ожидать, что собственные функции гамильтониана, инвариантного относительно группы  $SU_2$ , будут иметь такую же структуру, как и собственные функции  $\mathcal{R}_3$ -инвариантного гамильтониана. (Буквой  $T$  будем обозначать полный изоспин системы, сохраняя обозначение  $t$  за изоспином отдельного нуклона, в соответствии с обозначениями  $L$  и  $l$  для углового момента, использованными в гл. 8, § 2.) В частности, состояния нуклона  $|p\rangle$  и  $|n\rangle$  имеют изоспин  $t=1/2$ , и им приписываются значения  $m_t = -1/2$  для протона и  $m_t = +1/2$  для нейтрона, причем  $m_t$  — собственное значение оператора  $t_z$ . Оператор заряда нуклона может теперь быть представлен в виде  $Q = e(1/2 + t_z)$ , так что  $Q|p\rangle = e|p\rangle$ ,  $Q|n\rangle = 0$  в соответствии с величиной заряда протона и нейтрона. Выбранные нами значения величин  $m_t$  для протона и нейтрона приспособлены в физике элементарных частиц. В ядерной физике обычно выбираются противоположные значения, что делает положительной величину  $T_z$  для большинства ядер. Это объясняется тем, что из-за наличия кулоновского отталкивания между протонами последних в ядре, как правило, меньше, чем нейтронов.

## A. Описание состояний с помощью изоспина, вырождение

Понятие изоспина оказывается особенно ценным при рассмотрении одновременного изотопического преобразования векторов состояния всех нуклонов, составляющих исследуемую систему. Векторное пространство  $V_A$ , описывающее всевозможные зарядовые состояния системы из  $A$  нуклонов, имеет размерность  $2^A$ . Мы рассматриваем

преобразования этого пространства, индуцированные одновременным  $SU_2$ -преобразованием вектора состояния каждого нуклона. Это унитарное преобразование, действующее в пространстве  $V_A$ , формально можно представить в виде произведения  $\mathbf{U} = \prod_{i=1}^A \mathbf{U}(i)$ , где  $\mathbf{U}(i)$  — преобразование из группы  $SU_2$ , действующее в двумерном пространстве векторов состояния нуклона с номером  $i$ . Для инфинитезимальных операторов такая структура оператора  $\mathbf{U}$  означает, что  $T = \sum_{i=1}^A t(i)$ . Отсюда прямо следует, что операторы  $T$  удовлетворяют тем же перестановочным соотношениям, что и  $2 \times 2$ -матрицы  $t(i)$ . Таким образом, мы видим, что в пространстве  $V_A$  действует, вообще говоря, приводимое представление группы  $SU_2$ . Это представление может быть разложено на неприводимые представления  $D^{(T)}$ , что и приводит к классификации состояний системы по изоспину  $T$ . Эта процедура перехода от изоспина отдельного нуклона к изоспину системы нуклонов полностью аналогична той, которая использовалась в гл. 8, § 2 при переходе от углового момента отдельной частицы к полному угловому моменту  $L$  системы частиц. Изоспины отдельных нуклонов объединяются точно также, как угловые моменты частиц. Таким образом, в системе из  $A$  нуклонов можно получить состояния с полным изоспином, принимающим значения до  $1/2 A$ . Так как сильное взаимодействие зарядово-независимо, т. е. не зависит от зарядовых состояний нуклонов, описывающие это взаимодействие операторы будут единичными на двумерном изотопическом пространстве каждого нуклона. Отсюда следует, что гамильтониан сильного взаимодействия коммутирует с операторами группы  $SU_2$  и, согласно результатам гл. 5, § 3, собственные функции этого гамильтониана можно классифицировать по неприводимым представлениям  $D^{(T)}$  группы  $SU_2$  или, другими словами, по изоспину  $T$ .

