

Оператор в формуле (14.64) называется оператором рождения магнона и обозначается через  $a_k^\dagger$ :

$$a_k^\dagger = \mathcal{N} \sum_p \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}) S_{p-},$$

где  $\mathcal{N}$  — нормировочный множитель. С помощью такого оператора можно получить и двухмагнонное состояние

$$\psi = a_k^\dagger a_k^\dagger |0\rangle.$$

Это не совсем точное собственное состояние, но ошибка имеет порядок  $1/N$ , где  $N$  — число (обычно большое) атомов в кристалле. С такой же точностью операторы рождения и уничтожения магнонов подчиняются перестановочным соотношениям Бозе — Эйнштейна (гл. 19, § 1; гл. 6, § 3, п. А), так что можно говорить о состоянии, в котором имеется  $n_k$  магнонов с волновым вектором  $k$ . Каждый магнон несет энергию возбуждения, даваемую формулой (14.65).

## § 7. ЭКСИТОНЫ В ДИЭЛЕКТРИКАХ (ЭКСИТОНЫ ФРЕНКЕЛЯ)

В простых диэлектриках, например в твердой фазе инертных газов, где отсутствуют валентные электроны, перекрытие атомных волновых функций действительно очень мало. Поэтому в очень хорошем приближении можно считать, что в основном состоянии имеются отдельные электроны, занимающие атомные орбитали отдельных атомов. Как и в случае спиновых волн, можно попытаться построить возбужденные состояния, переводя электрон данного атома в более высокое незанятое орбитальное состояние. Однако и здесь мы вновь вынуждены производить операцию проектирования при построении состояния с определенным  $k$ .

Пусть  $\phi$  — многоэлектронное основное состояние атома, а  $\phi'$  — возбужденное состояние, полученное из  $\phi$  путем перевода электрона на более высокую орбиталь; далее, пусть  $\phi_p$  и  $\phi'_p$  — соответствующие волновые функции для данного узла  $p$ . Для всего кристалла в целом соответствующее основное состояние будет иметь вид

$$\Psi^0 = \prod_p \phi_p,$$

а состояние с возбуждением на узле  $p$  — вид

$$\Psi_p = \varphi'_p \prod_{q \neq p} \varphi_q. \quad (14.66)$$

Тогда полученное в результате проектирования состояние с правильной трансляционной симметрией  $k$ , называемое *экситоном*, дается выражением

$$\Psi_{\text{экс}}^{(k)} = \sum_p \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}) \Psi_p. \quad (14.67)$$

Отметим отличие от модели сильной связи, где состояния, которые мы строили, были одноэлектронными. Таким образом, экситон с волновым вектором  $k$  — это возбуждение, распространяющееся по кристаллу (но, разумеется, не переносящее заряда). Энергия этого возбуждения зависит от вектора  $k$ , но лишь в небольшой степени; она примерно равна энергии атомного возбуждения.

## § 8. ПРАВИЛА ОТБОРА ПРИ РАССЕЯНИИ

Правила отбора для процессов рассеяния в кристаллах можно вывести непосредственно из простого выражения (14.15) для произведения представлений. Например, если мы рассматриваем рассеяние электрона в кристалле (электрон-фононное рассеяние), то вероятность рассеяния из состояния с волновым вектором  $k$  в состояние с волновым вектором  $k'$  вследствие поглощения фона с волновым вектором  $q$  будет зависеть от матричного элемента, который равен нулю, если только произведение представлений  $T^{(q)} \otimes T^{(k)}$  не содержит представления  $T^{(k')}$ . Согласно формуле (14.15), это означает, что

$$k' = q + k + K_m. \quad (14.68)$$

Рассеяние с  $K_m = 0$  обычно называется прямым, а с  $K_m \neq 0$  — рассеянием с перебросом. Равенство (14.68) часто называют законом сохранения квазимпульса в кристалле. В процессе рассеяния должна сохраняться и энергия, так что выполняется еще и соотношение

$$\hbar\omega_q + \epsilon(k) = \epsilon(k'). \quad (14.69)$$

Аналогичные соотношения справедливы и для других процессов рассеяния: электрон-магнонного, магнон-фононного, электрон-фононного, фонон-фононного, магнон-экситонного.