

ных свойств подтверждает это предположение. (Аналогичный результат для группы \mathcal{K}_3 — три оператора J_q преобразуются по векторному представлению $D^{(1)}$.) В частности, оператор Y обладает требуемым свойством, т. е. имеет тип (11) $T=Y=0$ и отвечает за члены aY и bY в формулах (11.14). Таким образом, для декуплета проблема решена. В случае же октета нам необходим еще один оператор. Можно попытаться построить его из квадратичных комбинаций инфинитезимальных операторов. Очевидно, что операторы T^2 и Y^2 обладают необходимым нам свойством, т. е. коммутируют с операторами T_q и Y . Однако каждый из них преобразуется по сумме представлений (22), (11) и (00), что видно из второго равенства (11.13). Более детальные вычисления показывают, что по представлению (11) преобразуется комбинация

$$T^2 - \frac{1}{4} Y^2 - \frac{1}{6} C_2, \quad (11.16)$$

где C_2 — оператор Казимира, который будет определен в § 10. Подставляя вместо T^2 величину $T(T+1)$, а вместо C_2 выражение (11.21) с $\lambda=\mu=1$, получаем формулы (11.14). Оператор (11.16) можно также построить, используя декартовы обозначения (§ 10). Для этого достаточно заметить, что операторы

$$\sum_k A_k^j A_i^k - \frac{1}{3} \delta_{ij} C_2$$

преобразуются как A_i^j .

§ 9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

В § 1 было приведено эмпирическое выражение для заряда частицы $Q=M_T + \frac{1}{2}Y$. Из перестановочных соотношений (11.3) следует, что

$$\left[T_z + \frac{1}{2} Y, U_{\pm} \right] = \left[T_z + \frac{1}{2} Y, U_z \right] = 0. \quad (11.17)$$

Таким образом, оператор заряда коммутирует с операторами U -спина, и, следовательно, заряд Q играет по отношению к U -спину ту же роль, что и гиперзаряд Y по отношению к T -спину. В частности, если частицы, расположенные на рис. 11.8 на одной горизонтали, имеют одно и то же значение Y , то частицы, расположенные на линии U -спи-

нового мультиплета (т. е. на линии U_{\pm} на рис. 11.3), имеют одинаковый заряд. Рис. 11.8 иллюстрирует эту ситуацию. Таким образом, можно предположить, что электромагнитное взаимодействие инвариантно относительно U -спиновой подгруппы SU_2 . Это предположение можно проверить путем сравнения электромагнитных свойств различных частиц в SU_3 -мультиплете.

Одной из электромагнитных характеристик частицы является ее магнитный момент μ . Поскольку оператор M магнитного момента линеен по заряду, под действием группы SU_3 он должен преобразовываться как заряд, а именно как $M [(11)U=Q=0]$. Таким образом, структура оператора M аналогична структуре оператора H , ответственного за расщепление масс в SU_3 -мультиплете. Разница заключается лишь в замене T и Y на U и Q , что эквивалентно повороту весовой диаграммы на 120° . Следовательно, должна выполняться формула, аналогичная формуле (11.14):

$$\begin{aligned}\mu = & \langle (11) TY | M [(11) U = Q = 0] | (11) TY \rangle = \\ & = dQ + e \left\{ U (U + 1) - \frac{1}{4} Q^2 - 1 \right\}. \quad (11.18)\end{aligned}$$

Из этой формулы следует, что магнитные моменты октета барионов (рис. 11.8) определяются двумя постоянными. К сожалению, измерены лишь немногие из этих магнитных моментов, однако некоторая проверка соотношения (11.18) все-таки возможна. Например, из (11.18) следует, что $\mu(p) = \mu(\Sigma^+)$ и что $\mu(n) = 2\mu(\Lambda)$. Экспериментальные же значения этих величин в единицах ядерного магнетона $e\hbar/2M_p c$ таковы:

$$\begin{aligned}\mu(p) = & 2,79; \quad \mu(\Sigma^+) = 2,5 \pm 07; \\ \mu(n) = & -0,95; \quad \mu(\Lambda) = -0,73 \pm 0,16.\end{aligned}$$

Небольшое расщепление масс внутри изоспиновых мультиплетов приписывается электромагнитному взаимодействию. Предположение об U -спиновой инвариантности этого взаимодействия приводит к некоторым соотношениям между электромагнитными добавками к массам частиц. Более детальные предположения относительно структуры (по отношению к группе SU_3) электромагнитного взаимодействия адронов приводят к дальнейшим следствиям.

Соответствующие вычисления в принципе не отличаются от выполненных нами в гл. 10, § 1, п. Б, и мы не будем более углубляться в эти вопросы.

§ 10. ОПЕРАТОРЫ КАЗИМИРА

В гл. 7, § 5 мы построили для случая группы \mathcal{K}_3 оператор Казимира \mathbf{J}^2 , коммутирующий со всеми групповыми операторами. Следовательно, по лемме Шура в не-приводимом представлении $D^{(j)}$ этот оператор кратен единичному. Соответствующий множитель равен $j(j+1)$, и индекс представления j можно также рассматривать как индекс, нумерующий собственные значения оператора \mathbf{J}^2 . В случае группы SU_3 , неприводимые представления которой нумеруются двумя индексами λ и μ , имеется два независимых оператора Казимира — квадратичный и кубический по инфинитезимальным операторам.

Простейший способ построения этих операторов — использовать декартовы обозначения для операторов (11.2), подчеркивающие равноправие трех измерений. Обозначим через \mathbf{A}_i^j матрицу 3×3 вида

$$(\mathbf{A}_i^j)_{kl} = \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}. \quad (11.19)$$

При $i \neq j$ все элементы матрицы \mathbf{A}_i^j , кроме $(\mathbf{A}_i^j)_{ij} = 1$, равны нулю. При $i = j$ отличие состоит в том, что добавляется матрица $-1/3 \delta_{kl}$. Этим обеспечивается равенство нулю следа матрицы \mathbf{A}_i^j при любых i и j . Три диагональные матрицы связаны между собой соотношением $\mathbf{A}_1^1 + \mathbf{A}_2^2 + \mathbf{A}_3^3 = 0$. Таким образом, остается восемь независимых матриц. Соотношение между ними и матрицами (11.2) таково:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1^2 &= \mathbf{T}_+, \quad \mathbf{A}_2^1 = \mathbf{T}_-, \quad \mathbf{A}_3^3 = \mathbf{U}_+, \\ \mathbf{A}_3^2 &= \mathbf{U}_-, \quad \mathbf{A}_1^1 = \mathbf{V}_+, \quad \mathbf{A}_2^3 = \mathbf{V}_-, \\ \mathbf{A}_3^3 &= -\mathbf{Y}, \quad \mathbf{A}_1^1 - \mathbf{A}_2^2 = 2\mathbf{T}_z. \end{aligned}$$

Из определения (11.19) следуют перестановочные соотношения

$$[\mathbf{A}_i^j, \mathbf{A}_k^l] = \delta_{jk} \mathbf{A}_i^l - \delta_{il} \mathbf{A}_k^j. \quad (11.20)$$

Исходя из формулы (11.20), нетрудно показать, что оператор $\mathbf{C}_2 = \sum_{i,j} \mathbf{A}_i^j \mathbf{A}_j^i$ коммутирует со всеми \mathbf{A}_k^l и, следова-