Для системы, состоящей из  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов, т. е. имеющей значение  $A = Z + N$ , оператор изоспина записывается в виде  $T_q = \sum_i t_q(i)$ , где  $q = x, y, z$ , а  $i$  пробегает значения от 1 до  $A$ . Отсюда следует, что оператор полного заряда для этой системы можно записать в виде

$Q = \sum_i Q(i) = e\{1/2(N+Z) + T_z\}$ . Ясно, что для каждого ядра оператор заряда должен быть кратен единичному с собственным значением  $\langle Q \rangle = eZ$ . Стало быть, и оператор  $T_z$  кратен единичному с собственным значением  $M_T = 1/2(Z-N)$ . Так как размерность представления  $D^{(T)}$  равна  $2T+1$ , собственные значения с полным изоспином  $T$  являются  $(2T+1)$ -кратно вырожденными. В случае группы  $\mathcal{R}_3$  было удобно различать вырожденные состояния по собственным значениям оператора  $J_Z$ , т. е.  $M=J, J-1, \dots, -J$ . Точно так же  $(2T+1)$ -кратно вырожденные состояния с полным изоспином  $T$  различаются по собственным значениям оператора  $T_z$ , принимающим значения  $M_T = T, T-1, \dots, -T$ . Как было показано выше,  $M_T = 1/2(Z-N)$ . Это значит, что различные компоненты мультиплета с данным  $T$  соответствуют разным ядрам, а именно ядрам с одним и тем же значением  $A$ , но разными значениями  $(Z-N)$ .

В качестве первого примера рассмотрим систему из двух нуклонов, которые обозначим индексами  $i$  и  $j$ . Мы ожидаем получить в этой системе состояния с  $T=1$  и  $T=0$ . Четыре возможных состояния системы

$$\Psi_1 = |p_i p_j\rangle, \Psi_2 = |p_i n_j\rangle, \Psi_3 = |n_i p_j\rangle, \Psi_4 = |n_i n_j\rangle$$

имеют значения  $M_T$ , равные 1, 0, 0 и  $-1$ . Можно показать, что симметричная комбинация  $\Psi'_1 = (\Psi_2 + \Psi_3)/\sqrt{2}$  вместе с  $\Psi_1$  и  $\Psi_4$  образует триплет с  $T=1$ , а  $\Psi'_3 = (\Psi_2 - \Psi_3)/\sqrt{2}$  — синглет с  $T=0$ . Для этого заметим сначала, что, так как  $\Psi_1$  имеет значение  $M_T = +1$ , этот вектор соответствует значению  $T=1$ . Теперь мы можем построить состояние с  $T=1, M_T=0$  при помощи понижающего изоспинового оператора  $T_-$ , определенного по аналогии с оператором  $J_-$  [формула (7.40)]. В случае одной частицы из выражений (10.1) следует, что матрица  $t_-$  имеет вид

$$t_- = \frac{1}{2}(\tau_x - i\tau_y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

и обладает свойством  $t_-|p\rangle = |n\rangle$ ,  $t_-|n\rangle = 0$ . Для двух частиц  $T_- = t_-(i) + t_-(j)$ , так что

$$T_-|p_i p_j\rangle = |n_i p_j\rangle + |p_i n_j\rangle = \Psi_2 + \Psi_3 = \sqrt{2}\Psi'_2.$$

Появление множителя  $\sqrt{2}$  ясно из формулы (7.40). Аналогично  $T_{-\Psi'_3}=0$ , и, так как  $\Psi'_3$  имеет значение  $M_T=0$ , этот вектор соответствует значению  $T=0$ . Отметим, что, хотя зарядовая независимость ведет к вырождению между состояниями  $\Psi_1$ ,  $\Psi'_2$  и  $\Psi_4$ , образующими мультиплет с  $T=1$ , вырождение между состояниями с  $T=0$  и  $T=1$  отсутствует. Дело в том, что состояния с  $T=1$  являются четными по отношению к перестановкам индексов  $i$  и  $j$ , а состояния с  $T=0$  — нечетными. Следовательно, в силу принципа Паули состояния с  $T=1$  являются нечетными по отношению к перестановкам спиновых и пространственных переменных, а состояния с  $T=0$  — четными. В действительности сильное взаимодействие носит такой характер, что состояния, четные по спиновым и пространственным координатам, имеют меньшую энергию. Следовательно, основное состояние ( $np$ )-системы (дейтона) обладает изоспином  $T=0$ . В случае же  $T=1$  ядерные силы оказываются недостаточными для образования связанных состояний. Этим объясняется тот факт, что, несмотря на зарядовую независимость, в ( $np$ )-системе есть связанное состояние, а в системе двух нейтронов — нет.

В атоме основное состояние всегда характеризуется максимальным возможным значением полного спина  $S$ . Этот результат, так называемое правило Хунда, был объяснен в гл. 8, § 6, п. Д. В атомном же ядре основное состояние обладает минимальным значением полного изоспина  $T$ , и это можно объяснить аналогичным образом. Минимальным, а не максимальным, потому что в ядре между нуклонами действуют силы притяжения, а между электронами в атоме — силы отталкивания. Поскольку данное ядро характеризуется определенными значениями  $N$  и  $Z$ , оно обладает также и фиксированным значением  $M_T$ . Таким образом, поскольку всегда  $T \geq |M_T|$ , минимально возможное для данного ядра значение  $T$  дается величиной  $|M_T| = 1/2|Z - N|$ . Состояния с большими значениями  $T$  являются возбужденными.

