мальных операторов такими:

$$\mathsf{X}_1=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & i & 0\\ i & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\ \mathsf{X}_2=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},\ \mathsf{X}_3=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}i & 0 & 0\\ 0 & -i & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

$$\mathsf{X}_4=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 0 & i\\ 0 & 0 & 0\\ i & 0 & 0\end{pmatrix},\ \mathsf{X}_5=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

$$\mathsf{X}_6=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & i\\ 0 & i & 0\end{pmatrix},\ \mathsf{X}_7=-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}, \tag{11.1}$$

$$\mathsf{X}_8=-\begin{pmatrix}i & 0 & 0\\ 0 & i & 0\\ 0 & 0 & -2i\end{pmatrix}.$$

Первые три из них — это просто инфинитезимальные операторы группы SU_2, действующие на двумерном подпространстве, получающемся, если игнорировать третий базисный вектор. Следующие две пары аналогичны X_1 и X_2 с той лишь разницей, что они действуют на подпространствах, натянутых на первый и третий и второй и третий базисные векторы. Два соответствующих аналога матрицы X_3 не являются линейно независимыми от X_3. (Если бы это было не так, то мы имели бы девять операторов вместо восьми.) В качестве восьмого инфинитезимального оператора мы выбираем диагональную антиэрмитову матрицу с нулевым следом X_8, которая, очевидно, линейно независима от X_3.

§ 5. ПОДГРУППЫ ГРУППЫ SU_3

Подгруппу SU_2 группы SU_3 можно построить, взяв любое двумерное подпространство трехмерного пространства, в котором определена группа SU_3. Такой подгруппе соответствуют, например, инфинитезимальные операторы X_1, X_2 и X_3. Тройки операторов X_4, X_5, $^1/_2(\mathsf{X}_3+{}^1/_2\mathsf{X}_8)$ и X_6, X_7, $^1/_2(-\mathsf{X}_3+{}^1/_2\mathsf{X}_8)$ также соответствуют SU_2-подгруппам. Эти подгруппы могут быть расширены, так как оператор X_8, например, коммутирует с операторами X_1-X_2 и X_3. Таким образом, эта четверка операторов порож,

дает прямое произведение $SU_2 \times U_1$. Если обозначить базисные векторы пространства, в котором действует группа SU_3, через $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{e}_3$, то на подпространстве, натянутом на векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, действует подгруппа SU_2, порожденная инфинитезимальными операторами X_1, X_2 и X_3. Элемент подгруппы U_1 может быть представлен в виде $\mathsf{U}(a)=\exp(a\mathsf{X}_8)$, так что $\mathsf{U}(a)\mathbf{e}_1=\exp(-ia)\mathbf{e}_1$, $\mathsf{U}(a)\mathbf{e}_2=\exp(-ia)\mathbf{e}_2$, а $\mathsf{U}(a)\mathbf{e}_3=\exp(2ia)\mathbf{e}_3$.

Группа U_1 абелева, так как $\mathsf{U}(a)\mathsf{U}(b)=\mathsf{U}(a+b)$; поэтому ее неприводимые представления одномерны. Фактически группа U_1 изоморфна группе $\mathcal{R}_2$, рассмотренной нами в гл. 7, § 3, и ее однозначные неприводимые представления параметризуются целыми числами. Для дальнейшего нам удобно записывать эти целые числа в виде $3Y$. Таким образом, представления группы U_1 даются формулой $\mathsf{T}^{(Y)}=\exp(-i3Ya)$. Оператор X_8 в этом представлении равен $-3iY$. При построении неприводимых представлений мы воспользуемся наличием в группе SU_3 подгруппы $SU_2 \times U_1$.

Если мы ограничимся действительными унимодулярными 3×3-матрицами, то найдем еще одно семейство подгрупп группы SU_3. Они изоморфны группе $\mathcal{R}_3$, о которой говорилось в гл. 7, § 4. В самом деле, нетрудно показать, что действительные матрицы X_2, X_5 и X_7 удовлетворяют перестановочным соотношениям группы $\mathcal{R}_3$ и фактически идентичны матрицам $\mathcal{R}_3$, даваемым формулой (7.24) для представления $D^{(1)}$. Мы не будем исследовать соотношение между SU_3 и подгруппой $\mathcal{R}_3$. Заметим только, что наличие этой подгруппы в SU_3 используется при объяснении коллективных движений в легких ядрах (т. 2, гл. 19, § 2).

§ 6. НЕПРИВОДИМЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУППЫ SU_3

Обратимся теперь к структуре, классификации и свойствам неприводимых представлений группы SU_3. При этом мы будем следовать методам, применявшимся в гл. 7, § 4, п. Б для группы $\mathcal{R}_3$. Мы будем систематически пользоваться наличием трех SU_2-подгрупп в группе SU_3, о которых шла речь в предыдущем параграфе. Для каждой из этих подгрупп необходимо ввести повышающие и понижающие операторы по аналогии с формулой (7.27). Таким