

$\mathcal{P}^{(0, -m)}$  группы  $\mathcal{P}$ . Таким образом, при  $m \neq 0$  векторы  $|\hat{k}_m\rangle$  и  $T(l)|\hat{k}_m\rangle$  линейно-независимы. Следовательно, мы можем написать  $T(l)|\hat{k}_0 m\rangle = |l\hat{k}_0 - m\rangle$ , и множество векторов  $|\hat{k}_m\rangle$  вместе с  $|\hat{k}, -m\rangle$ , полученных при помощи формулы (15.67) для произвольных положительных изотропных векторов  $\hat{k}$ , образует базис пространства неприводимого представления  $\mathcal{P}^{(0, +m)}$  расширенной группы  $\mathcal{P}_s$ . Можно показать, что и в общем случае

$$T(l)|\hat{k}_m\rangle = |l\hat{k} - m\rangle. \quad (15.91)$$

Следовательно,  $T(l)|\hat{k} - m\rangle = |l\hat{k}_m\rangle$ . Формула (15.91), а также формула (15.68) для определения действия элемента группы  $T(\hat{\epsilon}, L)$  в представлениях  $\mathcal{P}^{(0, m)}$  и  $\mathcal{P}^{(0, -m)}$  задают представление  $\mathcal{P}^{(0, +m)}$  группы  $\mathcal{P}_s$ .

Случай  $m=0$  является исключением, так как оба вектора  $T(l)|\hat{k}_m\rangle$  и  $|\hat{k} - m\rangle$  преобразуются теперь по представлению  $\mathcal{P}^{(0, 0)}$  группы  $\mathcal{P}$ . Поэтому при  $m=0$ , так же как и для представлений типа  $\mathcal{P}^{(k, s)}$ , возникают два представления  $\mathcal{P}^{(0, 0)\pm}$  группы  $\mathcal{P}_s$  в зависимости от знака в соотношении  $T(l)|\hat{k}_0 0\rangle = \pm |l\hat{k}_0 0\rangle$ . Мы не будем разбирать этот случай подробно.

## § 6. ГРУППА ПУАНКАРЕ С ОТРАЖЕНИЕМ ВРЕМЕНИ $\mathcal{P}_t$

Рассмотрев вопросы, связанные с пространственной инверсией, перейдем теперь к отражению времени. Операция отражения времени определяется соотношением  $l_t \hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}' = (x, y, z, -ct)$ . Как и в § 5, присоединение этой операции к группе Пуанкаре порождает расширенную группу  $\mathcal{P}_t$ . Из определений трансляций и отражения времени следует, что

$$P(\hat{\epsilon}) l_t = l_t P(l_t \hat{\epsilon}). \quad (15.92)$$

Таким образом, если  $|\hat{k}\rangle$  — базисный вектор, преобразующийся по представлению  $T(\hat{k})$  подгруппы трансляций, то

$$\begin{aligned} T(\hat{\epsilon}) T(l_t) |\hat{k}\rangle &= T(l_t) T(l_t \hat{\epsilon}) |\hat{k}\rangle = \\ &= \exp(i\hat{k} \cdot l_t \hat{\epsilon}) T(l_t) |\hat{k}\rangle = \\ &= \exp(il_t \hat{k} \cdot \hat{\epsilon}) T(l_t) |\hat{k}\rangle. \end{aligned} \quad (15.93)$$

Последнее равенство означает, что вектор,  $T(I_t)|\hat{k}\rangle$  преобразуется при трансляции по представлению  $T^{(I_t \hat{k})}$ , т. е. временная компонента вектора  $\hat{k}$  меняет знак. В § 4, п. А мы видели, что с точки зрения физики четвертая компонента  $k_t$  соответствует энергии:  $E = \hbar c k_t$ . Следовательно, отражение времени меняет местами состояния с положительной и отрицательной энергией. По этой причине мы не будем заниматься представлениями, построенными на основе соотношения (15.93).

Тем не менее мы еще вернемся к группе  $\mathcal{P}_t$  в § 7, п. Г, когда речь пойдет об операции обращения времени, которая, как показывает эксперимент, является почти универсальной операцией симметрии. Операция обращения времени с физической точки зрения эквивалентна обращению направления движения и возникает при попытке найти представление для операции  $I_t$ , свободное от трудностей, вытекающих из формулы (15.93). При выводе этой формулы мы предполагали, что  $T(I_t)$  является линейным оператором в пространстве представления, содержащем векторы вида  $|\hat{k}\rangle$ . Если же предположить, что  $T(I_t)$  — «антиунитарный» оператор, то появления состояний с отрицательной энергией удается избежать. Поскольку исследование этих вопросов требует привлечения новых понятий, мы отложим его до § 7, п. Г.

Если мы хотим включить в рассмотрение как пространственную инверсию  $I$ , так и отражение времени  $I_t$ , определенное равенством  $I_t \hat{\mathbf{e}} = (x, y, z, -ct)$ , то для того, чтобы получить группу, нам придется рассматривать также и произведение  $I_t$ , меняющее знак всех четырех компонент вектора:  $I_t \hat{\mathbf{e}} = -\hat{\mathbf{e}}$ . Обозначим получившуюся таким образом группу через  $\mathcal{P}_{st}$ . Заметим, что произведение  $I_t$  коммутирует со всеми преобразованиями Лоренца и не коммутирует с трансляциями.

## § 7. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НЕПРИВОДИМЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУППЫ ПУАНКАРЕ

Ранее мы уже говорили о физическом смысле многих операций симметрии, входящих в группу Пуанкаре. В § 1, п. А с точки зрения физики рассматривались трехмерные трансляции, в § 1, п. Д — трансляции и вращения в трех-