В качестве второго примера использования изоспиновой симметрии и связанного с ней вырождения рассмотрим ядра с массовым числом  $A=13$ . Единственное стабильное ядро с таким массовым числом — это углерод 13 с  $Z=6$ ,  $N=7$ . При ядерных реакциях был получен и довольно хорошо исследован азот 13 ( $Z=7$ ,  $N=6$ ). Наблю-

дались также бор 13 ( $Z=5$ ,  $N=8$ ) и кислород 13 ( $Z=8$ ,  $N=5$ ), но они очень нестабильны и об их свойствах мало что известно. Учитывая вышеизложенные соображения относительно величины изоспина основного состояния, следует ожидать, что  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  имеют изоспин  $T=\frac{1}{2}$ , и соответствуют двум возможным значениям  $M_T=\pm\frac{1}{2}$ . С другой стороны,  $^{13}\text{B}$  и  $^{13}\text{O}$  должны иметь изоспин  $T=\frac{3}{2}$  и  $M_T=\mp\frac{3}{2}$  соответственно. Два оставшихся состояния, принадлежащих мультиплету с  $T=\frac{3}{2}$ , и имеющих значения  $M_T=\mp\frac{1}{2}$ , должны соответствовать возбужденным состояниям ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ . Таким образом, низшие состояния, соответствующие этим значениям изоспина, должны быть расположены так, как это показано на рис. 10.1. Пунктирные линии соответствуют значению  $T=\frac{3}{2}$ .

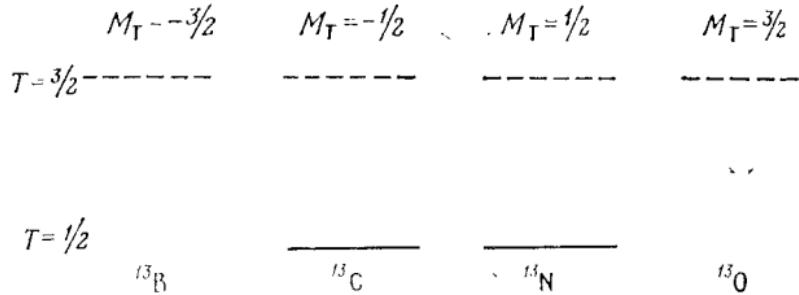


Рис. 10.1.

На самом деле ситуация осложняется наличием электромагнитного кулоновского взаимодействия между протонами. Ясно, что это взаимодействие не является зарядово-независимым и, следовательно, нарушает изоспиновую симметрию. Однако вклад электромагнитного взаимодействия в энергию ядра мал по сравнению с вкладом сильного взаимодействия. Если кулоновскую энергию, которую сравнительно просто вычислить, вычесть из экспериментальных значений энергии ядер, то для низших энергетических уровней получится картина, представленная на рис. 10.2. Здесь указаны спин  $J$ , четность и энергия возбуждения каждого уровня. Мы видим, что для основных состояний фактически имеет место изоспиновое вырождение, как это было изображено на предыдущем рисунке. Более того, с точностью до небольших поправок на кулоновские силы вырождение наблюдается и для возбужденных состояний, т. е. каждому возбужденному со-

