будем считать всю группу $SU_3$-группой симметрии сильного взаимодействия. Правда, на этом пути мы наталкиваемся на одну трудность. Небольшие различия в массах между членами одного изоспинового мультиплета объяснялись наличием $SU_2$-неинвариантного электромагнитного взаимодействия. Расширяя симметрию сильного взаимодействия до группы $SU_3$, мы вправе ожидать, что разность масс в $SU_3$-мультиплетах будет того же порядка, т. е. порядка нескольких мегаэлектронвольт. Однако из табл. 11.1 видно, что эта разница масс достигает сотен мегаэлектронвольт. Таким образом, мы приходим к заключению, что сильное взаимодействие не является полностью $SU_3$-инвариантным, а содержит «умеренно сильное» взаимодействие, нарушающее $SU_3$-симметрию. Анализ относительных вероятностей различных процессов, аналогичный тому, который был проведен в гл. 10, § 2, п. А, подтверждает это предположение.

В оставшейся части этой главы мы продолжим проверку $SU_3$-симметрии, анализируя различные свойства частиц. Вопрос о том, почему не найдены частицы, принадлежащие более простым, чем $\mathsf{D}^{(11)}$ или $\mathsf{D}^{(30)}$, представлениям, таким, как фундаментальное представление $\mathsf{D}^{(10)}$, будет рассмотрен в следующей главе. Отметим, что в начале 60-х годов, когда на $SU_3$-симметрию было впервые обращено серьезное внимание, частица $\Omega^-$ еще не была обнаружена, хотя остальные девять членов декуплета $\mathsf{D}^{(30)}$ уже были известны. Первое наблюдение в 1964 г. $\Omega^-$-частицы, обладающей всеми свойствами, необходимыми для занятия вакансии в представлении $\mathsf{D}^{(30)}$, явилось впечатляющим подтверждением $SU_3$-симметрии сильного взаимодействия.

## § 8. ФОРМУЛА РАСЩЕПЛЕНИЯ МАСС

В гл. 10, § 1, п. Б мы описали расщепление масс в изоспиновом мультиплете, рассматривая трансформационные свойства электромагнитного взаимодействия, вызывающего это расщепление, по отношению к изоспиновым преобразованиям. При этом мы опирались на аналогию с зеемановским расщеплением уровня с фиксированным угловым моментом. Теперь мы применим тот же общий метод для описания расщепления масс между различными изо-

спиновыми мультиплетами, входящими в $SU_3$-мультиплет. При этом мы не будем принимать во внимание небольшую разницу масс внутри изоспиновых мультиплетов и будем брать для каждого $T$ соответствующее среднее значение массы. Наша цель — объяснить разницу масс порядка сотен мегаэлектронвольт между, например, нуклоном и $\Sigma$-частицами. Эта разница масс обязана своим возникновением «умеренно-сильному» взаимодействию, инвариантному по отношению к изоспиновой группе $SU_2$ и группе $U_1$, соответствующей гиперзаряду. В отличие от кулоновского, явный вид этого взаимодействия нам не известен. Следовательно, нам необходимо сделать какие-то предположения о его трансформационных свойствах по отношению к группе $SU_3$. Ограничиваясь простейшими представлениями (рис. 11.6), мы видим, что единственный базисный вектор, соответствующий значениям $T=Y=0$, принадлежит представлению $\mathsf{D}^{(11)}$. На диаграмме ему соответствует одна из точек, расположенных в начале координат. По этой, а также по ряду других причин мы полагаем, что трансформационные свойства нарушающего $SU_3$-симметрию взаимодействия совпадают с трансформационными свойствами базисного вектора с $T=Y=0$ пространства представления $\mathsf{D}^{(11)}$. (Этому вектору соответствует $\Lambda$-частица.)

Такое предположение приводит к тому, что в первом порядке теории возмущений добавка к массе для состояний, имеющих в представлении $(\lambda\mu)$ значения изоспина и гиперзаряда $T$ и $Y$, дается выражением

$$\Delta M(T, Y) = \langle(\lambda\mu)\, TY \,|\, \mathsf{H}[(11)\, T=Y=0] \,|\, (\lambda\mu)\, TY\rangle, \quad (11.12)$$

где $\mathsf{H}$ — возмущение, обусловленное умеренно-сильным взаимодействием [1]). Теперь для вычисления расщепления масс можно применить теорему Вигнера — Эккарта (4.62).