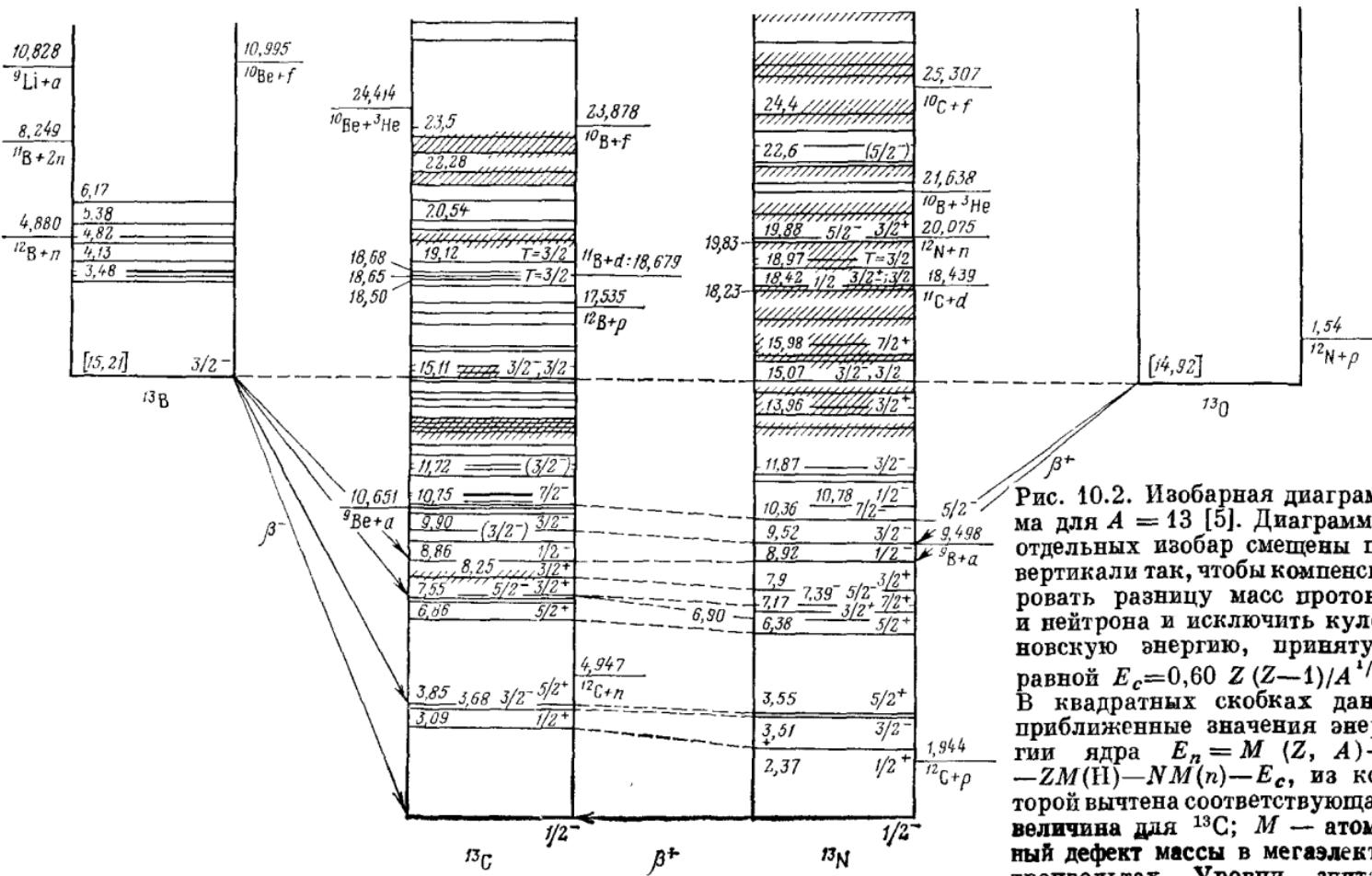


Рис. 10.2. Изобарная диаграмма для  $A = 13$  [5]. Диаграммы отдельных изобар смешены по вертикали так, чтобы компенсировать разницу масс протона и нейтрана и исключить кулоновскую энергию, принятую равной  $E_c = 0,60 Z(Z-1)/A^{1/2}$ . В квадратных скобках даны приближенные значения энергии ядра  $E_n = M(Z, A) - ZM(H) - NM(n) - E_c$ , из которой вычтена соответствующая величина для  $^{13}\text{C}$ ;  $M$  — атомный дефект массы в мегаэлектронвольтах. Уровни, считающиеся компонентами изоспинового мультиплета, соединены пунктире.

стоянию ядра  $^{13}\text{C}$  соответствует возбужденное состояние ядра  $^{13}\text{N}$  с теми же спином  $J$  и четностью, отличающееся лишь значением величины  $M_T$ . Таким образом, хотя  $^{13}\text{N}$  и  $^{13}\text{C}$  — ядра разных химических элементов, структура их ядер почти одинакова.

Вследствие того что изоспин связывает между собой ядра с одним и тем же массовым числом  $A$ , его иногда называют изобарическим спином. Первоначально использовался термин «изотопический спин», но он не совсем соответствует существу дела. Изотопы — это ядра с одинаковыми химическими свойствами, т. е. с одинаковым  $Z$  и разными  $N$  и, следовательно, с разными массовыми числами  $A$ . Изоспин не связывает между собой свойства изотопов, таких, например, как  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$  и  $^{14}\text{C}$ . Для состояний, различающихся только величиной  $M_T$ , как на рис. 10.1, пользуются термином «изобарные аналоги».

## Б. Расщепление изоспинового мультиплета

Как говорилось выше, кулоновские силы, действующие между протонами, приводят к расщеплению изоспинового мультиплета. Однако малость этого эффекта позволяет рассматривать расщепление методом теории возмущений. В п. А мы приводили экспериментальные значения энергий ядер без учета кулоновской энергии (рис. 10.2). Это было сделано для того, чтобы продемонстрировать изоспиновое вырождение. Остановимся теперь подробнее на эффектах, связанных с наличием электромагнитного взаимодействия (см., например, [1]). Хотя кулоновские силы и не изоскалярны, электромагнитные взаимодействия сохраняют электрический заряд и, следовательно,  $M_T$  остается по-прежнему хорошим квантовым числом. Таким образом, расщепление изоспинового мультиплета с фиксированным значением  $T$  и с  $M_T = -T, T-1, \dots, -T$  аналогично зеемановскому расщеплению мультиплета с фиксированным значением полного углового момента  $J$  и с  $M_J = J, J-1, \dots, -J$ , вызванному наличием магнитного поля, направленного по оси  $z$  (гл. 8, § 5). В случае эффекта Зеемана чисто групповые соображения привели нас к заключению, что расщепление пропорционально величине  $M_J$ . Это было обусловлено тем, что соответствующий оператор возмущения был

векторным. При рассмотрении электромагнитного расщепления изоспинового мультиплета мы должны выяснить характер оператора кулоновского взаимодействия. Это позволит нам найти вид зависимости величины расщепления от  $M_T$ , не обращаясь к детальному описанию конкретных ядер. Кулоновскую энергию можно представить в виде суммы по протонам

$$\mathbf{V}_c = \sum_{i < j} e^2 / r_{ij}$$

протоны

или, если пользоваться операторами изоспина, по всем нуклонам, составляющим ядро:

$$\mathbf{V}_c = \sum_{i < j} \left[ \frac{1}{2} + \mathbf{t}_z(i) \right] \left[ \frac{1}{2} + \mathbf{t}_z(j) \right] e^2 / r_{ij}. \quad (10.2)$$

(Поскольку для нейтрона  $\langle \mathbf{t}_z(i) \rangle = -\frac{1}{2}$ , вклад во вторую сумму будут давать только слагаемые, у которых индексы  $i$  и  $j$  соответствуют протонам.) Изоспиновая зависимость энергии  $\mathbf{V}_c$  определяется произведением

$$\left[ \frac{1}{2} + \mathbf{t}_z(i) \right] \left[ \frac{1}{2} + \mathbf{t}_z(j) \right] = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} [\mathbf{t}_z(i) + \mathbf{t}_z(j)] + \mathbf{t}_z(i) \mathbf{t}_z(j).$$

Так же как это было сделано в гл. 7, § 4, п. Е для группы  $\mathcal{R}_3$ , мы можем определить тензорные операторы  $S_q^{(k)}$  для изоспиновой группы  $SU_2$ . Для этого нужно просто заменить в формуле (7.52) операторы  $\mathbf{J}$  операторами изоспина  $\mathbf{T}$ . Инфинитезимальные операторы  $\mathbf{T}$  образуют изовектор, аналогично тому как операторы углового момента образуют вектор  $\mathbf{J}$  относительно группы  $\mathcal{R}_3$ . Следовательно, обычное правило сложения угловых моментов [формула (7.44)] приводит к тому, что оператор  $\mathbf{V}_c$ , содержащий произведение самого большее двух операторов  $\mathbf{t}_z$ , может быть представлен в виде суммы изоскаляра, изовектора и изотензора второго ранга. Каждое из этих слагаемых должно иметь  $q=0$ , так как оператор  $\mathbf{V}_c$  диагонален по отношению к полному заряду. Изоскалярная часть  $\mathbf{V}_c$  не может приводить к расщеплению. Изовекторная часть, как и в случае эффекта Зеемана, дает вклад в расщепление, пропорциональный  $M_T$ . Чтобы найти зависимость от  $M_T$  вклада изотензорной части  $\mathbf{V}_c$  в расщепление, можно воспользоваться теоремой