Отметим, что, так как группа $SU_3$ не является просто приводимой, сумма по $t$ в формуле (4.62) содержит, вообще говоря, более одного слагаемого, в отличие от случая группы $\mathscr{R}_3$, когда индекс $t$ вообще не был нужен. Следовательно, в общем случае в формулу (11.12) будут входить

---

[1]) Обозначение $\mathsf{H}[(\lambda\mu)\, T=Y=0]$ указывает на то, что величина $\mathsf{H}$ преобразуется как базисный вектор с $T=Y=0$ представления $\mathsf{D}^{(\lambda\mu)}$. — *Прим. перев.*

несколько приведенных матричных элементов величина которых неизвестна. Можно показать, что в нашем случае, когда оператор H преобразуется по представлению $D^{(11)}$, в нее входит самое большее два приведенных матричных элемента. В особенности нас будут интересовать матричные элементы между состояниями, принадлежащими представлениям $D^{(11)}$ и $D^{(30)}$, соответствующим мультиплетам частиц, как это изображено на рис. 11.8. Число значений, которые принимает $t$, в этом случае можно определить из разложения следующих произведений представлений на неприводимые:

$$\begin{gathered} D^{(11)} \otimes D^{(30)} = D^{(41)} \oplus D^{(22)} \oplus D^{(30)} \oplus D^{(11)}, \\ D^{(11)} \otimes D^{(11)} = D^{(22)} \oplus D^{(03)} \oplus D^{(30)} \oplus 2D^{(11)} \oplus D^{(00)}. \end{gathered} \tag{11.13}$$

Эти формулы можно вывести так, как показано в § 6. Поскольку $D^{(30)}$ встречается в первом разложении один раз, а $D^{(11)}$ во втором разложении — дважды, в формулу (11.12) при $(\lambda\mu)=(30)$ входит один приведенный матричный элемент, а при $(\lambda\mu)=(11)$ — два. Воспользовавшись известными явными выражениями для коэффициентов Клебша — Гордана, получаем знаменитые формулы расщепления масс

$$\begin{gathered} \langle (30)\, TY \,|\, \mathsf{H}[(11)\, T=Y=0] \,|\, (30)\, TY \rangle = aY, \\ \langle (11)\, TY \,|\, \mathsf{H}[(11)\, T=Y=0] \,|\, (11)\, TY \rangle = \\ = bY + c\left[T(T+1) - \frac{1}{4}Y^2 - 1\right], \end{gathered} \tag{11.14}$$

где $a$, $b$ и $c$ — неизвестные коэффициенты, возникающие из приведенных матричных элементов оператора возмущения $\mathsf{H}\,[(11)T=Y=0]$ и постоянных множителей в выражениях для коэффициентов Клебша — Гордана. Зависимость массы частиц от $T$ и $Y$, выражаемую формулами (11.14), можно проверить по значениям масс частиц, приведенным в табл. 11.1. При выводе формул (11.14) мы не учитывали электромагнитного взаимодействия. Поэтому мы пренебрежем электромагнитной разницей масс в изомультиплетах и возьмем средние значения масс мультип етов, приведенные ниже:

Декуплет (30 : $Y=1,1232$; $Y=0,1385$;

$Y=-1,1533$; $Y=-2,16'2$.

Октет (11):
$$Y=1, \quad T={}^1/_2, 939; Y=0, T=1, 1193;$$
$$Y=0, \quad T=0, 1116; Y=-1, T={}^1/_2, 1318$$

(массы даны в мегаэлектронвольтах). Для декуплета сразу же видна линейная зависимость массы от $Y$. Величина $a$ равна примерно —150 МэВ. В случае октета мы имеем три разности масс и две неизвестные постоянные $b$ и $c$ Полагая $Y=\pm 1$, получаем $b\approx -190$ МэВ. Из значения массы мультиплета с $Y=0$, $T=1$ получаем $c\approx 43$ МэВ. Теперь формула (11.14) предсказывает значение 86 МэВ для разницы масс между мультиплетами $Y=0$, $T=1$ и $Y=0$, $T=0$. Оно удовлетворительно согласуется с экспериментальным значением 80 МэВ. Таким образом, предположение о том, что оператор, нарушающий $SU_3$-симметрию, имеет тип $[(11)T=Y=0]$, приводит к значениям масс частиц, согласующимся с экспериментальными с точностью порядка 10 МэВ.

Формулу (11.14) можно вывести методом эквивалентного оператора (гл. 7, § 4, п. Ж). Для этого нам необходимо построить два независимых оператора с трансформационными свойствами базисного вектора с $T=Y=0$ представления $\mathsf{D}^{(11)}$, матричные элементы которых были бы нам известны. Необходимость в двух операторах вызвана тем, что группа $SU_3$ не является просто приводимой. Как и в случае группы $\mathcal{R}_3$, попытаемся построить искомые операторы из инфинитезимальных операторов. В нашем случае это восемь инфинитезимальных операторов (11.2) группы $SU_3$. Заметим сначала, что из коммутационных свойств (11.3) этих операторов следует, что они отвечают следующим значениям $T$ и $Y$:

$$\begin{aligned} \mathsf{U}_+,\ \mathsf{V}_-:&\quad Y=1, && T=\frac{1}{2},\\ \mathsf{T}_\pm,\ \mathsf{T}_z:&\quad Y=0, && T=1,\\ Y:&\quad Y=0, && T=0,\\ \mathsf{V}_+,\ \mathsf{U}_-:&\quad Y=-1, && T=\frac{1}{2}. \end{aligned} \tag{11.15}$$

Сравнение формул (11.15) со структурой представления $\mathsf{D}^{(11)}$ позволяет предположить, что восемь инфинитезимальных операторов группы $SU_3$ преобразуются по этому представлению. Дальнейший анализ их трансформацион-

ных свойств подтверждает это предположение. (Аналогичный результат для группы $\mathcal{R}_3$ — три оператора $\mathsf{J}_q$ преобразуются по векторному представлению $\mathsf{D}^{(1)}$.) В частности, оператор $\mathsf{Y}$ обладает требуемым свойством, т. е. имеет тип (11) $T=Y=0$ и отвечает за члены $aY$ и $bY$ в формулах (11.14). Таким образом, для декуплета проблема решена. В случае же октета нам необходим еще один оператор. Можно попытаться построить его из квадратичных комбинаций инфинитезимальных операторов. Очевидно, что операторы $\mathsf{T}^2$ и $\mathsf{Y}^2$ обладают необходимым нам свойством, т. е. коммутируют с операторами $\mathsf{T}_q$ и $\mathsf{Y}$. Однако каждый из них преобразуется по сумме представлений (22), (11) и (00), что видно из второго равенства (11.13). Более детальные вычисления показывают, что по представлению (11) преобразуется комбинация

$$\mathsf{T}^2-\frac{1}{4}\mathsf{Y}^2-\frac{1}{6}\mathsf{C}_2, \tag{11.16}$$

где $\mathsf{C}_2$ — оператор Казимира, который будет определен в § 10. Подставляя вместо $\mathsf{T}^2$ величину $T(T+1)$, а вместо $C_2$ выражение (11.21) с $\lambda=\mu=1$, получаем формулы (11.14). Оператор (11.16) можно также построить, используя декартовы обозначения (§ 10). Для этого достаточно заметить, что операторы

$$\sum_k \mathsf{A}_k^j\mathsf{A}_i^k-\frac{1}{3}\delta_{ij}\mathsf{C}_2$$

преобразуются как $\mathsf{A}_i^j$.

## § 9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

В § 1 было приведено эмпирическое выражение для заряда частицы $Q=M_T+{}^1/_2Y$. Из перестановочных соотношений (11.3) следует, что

$$\left[\mathsf{T}_z+\frac{1}{2}\mathsf{Y},\mathsf{U}_\pm\right]=\left[\mathsf{T}_z+\frac{1}{2}\mathsf{Y},\mathsf{U}_z\right]=0. \tag{11.17}$$

Таким образом, оператор заряда коммутирует с операторами $U$-спина и, следовательно, заряд $Q$ играет по отношению к $U$-спину ту же роль, что и гиперзаряд $Y$ по отношению к $T$-спину. В частности, если частицы, расположенные на рис. 11.8 на одной горизонтали, имеют одно и то же значение $Y$, то частицы, расположенные на линии $U$-спи-