Вигнер — Эккарта [формула (7.53)]. Эта зависимость определяется коэффициентом векторного сложения  $C(T2T, M_T 0 M_T)$ , который равен  $\{3M_T^2 - T(T+1)\}/\{T(T+1) \times \times (2T-1)(2T+3)\}^{1/2}$ . Для получения вида зависимости величины расщепления от  $M_T$  можно также построить эквивалентный (в том же смысле, что и в гл. 7, § 4, п. Ж) оператор. Исходя из векторного оператора  $\mathbf{T}$ , легко показать, что оператор  $2T_z^2 - T_x^2 - T_y^2$  является компонентой тензора второго ранга  $T_q^{(k)}$  с  $k=2, q=0$  (задача 10.2). Но этот оператор можно записать в виде оператора  $3T_z^2 - T \cdot T$ , собственное значение которого в состоянии с данными  $T$  и  $M_T$  равно  $3M_T^2 - T(T+1)$ .

Итак, мы показали, что кулоновское расщепление изомультиплета с фиксированным значением  $T$  имеет вид

$$\Delta E(M_T) = a + bM_T + cM_T^2. \quad (10.3)$$

Для того чтобы найти коэффициенты в этом выражении, групповых соображений уже недостаточно; необходимы сложные вычисления с привлечением явного вида ядерных волновых функций. Но общий вид зависимости (10.3) не связан с конкретными особенностями ядер и является фактически простым обобщением формулы для зеемановского расщепления, примененной к другому типу симметрии. Если  $T > 1$ , то имеется больше трех возможных значений  $M_T$ . Это позволяет проверить формулу (10.3), так как в ней входят только три постоянные  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Таким образом, четверка состояний с  $T = 3/2$ , показанная на рис. 10.1 и 10.2, может быть использована для проверки нашей формулы. Зная энергию связи ядер  $^{13}\text{B}$ ,  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ , а также энергию возбуждения состояний с  $T = 3/2$  в  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ , можно вычислить энергию связи ядра  $^{13}\text{O}$ . (Энергия связи есть разность массы ядра и суммарной массы составляющих его нуклонов. Энергия связи служит мерой энергии ядра, обусловленной сильным взаимодействием.) В первых четырех столбцах табл. 10.1 даны измеренные значения энергии связи четырех состояний с  $T = 3/2$  в мегаэлектронвольтах. В последнем столбце приведена энергия связи ядра  $^{13}\text{O}$ , вычисленная по формуле (10.3) и первым трем энергиям связи, приведенным в таблице. Нетрудно видеть, что разница между измеренным и вычисленным значениями энергии связи не превышает ошибки эксперимента.

Таблица 10.1

$^{13}\text{B}$	$^{13}\text{C}$	$^{13}\text{N}$	$^{13}\text{O}$	(вычисленная)
84,45	82,00	79,04	75,56	75,57

## В. Правила отбора

Амплитуды перехода в системах, обладающих изоспиновой симметрией, подчиняются правилам отбора по изоспину, полностью аналогичным правилам отбора (8.3) по угловому моменту. Если оператор, ответственный за переход, является изоспиновым тензором ранга  $k$ , то имеет место следующее правило отбора:

$$|T_i - k| \leq T_f \leq T_i + k, \quad (10.4)$$

где  $T_i$  и  $T_f$  — изоспин начального и конечного состояния. Типичные процессы распада, такие, как  $\beta$ - и  $\gamma$ -распад, описываются одночастичными операторами вида

$$S = \sum_i S_p(i) + \sum_i S_n(i),$$

где первая сумма распространяется на протоны, а вторая на нейтроны. Оператор  $S_p$  может не совпадать с  $S_n$ . Замечая, что оператор  $\frac{1}{2} + t_z$  имеет значение  $+1$  для протона и  $0$  для нейтрона, можно переписать оператор  $S$  в виде

$$S = \frac{1}{2} \sum_i [S_p(i) + S_n(i)] + \sum_i t_z(i) [S_p(i) - S_n(i)],$$

где суммирование ведется по всем нуклонам. В такой записи первое слагаемое — изоскаляр, а второе — изовектор. Этот факт вместе с неравенствами (10.4) приводит к сильным ограничениям на возможные значения  $T_f$  при данном  $T_i$ . Оказывается, что эти правила отбора выполняются с хорошей точностью. Значительный интерес представляют поиски процессов, запрещенных этим правилом отбора [1]. Такие процессы несут информацию о слабом смешивании изоспиновых состояний из-за электромагнитного взаимодействия.